高三数学参考答案及评分标准

2023.11

一、单项选择题(每小题5分,共40分)

1.A　2.D　3.B　4.C　5.D　6.B　7.B　8.C

二、多项选择题(每小题5分,共20分)

9.ACD　10.AB　11.ACD　12.BCD

三、填空题(每小题5分,共20分)

13.$(-1,2)$　14.12　15.-1　16.2π　$\frac{\sqrt{6}}{3}$

四、解答题:本大题共6小题,共70分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.(10分)

解:(1)因为$f(x)$定义域为$(0,+\infty)$,

所以有$\begin{cases}x+1>0,\\1-x>0,\end{cases}$即$-1<x<1$,

所以$F(x)$的定义域为$(-1,1)$,关于原点对称, ……………… 2分

又因为$F(-x)=f(-x+1)+f(1-(-x))$

$=f(1-x)+f(1+x)=F(x)$, ……………… 4分

所以函数$F(x)$在定义域上为偶函数. ……………… 5分

(2)$F(x)=\log_{\frac{1}{2}}(1-x^2)$,

所以$|F(x)|\leqslant 1$即$-1\leqslant\log_{\frac{1}{2}}(1-x^2)\leqslant 1$, ……………… 6分

因为$0<1-x^2\leqslant 1$,所以$\log_{\frac{1}{2}}(1-x^2)\geqslant 0$,

故只需$\log_{\frac{1}{2}}(1-x^2)\leqslant 1$, ……………… 8分

即$1-x^2\geqslant\frac{1}{2}$,解得$-\frac{\sqrt{2}}{2}\leqslant x\leqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$.

所以不等式的解集为$[-\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}]$. ……………… 10分

18.(12分)

解:(1)由图象知,$A=\frac{3+0}{2}=\frac{3}{2}$,$B=\frac{3-0}{2}=\frac{3}{2}$, ……………… 2分

记周期为T,则$\frac{T}{2}=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}=\frac{5\pi}{6}$,

所以$T=\frac{5\pi}{3}$,

所以$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{6}{5}$, ……………… 3分

又因为$\frac{3}{2}\sin[\frac{6}{5}\times(-\frac{\pi}{3})+\varphi]+\frac{3}{2}=0$,

所以$\sin[\frac{6}{5}\times(-\frac{\pi}{3})+\varphi]=-1$,

得 $-\frac{2\pi}{5}+\varphi=-\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathbf{Z}$,

因为 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$,所以 $\varphi=-\frac{\pi}{10}$, ………………………………………………… 5 分

所以 $f(x)=\frac{3}{2}\sin(\frac{6}{5}x-\frac{\pi}{10})+\frac{3}{2}$; ………………………………………… 6 分

(2) $y=f(x+\frac{5\pi}{12})+f(x)$

$=\frac{3}{2}\sin(\frac{6}{5}x-\frac{\pi}{10})+\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\sin[\frac{6}{5}(x+\frac{5\pi}{12})-\frac{\pi}{10}]+\frac{3}{2}$

$=\frac{3}{2}\sin(\frac{6}{5}x-\frac{\pi}{10})+\frac{3}{2}\sin(\frac{6}{5}x+\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{10})+3$

$=\frac{3}{2}\sin(\frac{6}{5}x-\frac{\pi}{10})+\frac{3}{2}\cos(\frac{6}{5}x-\frac{\pi}{10})+3$

$=\frac{3\sqrt{2}}{2}\sin(\frac{6}{5}x-\frac{\pi}{10}+\frac{\pi}{4})+3$

$=\frac{3\sqrt{2}}{2}\sin(\frac{6}{5}x+\frac{3\pi}{20})+3$, …………………………………………………………… 9 分

因为 $-\frac{\pi}{3}\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}$,

所以 $-\frac{\pi}{4}\leqslant\frac{6}{5}x+\frac{3\pi}{20}\leqslant\frac{3\pi}{4}$,

所以 $-\frac{\sqrt{2}}{2}\leqslant\sin(\frac{6}{5}x+\frac{3\pi}{20})\leqslant1$,

所以 $\frac{3}{2}\leqslant\frac{3\sqrt{2}}{2}\sin(\frac{6}{5}x+\frac{3\pi}{20})+3\leqslant\frac{3\sqrt{2}}{2}+3$,

所以函数 y 的值域为 $[\frac{3}{2},\frac{3\sqrt{2}}{2}+3]$. ………………………………………… 12 分

19. (12 分)

