1．B

分别用列举法表示 A、B 两个集合，再计算$\complement_A B$即可.

由题得，$A=\{0,1,2,3,4,5\}, B=\{1,2\}$，

则$\complement_A B=\{0,3,4,5\}$.

故选：B.

本题考查了集合的补集运算，属于基础题.

2．B

分析: 令$\alpha=\frac{\pi}{3}, \beta=\frac{2\pi}{3}$，$\alpha\neq\beta$，但$\sin\alpha=\sin\beta$，所以$\alpha\neq\beta$不是$\sin\alpha\neq\sin\beta$的充分条件，当$\sin\alpha\neq\sin\beta$则$\alpha\neq\beta$，$\alpha\neq\beta$是$\sin\alpha\neq\sin\beta$必要条件，综上

“$\alpha\neq\beta$”是“$\sin\alpha\neq\sin\beta$”的必要而不充分条件

考点：充分必要条件的判定.

【方法点睛】判断充分条件和必要条件的方法

（1）命题判断法：

设“若 p，则 q”为原命题，那么：

①原命题为真，逆命题为假时，p 是 q 的充分不必要条件；

②原命题为假，逆命题为真时，p 是 q 的必要不充分条件；

③原命题与逆命题都为真时，p 是 q 的充要条件；

④原命题与逆命题都为假时，p 是 q 的既不充分也不必要条件.

（2）集合判断法：

从集合的观点看，建立命题 p，q 相应的集合：p：A＝{x|p（x）成立}，q：B＝{x|q（x）成立}，那么：

①若 A⊆B，则 p 是 q 的充分条件；若 A□B 时，则 p 是 q 的充分不必要条件；

②若 B⊆A，则 p 是 q 的必要条件；若 B□A 时，则 p 是 q 的必要不充分条件；
③若 A⊆B 且 B⊆A，即 A＝B 时，则 p 是 q 的充要条件．

（3）等价转化法：

p 是 q 的什么条件等价于非 q 是非 p 的什么条件．

3．C 根据等差数列的定义判断．

设$\{a_n\}$的公差为d，

对于①，$a_{2(n+1)}-a_{2n}=a_{2n+2}-a_{2n}=2d$，

$\{a_{2n}\}$是等差数列，故①正确；

对于②，$(a_n+a_{n+1})-(a_{n-1}+a_n)=a_{n+1}-a_{n-1}=2d$，

$\{a_n+a_{n+1}\}$是等差数列，故②正确；

对于③，$3a_n+1-(3a_{n-1}+1)=3(a_n-a_{n-1})=3d$，$\{3a_n+1\}$是等差数列，故③正确；

对于④，若$a_n=n-5$，则$|a_n|=|n-5|$不是等差数列，故④错误；

故选：C．

4．A

利用向量的模，向量的夹角及三角函数即可求出点到直线的距离．

∵A（0，0，2），B（1，0，2），C（0，2，0），

$\therefore\left|\overrightarrow{AB}\right|$＝（1，0，0），$\left|\overrightarrow{BC}\right|$＝（－1，2，－2），

∴点 A 到直线 BC 的距离为：

$$d=\left|\overrightarrow{AB}\right|\sqrt{1-(\cos<\overrightarrow{AB},\overrightarrow{BC}>)^2}=\left|\overrightarrow{AB}\right|\sqrt{1-\left(\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{BC}\right|}\right)^2}$$

$$=1\times\sqrt{1-\left(\frac{-1}{1\times3}\right)^2}=\frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

故选：A

本题主要考查了向量坐标的运算，向量的模，向量的夹角，属于容易题．

5．B

首先由三角形面积公式得到$S_{\triangle}ABC=\frac{1}{2}ab\cdot sinC$，再由余弦定理，结合 2S＝（a+b）^{2}－c^2，得出 sinC－2cosC＝2，然后通过（sinC－2cosC）^{2}＝4，求出结果即可．

△ABC 中，∵$S_{\triangle}ABC=\frac{1}{2}ab\cdot sinC$，由余弦定理：c^2＝a^2+b^2－2abcosC，

且 2S＝（a+b）^{2}－c^2，∴absinC＝（a+b）^{2}－（a^2+b^2－2abcosC），

整理得 sinC－2cosC＝2，∴（sinC－2cosC）^{2}＝4．$\therefore\frac{(sinC-2cosC)^2}{sin^2C+cos^2C}=4$，化简可得

$3\tan^2C+4\tan C=0$.

