2024届高三年级11月份大联考

数学试题

本试卷共4页,22题。全卷满分150分。考试用时120分钟。

注意事项:

1. 答题前,先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答:用签字笔直接写在答题卡上对应的答题区域内。写在试题卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
4. 考试结束后,请将本试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设 $M=\{x|x=4k-3,k\in\mathbf{Z}\}$,$N=\{x|x=2k-1,k\in\mathbf{Z}\}$,则

A. $M\subseteq N$　　B. $N\subseteq M$

C. $M=N$　　D. $M\cap N=\varnothing$

2. 已知 $z=\dfrac{2-5\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$,则 z 的虚部为

A. $-\dfrac{3}{2}\mathrm{i}$　　B. $\dfrac{3}{2}$　　C. $-\dfrac{3}{2}$　　D. $\dfrac{3}{2}\mathrm{i}$

3. 若 $\tan\alpha=3$,则 $\dfrac{2+\cos^2\alpha}{\sin 2\alpha}=$

A. $\dfrac{3}{4}$　　B. 1　　C. $\dfrac{7}{4}$　　D. $\dfrac{7}{2}$

4. 在三棱台 $ABC-DEF$ 中,截面 PQR 与底面 ABC 平行,若 $S_{\triangle ABC}:S_{\triangle PQR}:S_{\triangle DEF}=1:4:16$,且三棱台 $ABC-PQR$ 的体积为1,则三棱台 $PQR-DEF$ 的体积为

A. 5　　B. 8　　C. 9　　D. 10

5. 当 n 趋近于 $+\infty$ 时,$1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{n}-\ln n$ 为一个无理常数 γ,且 $\gamma=0.577\ 215\ 664\ 901\cdots$ 运用不等式 $\ln(1+x)\leqslant x$(当且仅当 $x=0$ 时等号成立)来研究 $f(n)=1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{n}-\ln n$ 的单调性,可得 $1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+\cdots+\dfrac{1}{10\ 000}$ 最接近的值为(参考数据:$\ln 10\ 000\approx 9.210\ 3$)

A. 9.787 5　　B. 10.787 5

C. 8.633 1　　D. 11.633 1

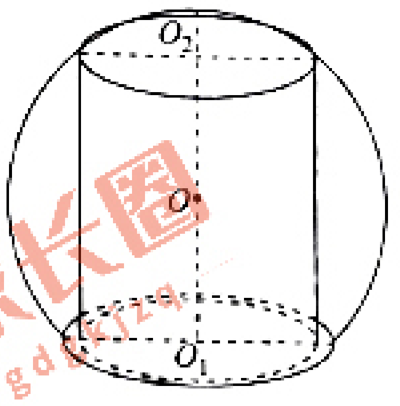
6. 设 A,B 为两个事件,已知 $P(A)=\dfrac{2}{5}$,$P(B)=\dfrac{3}{5}$,$P(A|B)=\dfrac{1}{2}$,则 $P(A|\bar{B})=$

A. $\dfrac{2}{3}$　　B. $\dfrac{1}{3}$　　C. $\dfrac{3}{5}$　　D. $\dfrac{2}{5}$

7. 直线 $x+y=0$ 与函数 $y=\ln x-x^2$ 的图象公共点的个数为

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

8. 如图，将圆柱 O_1O_2 的下底面圆 O_1 置于球 O 的一个水平截面内，恰好使得 O_1 与水平截面圆的圆心重合，圆柱 O_1O_2 的上底面圆 O_2 的圆周始终与球 O 的内壁相接（球心 O 在圆柱 O_1O_2 内部），已知球 O 的半径为 3，$OO_1=\frac{3}{2}$，则圆柱 O_1O_2 体积的最大值为



A. 24π　　B. $\frac{81\pi}{4}$

C. 20π　　D. $\frac{81\pi}{6}$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 8 名学生参加 100 m 跑的成绩（单位：s）分别为 13.10，12.99，13.01，13.20，13.01，13.20，12.91，13.01，则

A. 极差为 0.29　　B. 众数为 13.01

C. 平均数近似为 13.05　　D. 第 75 百分位数为 13.10

10. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_a(1-ax), x>1\\ 1+x, x\leqslant 1\end{cases}$ 是 **R** 上的单调函数，则 a 的值可以是

A. 2　　B. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

11. 若 x,y 满足 $(x+y)^2-\frac{8}{3}xy=2$，则

A. $y-x\geqslant-\sqrt{3}$　　B. $y-x<2$

C. $xy>\frac{3}{2}$　　D. $xy\geqslant-\frac{3}{4}$

12. 定义函数 $f(x)$：①对 $\forall x\in(0,+\infty)$，$f(x)>0$；②当 $x,y\in(0,+\infty)$ 时，$f(x)+f(y)<f(x+y)$，记由 $f(x)$ 构成的集合为 M，则

A. 函数 $g(x)=\ln(x+1)\in M$

B. 函数 $h(x)=2^x-1\in M$

C. 若 $f(x)\in M$，则 $f(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 上单调递增

D. 若 $f(x)\in M$，则对任意给定的正数 s，一定存在某个正数 t，使得当 $x\in(0,t]$ 时，$f(x)\leqslant s$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 若抛物线 C：$y^2=2px(p>0)$ 上一点 A 的横坐标为 $\frac{p}{3}$，且 A 到 C 的焦点的距离为 $\frac{5p^2}{6}$，则 A 点的一个纵坐标为________.（写出一个符合条件的即可）

14. 向量 $\boldsymbol{a}=(-1,1)$ 在向量 $\boldsymbol{b}=(2,-1)$ 上的投影向量为________.（写出坐标）

15. 若函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{5}\right)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{3},\frac{4\pi}{3}\right)$ 内没有零点，则正数 ω 的取值范围是________.