证明:(1)设 AD 的中点为 O,连接 AO,OC,

因为 $AA_1=A_1D=\sqrt{5}$,得 $AO\perp AD$, ………………………………………………… 2 分

因为 $A_1D=\sqrt{5},OD=1$,

所以 $A_1O=2$,

又 $OD=DC=1$,

所以 $OC=\sqrt{2}$,

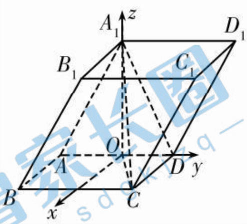
在 $\triangle A_1OC$ 中,$OC=\sqrt{2},A_1C=\sqrt{6},A_1O=2$,

所以 $A_1C^2=A_1O^2+OC^2$,

故 $\triangle A_1OC$ 为直角三角形,$A_1O\perp OC$, ……………………………………………… 4 分

因为 $OC\cap AD=O$,故 $A_1O\perp$ 平面 $ABCD$,

因为 $A_1O\subset$ 平面 AA_1D_1D,所以平面 $AA_1D_1D\perp$ 平面 $ABCD$; ……………………… 5 分



(2)如图，以 O 为坐标原点，分别以$\overrightarrow{DC},\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OA_1}$方向为 x 轴，y 轴，z 轴正方向，建立如图所示空间直角坐标系 ········ 6 分

故 $A_1(0,0,2),C(1,1,0),D(0,1,0),D_1(0,2,2)$,

则$\overrightarrow{CD}=(-1,0,0),\overrightarrow{A_1C}=(1,1,-2),\overrightarrow{DD_1}=(0,1,2)$

设平面 A_1CD 的一个法向量为 $\boldsymbol{m}=(x_1,y_1,z_1)$,

则$\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{CD}=0,\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{A_1C}=0,\end{cases}$即$\begin{cases}-x_1=0,\\ x_1+y_1-2z_1=0,\end{cases}$

令 $y_1=2$，则 $\boldsymbol{m}=(0,2,1)$, ·· 8 分

设平面 CDD_1C_1 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(x_2,y_2,z_2)$,

则$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{CD}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DD_1}=0,\end{cases}$即$\begin{cases}x_2=0,\\ y_2+2z_2=0,\end{cases}$

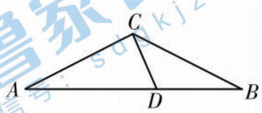
令 $y_2=2$，则 $\boldsymbol{n}=(0,2,-1)$, ·· 10 分

$\cos<\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}>=\dfrac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}=\dfrac{3}{\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}}=\dfrac{3}{5}$,

由图可知二面角 A_1-CD-D_1 为锐角，

所以二面角 A_1-CD-D_1 的余弦值为$\dfrac{3}{5}$. ·· 12 分

20.(12 分)



解:(1)在$\triangle ABC$ 中 $AC=BC=100,AB=100\sqrt{3}$，由余弦定理

得 $\cos A=\dfrac{AC^2+AB^2-BC^2}{2AC\cdot AB}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, ································ 2 分

所以 $A=B=\dfrac{\pi}{6}$. ·· 3 分

在$\triangle ACD$ 中，$\angle ADC=\dfrac{\pi}{4}$,

由正弦定理得$\dfrac{AC}{\sin\angle ADC}=\dfrac{CD}{\sin A}$,

所以 $CD=\dfrac{AC\cdot\sin A}{\sin\angle ADC}=\dfrac{100\sin\dfrac{\pi}{6}}{\sin\dfrac{\pi}{4}}=50\sqrt{2}$,

所以景观道路 CD 的长度为 $50\sqrt{2}$米. ·· 5 分

(2)设$\angle ADC=\theta(\dfrac{\pi}{6}<\theta<\dfrac{5\pi}{6})$,

在$\triangle ACD$ 中，$CD=\dfrac{50}{\sin\theta}$,

所以 $S_{\triangle ACD}=\dfrac{1}{2}AC\cdot CD\sin\angle ACD=\dfrac{1}{2}\times100\times\dfrac{50\sin(\dfrac{5\pi}{6}-\theta)}{\sin\theta}=\dfrac{2500\sin(\dfrac{5}{6}\pi-\theta)}{\sin\theta}$.

·· 6 分

又 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\cdot AC\cdot AB\sin A=2500\sqrt{3}$.