$\because C\in(0,180°)$，$\therefore \tan C=-\frac{4}{3}$，

$\therefore \tan(A+B)=\frac{4}{3}$，

故选 B.

本题考查了余弦定理、三角形面积公式、诱导公式的应用，考查了利用同角基本关系对三角函数进行化简求值，注意角 C 的范围，属于中档题.

6．A

根据几何关系，$C(3,-3)$到直线 l 的距离的最大值为$|CM|$，即可求解.

由题意可知，$C(3,-3)$到直线 l 的距离$d\le|CM|$，

当$l\perp CM$时，$d=|CM|$为所求距离的最大值，

$\because k_{CM}=\frac{-2+3}{1-3}=-\frac{1}{2}$，

所以所求直线的斜率$k=2$，

直线方程为$y+2=2(x-1)$即$2x-y-4=0$，

故选：A.

本题考查圆心与过定点的直线距离的最大值，利用点与直线距离的平面几何性质是解题的关键，属于中档题.

7．C

$\tan\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)=\tan(\alpha-\beta+\beta-\frac{\pi}{6})=\frac{\tan(\alpha-\beta)+\tan(\beta-\frac{\pi}{6})}{1-\tan(\alpha-\beta)\cdot\tan(\beta-\frac{\pi}{6})}=\frac{\frac{2}{3}-\frac{1}{2}}{1-\frac{2}{3}(-\frac{1}{2})}=\frac{1}{8}$，选 C

8．B

设公切线与曲线的切点为$(x_1,\ln x_1-1)$，(x_2,ax_2^2)，利用导数的几何意义分别求$y=\ln x-1$和$y=ax^2$上的切线方程，由所得切线方程的相关系数相等列方程求参数关系，进而构造函数并利用导数研究单调性求参数范围.

设公切线与曲线$y=\ln x-1$和$y=ax^2$的交点分别为$(x_1,\ln x_1-1)$，(x_2,ax_2^2)，其中$x_1>0$，对于$y=\ln x-1$有$y'=\frac{1}{x}$，则$y=\ln x-1$上的切线方程为$y-(\ln x_1-1)=\frac{1}{x_1}(x-x_1)$，即$y=\frac{x}{x_1}+(\ln x_1-2)$，

对于$y=ax^2$有$y'=2ax$，则$y=ax^2$上的切线方程为$y-ax_2^2=2ax_2(x-x_2)$，即$y=2ax_2x-ax_2^2$，

所以$\begin{cases}\frac{1}{x_1}=2ax_2\\ \ln x_1-2=-ax_2^2\end{cases}$，有$-\frac{1}{4ax_1^2}=\ln x_1-2$，即$\frac{1}{4a}=2x_1^2-x_1^2\ln x_1(x_1>0)$，

令$g(x)=2x^2-x^2\ln x$，$g'(x)=3x-2x\ln x=x(3-2\ln x)$，

令$g'(x)=0$，得$x=e^{\frac{3}{2}}$，

当$x\in\left(0,e^{\frac{3}{2}}\right)$时，$g'(x)>0$，$g(x)$单调递增，

当$x\in\left(e^{\frac{3}{2}},+\infty\right)$时，$g'(x)<0$，$g(x)$单调递减，

所以$g(x)_{\max}=g\left(e^{\frac{3}{2}}\right)=\frac{1}{2}e^3$，故$0<\frac{1}{4a}\le\frac{1}{2}e^3$，即$a\ge\frac{1}{2}e^{-3}$.

故选：B.

关键点点睛：应用导数几何意义求两条曲线的含参切线方程，由公切线对应系数相等得到相关参数方程，进而构造函数研究单调性求参数范围.

9．BC

由期望、方差性质求新数据集的平均数和方差判断 A、B；应用百分数的求法求$\{x_i-1\}$的第 30 百分位数判断 C；求出两组数据总和即可求其平均数判断 D.

由$i\in N^*$，$1\le i\le 15$，$\{x_i\}$的平均数是 3，方差是 2，则$\{x_i-1\}$的平均数是 2，方差是 2，A 错误，B 正确；

由$15\times 30\%=4.5$，故第 30 百分位数为数据集中从小到大排序后第 5 个数据，而$x_1<x_2<\cdots<x_{15}$，故所求百分数为x_5-1，C 正确；

两组数据组合后的平均数为$\frac{15\times 3+15\times 2}{30}=\frac{75}{30}=2.5$，D 错误.