16. 椭圆 C：$\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{4}=1$ 的右焦点为 F，若过定点 $(5,0)$ 的直线 l 与 C 交于 A,B 两点，则 $\triangle ABF$ 面积的最大值为________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 10 分）

已知正项等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$S_3=15$，S_1，S_2，S_4+8 成等比数列.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

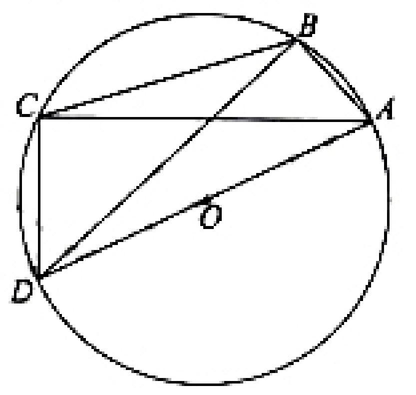
(2)令 $b_n=a_n\cdot 2^n$，求$\{b_n\}$的前 n 项和 T_n.

18.（本小题满分 12 分）

已知 A,B,C,D 四点位于同一个圆 O 上，其中 $BC=2AB=4$，$\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{3}$，$\angle ABC>\frac{\pi}{2}$.

(1)求边 AC 的长；

(2)当圆心 O 在 AD 上时，求 $\tan\angle CAD$.

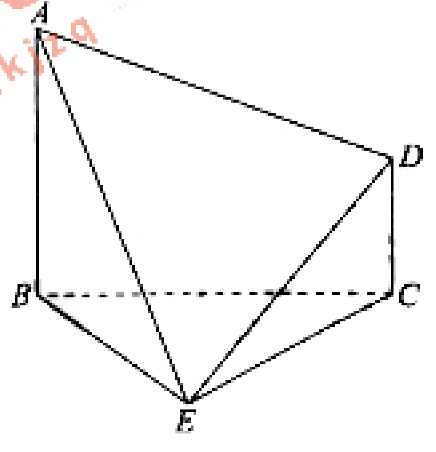


19.（本小题满分 12 分）

如图，平面 $ABCD\perp$ 平面 BCE，$AB\perp BC$，$AB/\!/CD$，且 $AB=BC=CE=2CD=2$.

(1)求证：平面 $ADE\perp$ 平面 ABE；

(2)若 $\angle BEC=\frac{\pi}{3}$，求二面角 $A-DE-C$ 的正弦值.



20.(本小题满分 12 分)

某公司建有 1 000 个销售群,在某产品的销售旺季,所有群销售件数 X 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$,其中 $\mu=376$,$\sigma^2=12\ 100$,公司把销售件数不小于 596 的群称为“A 级群”,销售件数在$[266,596)$内的群为“B 级群”,销售件数小于 266 的群为“C 级群”.

(1)若 $P(X<a)\geqslant P(X>2a-1)$,求 a 的取值范围;

(2)该公司决定对每个“A 级群”奖励 1 000 元,每个“B 级群”奖励 500 元,每个“C 级群”奖励 200 元,那么公司大约需要准备多少奖金?(群的个数按四舍五入取整数)

附:若,$X\sim N(\mu,\sigma^2)$,则 $P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)\approx 0.682\ 7$,$P(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma)\approx 0.954\ 5$,$P(\mu-3\sigma<X<\mu+3\sigma)\approx 0.997\ 3$.

21.(本小题满分 12 分)

已知双曲线 C 的两条渐近线方程为 $y=\pm\sqrt{3}x$,且左焦点 F_1 到一条渐近线的距离为$\sqrt{3}$.

(1)求 C 的方程;

(2)过 F_1 的直线 l 与 C 交于 P,Q 两点,且$\overrightarrow{F_1P}=a\overrightarrow{F_1Q}(a\neq-1)$,若点 R 满足$\overrightarrow{PR}=a\overrightarrow{RQ}$,证明:$R$ 在一条定直线上.

22.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\ln(1+x)+\frac{1}{2}x^2$,$g(x)=x$.

(1)当 $x\in[0,+\infty)$时,比较 $f(x)$与 $g(x)$的大小;

(2)若函数 $h(x)=\cos x+\frac{x^2}{2}$,$f(e^{\frac{a}{2}})-1=h(b)(a>0,b>0)$,求证:$f(b^2)+1>h(a+1)$.