所以 $S_{\triangle BCD}=2500\sqrt{3}-\dfrac{2500\sin(\frac{5}{6}\pi-\theta)}{\sin\theta}$. ………………………………………………… 8 分

所以投资总额 $y=2500CD+100S_{\triangle ACD}+50S_{\triangle BCD}$

$$=2500\times\frac{50}{\sin\theta}+\frac{100\times2500\sin(\frac{5}{6}\pi-\theta)}{\sin\theta}+50(2500\sqrt{3}-\frac{2500\sin(\frac{5}{6}\pi-\theta)}{\sin\theta})$$

$$=2500\times50[\frac{1}{\sin\theta}+\frac{2\sin(\frac{5}{6}\pi-\theta)}{\sin\theta}+\sqrt{3}-\frac{\sin(\frac{5}{6}\pi-\theta)}{\sin\theta}]$$

$$=2500\times50(\sqrt{3}+\frac{1+\sin(\frac{5}{6}\pi-\theta)}{\sin\theta})=2500\times50(\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{2+\cos\theta}{2\sin\theta}),$$ …………… 10 分

因为 $\dfrac{2+\cos\theta}{2\sin\theta}=\dfrac{3\cos^2\frac{\theta}{2}+\sin^2\frac{\theta}{2}}{4\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}=\dfrac{3}{4\tan\frac{\theta}{2}}+\dfrac{\tan\frac{\theta}{2}}{4}\geqslant\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

当且仅当 $\tan\dfrac{\theta}{2}=\sqrt{3}$,即 $\theta=\dfrac{2}{3}\pi$ 时取等号.

所以当 $\theta=\dfrac{2}{3}\pi$ 时,y 取最小值.

所以当 $\angle ADC$ 为 $\dfrac{2}{3}\pi$ 时,口袋公园的造价最低. ………………………………… 12 分

21.(12 分)

解:(1)由题意知,当 $n\geqslant2$ 时,$a_n=S_n-S_{n-1}=\dfrac{3^{n+1}-3}{2}-\dfrac{3^n-3}{2}=3^n$, …………… 2 分

当 $n=1$ 时,$a_1=S_1=3$,符合上式,

所以 $a_n=3^n$; ………………………………………………………………………… 4 分

(2)由(1)知 $\dfrac{S_{2n}+15}{a_n}=\dfrac{\frac{3^{2n+1}-3}{2}+15}{3^n}=\dfrac{1}{2}\times(3^{n+1}+\dfrac{27}{3^n})\geqslant\dfrac{1}{2}\times2\times9=9$,

当且仅当 $3^{n+1}=\dfrac{27}{3^n}$,即 $n=1$ 时,等号成立.

所以数列 $\left\{\dfrac{S_{2n}+15}{a_n}\right\}$ 的最小项为第一项,故 $m=1$; ………………………………… 7 分

(3)由(1)知 $b_n=\dfrac{2a_n}{(a_n-2)^2}=\dfrac{2\times3^n}{(3^n-2)^2}$,$b_1=6$,

$n\geqslant2$ 时,

$$b_n=\frac{2\times3^n}{(3^n-2)^2}=\frac{2\times3^n}{3^{2n}-4\times3^n+4}<\frac{2\times3^n}{3^{2n}-4\times3^n+3}=\frac{2\times3^n}{(3^n-1)(3^n-3)}=\frac{3^n}{3^n-3}-\frac{3^n}{3^n-1}=$$
$\dfrac{1}{1-3^{-n+1}}-\dfrac{1}{1-3^{-n}}$, …………………………………………………………… 9 分

记 $c_n=\begin{cases}6, n=1,\\ \dfrac{1}{1-3^{-n+1}}-\dfrac{1}{1-3^{-n}}, n\geqslant2.\end{cases}$

设 F_n 为数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和,则

$n=1$ 时,$T_1=F_1=6<\dfrac{13}{2}$,

$n\geqslant 2$ 时,

$F_n=c_1+c_2+c_3+\cdots+c_n$

$=6+(\dfrac{1}{1-3^{-1}}-\dfrac{1}{1-3^{-2}})+(\dfrac{1}{1-3^{-2}}-\dfrac{1}{1-3^{-3}})+\cdots+(\dfrac{1}{1-3^{-n+1}}-\dfrac{1}{1-3^{-n}})$

$=6+\dfrac{1}{1-3^{-1}}-\dfrac{1}{1-3^{-n}}$

$=\dfrac{15}{2}-\dfrac{1}{1-3^{-n}}<\dfrac{15}{2}-1=\dfrac{13}{2}$,

因为 $T_n<F_n$,所以 $T_n<\dfrac{13}{2}$,

综上,$T_n<\dfrac{13}{2}$. …………………………………………………………… 12 分

22. (12 分)