故选：BC

10．ABC 对于 A，设$P(x_0,y_0)$，根据题意，将直线PF_1的斜率为k化简之二次函数，利用二次函数求出范围；对于 B，$|PF_2|=|F_1F_2|=10$和$|PF_1|=|F_1F_2|=10$各有两个，可得出结论；对于 C，利用点到直线距离公式可求点P到两条渐近线的距离，进而判断 C 的正误；对于 D，根据点与双曲线的位置关系，当P,Q,F_1三点共线时，可求最小值.

对于 A，由题意可知，$F_1(-5,0)$，设$P(x_0,y_0),x_0\ge 4$则直线PF_1的斜率为$k=\frac{y_0}{x_0+5}$

$$k^2=\frac{y_0^2}{(x_0+5)^2}=\frac{\frac{9}{16}x_0^2-9}{(x_0+5)^2},$$

令$x_0+5=t,t\ge 9,k^2=\frac{\frac{9}{16}(t-5)^2-9}{t^2}=\frac{\frac{9}{16}\left(t^2-10t+25\right)-9}{t^2}$，

$$=\frac{\frac{9}{16}t^2-\frac{45}{8}t+\frac{81}{16}}{t^2}=\frac{81}{16}\cdot\frac{1}{t^2}-\frac{45}{8}\cdot\frac{1}{t}+\frac{9}{16},$$

令$\frac{1}{t}=m,m\in\left(0,\frac{1}{9}\right],k^2=\frac{81}{16}m^2-\frac{45}{8}m+\frac{9}{16}$在$\left(0,\frac{1}{9}\right]$单调递减，

$\therefore k^2\in\left[0,\frac{9}{16}\right),\therefore|k|\in\left[0,\frac{3}{4}\right)$,A 对.

对于 B，当 $|PF_2|=|F_1F_2|=10$，则满足条件的 P 有两个；
当 $|PF_1|=|F_1F_2|=10$，则满足条件的 P 有两个，
易得不存在 P 满足 $|PF_2|=|PF_1|$，
$\therefore$ 满足 $\triangle PF_1F_2$ 为等腰三角形的 P 有 4 个，B 对.
对于 C，渐近线：$y=\pm\frac{3}{4}x$ 即 $3x\pm4y=0$，
$d_1d_2=\frac{|3x_0+4y_0|}{5}\cdot\frac{|3x_0-4y_0|}{5}=\frac{|9x_0^2-16y_0^2|}{25}=\frac{144}{25}$，C 对，
对于 D，由题意，点 Q 在双曲线外，
当 P,Q,F_1 三点共线时，$|F_2P|+|PQ|$ 有最小值，
此时 $|F_2P|+|PQ|=|F_2Q|=\sqrt{(7-5)^2+5^2}=\sqrt{29}$，D 错误.
故选：ABC.
11．ABDA 选项，根据 $a_2=3$，$S_{n+1}=2S_n+n$，赋值法求出 $a_1=2$，A 正确；C 选项，利用构造法得到 $a_{n+1}+1=2(a_n+1)$，又 $a_2+1\neq2(a_1+1)$，从而 C 错误；B 选项，求出 $a_n=\begin{cases}2,n=1\\2^n-1,n\geq2\end{cases}$，进而得到 $S_1=2$，当 $n\geq2$ 时，$S_n=2^{n+1}-1-n$，分两种情况判断得到 $a_{n+1}>S_n$，B 正确；D 选项，比较出 $\frac{S_2}{2^2}>\frac{S_1}{2^1}$，结合作差法得到当 $n\geq2$ 时，$\frac{S_{n+1}}{2^{n+1}}>\frac{S_n}{2^n}$，从而证明出结论.
A 选项，$S_{n+1}=2S_n+n$ 中，令 $n=1$ 得：$S_2=2S_1+1$，即 $a_1+a_2=2a_1+1$，
因为 $a_2=3$，所以 $a_1=2$，A 正确；
C 选项，$S_{n+1}=2S_n+n$，①
当 $n\geq2$ 时，$S_n=2S_{n-1}+n-1$，②
两式相减得：$S_{n+1}-S_n=2S_n-2S_{n-1}+1$，即 $a_{n+1}=2a_n+1$，
设 $a_{n+1}+\lambda=2(a_n+\lambda)$，则 $a_{n+1}=2a_n+\lambda$，所以 $\lambda=1$，
故 $a_{n+1}+1=2(a_n+1)$，
又 $a_1+1=3$，$a_2+1=4$，$a_2+1\neq2(a_1+1)$，
故当 $n\geq2$ 时，$\{a_n+1\}$ 为等比数列，公比为 2，C 错误；
B 选项，当 $n\geq2$ 时，$a_n+1=4\times2^{n-2}=2^n$，故 $a_n=2^n-1$，
所以 $a_n=\begin{cases}2,n=1\\2^n-1,n\geq2\end{cases}$，
当 $n=1$ 时，$S_1=2$，
当 $n\geq2$ 时，$S_n=2+2^2-1+2^3-1+\cdots+2^n-1=2+2^2+\cdots+2^n-(n-1)$
$=\frac{2-2^{n+1}}{1-2}-(n-1)=2^{n+1}-1-n$，