解:(1)当 $a=-2$ 时,$f(x)=e^x-2\ln(x+1)$,$f(0)=e^0-2\ln1=1$, ……………… 1 分

又因为 $f'(x)=e^x-\dfrac{2}{x+1}$,$f'(0)=e^0-\dfrac{2}{1}=-1$,

所以切线方程为 $y-1=-(x-0)$,

即 $x+y-1=0$. …………………………………………………………………… 3 分

(2)$f'(x)=e^x+\dfrac{a}{x+1}(x>-1)$,

所以当 $a\geqslant 0$ 时,$f'(x)\geqslant 0$ 恒成立,不符合题意. ………………………………… 4 分

当 $a<0$ 时,$f''(x)=e^x-\dfrac{a}{(x+1)^2}>0$,

所以 $a<0$ 时,$f'(x)$ 在定义域上单调递增,

$f'(a^2)=e^{a^2}+\dfrac{a}{a^2+1}$,

因为 $\dfrac{a}{a^2+1}\geqslant-\dfrac{1}{2}$,$e^{a^2}>1$,

所以 $f'(a^2)>0$.

当 $a<-1$ 时,$f'(0)=1+a<0$,

所以 $f(x)$ 在 $(0,a^2)$ 上存在极值点. ………………………………………………… 5 分

当 $a=-1$ 时,$f'(x)=e^x-\dfrac{1}{x+1}$,$f'(0)=0$,

所以 $x=0$ 为 $f(x)$ 的极值点. ………………………………………………………… 6 分

当 $-1<a<0$ 时,$f'(a^2-1)=e^{a^2-1}+\dfrac{1}{a}$,

因为 $e^{a^2-1}<1$,$\dfrac{1}{a}<-1$,故 $f'(a^2-1)<0$.

所以 $f(x)$ 在 (a^2-1,a^2) 上存在极值点.

综上所述,a 的取值范围是 $a<0$. ……………………………………………………… 7 分

(3)由条件得 $\sin x+e^x+a\ln(x+1)\geqslant 1$,

设 $g(x)=\sin x+e^x+a\ln(x+1)$,$x\in(-1,+\infty)$,

则 $g'(x)=\cos x+e^{x}+\frac{a}{x+1}, g''(x)=e^{x}-\sin x-\frac{a}{(x+1)^{2}}$.

①当 $a=-2$ 时，在 $x\in(-1,0]$ 时，$\cos x+e^{x}\leqslant 2$，$-\frac{2}{x+1}\leqslant -2$，所以 $g'(x)\leqslant 0$，

在 $x\in[0,+\infty)$ 时，$e^{x}\geqslant 1$，$g''(x)=e^{x}-\sin x+\frac{2}{(x+1)^{2}}\geqslant 0$，

所以 $g'(x)\geqslant g'(0)=\cos 0+e^{0}-2=0$，

所以 $x=0$ 为 $g(x)$ 在 $x\in(-1,+\infty)$ 上的唯一极小值点，$g(x)\geqslant g(0)=1$，

所以 $a=-2$ 时，$f(x)\geqslant 1-\sin x$ 恒成立. ………………………………………… 9 分

②当 $a<-2$ 时，易知 $e^{x}-\sin x>0$，$-\frac{a}{(x+1)^{2}}>0$，

所以 $g''(x)=e^{x}-\sin x-\frac{a}{(x+1)^{2}}>0$，

即 $g'(x)$ 为增函数.

$g'(-a)=e^{-a}+\cos(-a)+\frac{a}{-a+1}>e^{2}-1-1>0$，

又因为 $g'(0)=2+a<0$，

所以存在 $x_1\in(0,-a)$ 使得 $g'(x_1)=0$，

当 $0<x<x_1$ 时，$g'(x_1)<0$，$g(x)$ 为减函数，

所以 $g(x_1)<g(0)=1$，不符合题意. ………………………………………… 10 分

③当 $-2<a<0$ 时，同②有 $g'(x)$ 为增函数，

当 $-1<x<-1-\frac{a}{2}<0$ 时，$\frac{a}{x+1}<-2$，

$g'(x)<1+1+\frac{a}{x+1}<0$，又因为 $g'(0)=2+a>0$，

所以存在 $x_2\in(-1,0)$，使得 $g'(x_2)=0$，

当 $x_2<x<0$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 为增函数，

所以 $g(x_2)<g(0)=1$，不符合题意. ………………………………………… 11 分

④当 $a\geqslant 0$ 时，易知 $\cos x+e^{x}>0$，同时 $\frac{a}{x+1}\geqslant 0$，

所以 $g'(x)>0$，$g(x)$ 为增函数，

又因为 $g(0)=1$，

所以当 $-1<x<0$ 时，$g(x)<g(0)=1$，不符合题意.

综上所述，$a=-2$. ………………………………………… 12 分

试卷类型：A

高　三　数　学

2023.11

本试卷共4页．满分150分．考试时间120分钟．

注意事项：

1．答题前，考生务必在试题卷、答题卡规定的地方填写自己的准考证号、姓名．
2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上．写在本试卷上无效．
3．考试结束，考生必须将试题卷和答题卡一并交回．

一、单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知向量$\boldsymbol{a}=(1,k)$，$\boldsymbol{b}=(2,1)$，若$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，则实数$k=$

A．$\frac{1}{2}$　　B．$-\frac{1}{2}$　　C．2　　D．-2

2．若"$\exists x\in\mathbf{R},\sin x<a$"为真命题，则实数$a$的取值范围为

A．$a\geqslant 1$　　B．$a>1$　　C．$a\geqslant -1$　　D．$a>-1$

3．已知集合$A=\{1,3,a^2\}$，$B=\{1,a+2\}$，则满足$A\cup B=A$的实数a的个数为

A．0　　B．1　　C．[illegible]　　D．3

4．北京故宫博物院展示着一件来自2200年前的宝物——秦诏文权（如图1）．此文权下部呈圆台形，上部为鼻钮，被誉为最美、最具文化、最有政治和历史意义的文物之一．某公司仿照该文权制成一纸镇（如图2），已知该纸镇下部的上、下底面半径分别为3，4，高为3，则该纸镇下部的侧面积与体积分别为

图1

图2

A．21π　37π　　B．21π　111π　　C．$7\sqrt{10}\pi$　37π　　D．$7\sqrt{10}\pi$　111π

5．设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，且公差不为0，若a_4,a_5,a_7构成等比数列，$S_{11}=66$，则$a_7=$

A．5　　B．6　　C．7　　D．8

6．已知$a=2^{0.5}$，$b=\log_2 5$，$c=\log_4 10$，则a,b,c的大小关系为

A．$a<b<c$　　B．$a<c<b$　　C．$c<a<b$　　D．$b<c<a$

7. 设函数 $f(x)=\begin{cases}x+1, x\leqslant 0,\\ \sqrt{x}-1, x>0,\end{cases}$ 则方程 $f(f(x))=0$ 的实根个数为

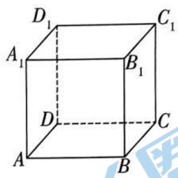
A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

8. 已知 $\cos(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{3}{5}$，$\sin(\frac{5\pi}{4}+\beta)=-\frac{12}{13}$，其中 $\alpha\in(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4})$，$\beta\in(0,\frac{\pi}{4})$，则 $\frac{\tan\alpha}{\tan\beta}=$

A. $-\frac{56}{63}$　　B. $\frac{56}{63}$　　C. -17　　D. 17

二、多项选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，在每个小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，直线 $l\subset$ 平面 ABB_1A_1，直线 $m\subset$ 平面 BCC_1B_1，直线 $n\subset$ 平面 $ABCD$，则直线 l,m,n 的位置关系可能是



A. l,m,n 两两垂直　　B. l,m,n 两两平行

C. l,m,n 两两相交　　D. l,m,n 两两异面

10. 已知函数 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})$，把 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位长度得到函数 $g(x)$ 的图象，则

A. $g(x)$ 是奇函数

B. $g(x)$ 的图象关于直线 $x=-\frac{\pi}{4}$ 对称

C. $g(x)$ 在 $[0,\frac{\pi}{2}]$ 上单调递增

D. 不等式 $g(x)\leqslant 0$ 的解集为 $[k\pi+\frac{\pi}{2},k\pi+\pi]$，$k\in\mathbf{Z}$

11. 已知 a,b 为方程 $2x^2-8x+m=0(m>0)$ 的两个实根，则

A. $a^2+b^2\geqslant 8$　　B. $ab\geqslant 4$

C. $\sqrt{a}+\sqrt{b}\leqslant 2\sqrt{2}$　　D. $\frac{1}{a+2}+\frac{1}{2b}\geqslant\frac{3+2\sqrt{2}}{12}$

12. 已知正项数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_1=1$，$a_n=\frac{na_{n+1}^2}{na_{n+1}+1}$，则

A. $a_2=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$　　B. $\{a_n\}$ 是递增数列

C. $a_{n+1}-a_n>\frac{1}{n+1}$　　D. $a_{n+1}<1+\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}$

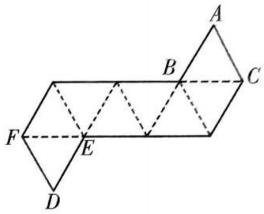
三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知点 $A(2,1)$，将向量 $\overrightarrow{OA}$ 绕原点 O 逆时针旋转 $\frac{\pi}{2}$ 得到 $\overrightarrow{OB}$，则点 B 的坐标为________.

14. 诺沃尔(Knowall)在 1740 年发现了一颗彗星，并推算出在 1823 年、1906 年……人类都可以看到这颗彗星，即该彗星每隔 83 年出现一次. 从现在开始到公元 3000 年，人类可以看到这颗彗星的次数为________.

15. 已知函数 $f(x)$ 是 **R** 上的偶函数，$f(x+2)$ 为奇函数，若 $f(0)=1$，则 $f(1)+f(2)+\cdots+f(2023)=$________.

16. 右图为几何体 Ω 的一个表面展开图，其中 Ω 的各面都是边长为 1 的等边三角形，将 Ω 放入一个球体中，则该球表面积的最小值为________；在 Ω 中，异面直线 AB 与 DE 的距离为________.



四、解答题：本大题共 6 道小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

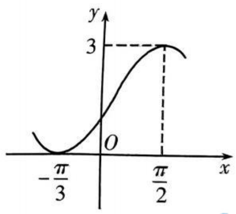
已知函数 $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}x$，$F(x)=f(x+1)+f(1-x)$.

(1) 判断 $F(x)$ 的奇偶性，并证明；

(2) 解不等式 $|F(x)|\leqslant 1$.

18. (12 分)

已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)+B$（其中 A,ω,φ,B 均为常数，$\omega>0,A>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}$）的部分图象如图所示.



(1) 求 $f(x)$ 的解析式；

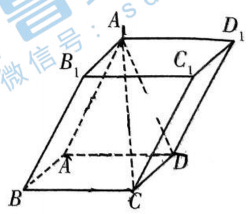
(2) 求函数 $y=f(x+\frac{5\pi}{12})+f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}]$ 上的值域.

19. (12 分)

在四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，底面 $ABCD$ 是矩形，$AD=2CD=2$，$AA_1=A_1D=\sqrt{5}$，$A_1C=\sqrt{6}$.

(1) 证明：平面 $AA_1D_1D\perp$ 平面 $ABCD$；

(2) 求二面角 A_1-CD-D_1 的余弦值.

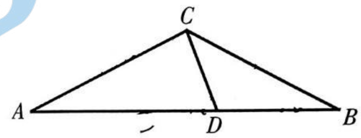


20.（12 分）

为方便居民休闲娱乐，某市计划在一块三角形空地上修建一个口袋公园，如图所示.在公园内部计划修建景观道路 CD（道路的宽度忽略不计），已知 CD 把三角形空地分成两个区域，$\triangle ACD$ 区域为儿童娱乐区，$\triangle BCD$ 区域为休闲健身区. 经测量，$AC=BC=100$ 米，$AB=100\sqrt{3}$米. 若儿童娱乐区每平方米的造价为 100 元，休闲健身区每平方米的造价为 50 元，景观道路每米的造价为 2500 元.

（1）若 $\angle ADC=\frac{\pi}{4}$，求景观道路 CD 的长度；

（2）求 $\angle ADC$ 为何值时，口袋公园的造价最低？



21.（12 分）

设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，$S_n=\frac{3^{n+1}-3}{2}$.

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）若数列 $\left\{\frac{S_{2n}+15}{a_n}\right\}$ 的最小项为第 m 项，求 m；

（3）设 $b_n=\frac{2a_n}{(a_n-2)^2}$，数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，证明：$T_n<\frac{13}{2}$.

22.（12 分）

已知函数 $f(x)=e^x+a\ln(x+1)$（$a\in\mathbf{R}$）.

（1）当 $a=-2$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

（2）若 $f(x)$ 在定义域上存在极值，求 a 的取值范围；

（3）若 $f(x)\geqslant 1-\sin x$ 恒成立，求 a.

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注**齐鲁家长圈**微信号：**sdgkjzq**。

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索