当$n=1$时，$a_2>S_1=a_1$，

当$n\ge 2$时，由于$2^{n+1}-1>2^{n+1}-1-n$，故$a_{n+1}>S_n$，

综上：$a_{n+1}>S_n$，$n\ge 1$，B 正确；D 选项，当$n=1$时，$\frac{S_1}{2^1}=1$，

当$n\ge 2$时，$\frac{S_n}{2^n}=\frac{2^{n+1}-1-n}{2^n}=2-\frac{1+n}{2^n}$，

当$n=2$时，$\frac{S_2}{2^2}=2-\frac{1+2}{4}=\frac{5}{4}>1=\frac{S_1}{2^1}$，

又当$n\ge 2$时，$\frac{S_{n+1}}{2^{n+1}}-\frac{S_n}{2^n}=2-\frac{1+n+1}{2^{n+1}}-2+\frac{1+n}{2^n}=\frac{1+n}{2^n}-\frac{n+2}{2^{n+1}}=\frac{n}{2^{n+1}}>0$，

故当$n\ge 2$时，$\frac{S_{n+1}}{2^{n+1}}>\frac{S_n}{2^n}$，

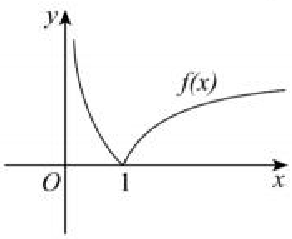
综上：$\left\{\frac{S_n}{2^n}\right\}$是单调递增数列，D 正确.

故选：ABD

12．AC

作出函数$f(x)=|\lg x|$的图象，根据题意分类讨论，可确定a,b,c的范围，可判断A,B,C，由$f(a)>f(c)$，利用对数的运算可得$\lg ac<0$，可判断 D.

由题意得$f(x)=|\lg x|=\begin{cases}-\lg x,0<x<1\\ \lg x,x\ge 1\end{cases}$，作出其图象如图：



∴在$(0,1)$上，函数是减函数；在$(1,+\infty)$上，函数是增函数；

$\because a<b<c$，∴若$c\le 1$，则$f(a)>f(b)>f(c)$，不合题意，$\therefore c>1$，C 正确；

若$a\ge 1$，则$f(a)<f(b)<f(c)$，也不合题意，$\therefore 0<a<1$，A 正确；

结合图象可知 b 可大于 1，可小于 1 或等于 1，B 错误；

由$f(a)>f(c)$，可得$-\lg a>\lg c,\therefore \lg a+\lg c<0,\therefore \lg ac<0$，

故$0<ac<1$，D 错误，

故选：AC

方法点睛：根据函数的解析式特征，脱去绝对值符号，结合对数函数图象，即可作出$f(x)=|\lg x|$的图象，然后要分类讨论数形结合，确定a,b,c的范围，即可确定答案.

13．$1+\frac{1}{a}+\frac{b}{2}$由已知直接利用对数的运算性质以及换底公式求解.

因为，$\log_3 7=a$，$\log_7 4=b$，$\log_3 7\cdot\log_7 3=1$，

所以，$\log_7 3=\frac{1}{a}$，$\log_7 2=\frac{1}{2}\log_7 4=\frac{b}{2}$，

$\log_7 42=\log_7(3\times 2\times 7)=1+\log_7 3+\log_7 2=1+\frac{1}{a}+\frac{b}{2}$.

故答案为：$1+\frac{1}{a}+\frac{b}{2}$.

14．$\frac{7}{16}$

利用正弦定理求得角 B，再利用二倍角的余弦公式，即可求解.

由正弦定理得$\frac{4}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{\sqrt{6}}{\sin B}$，

$\therefore \sin B=\frac{3\sqrt{2}}{8}$，$\cos 2B=1-2\times\frac{18}{64}=\frac{7}{16}$.

故答案为：$\frac{7}{16}$.

本题考查了正弦定理求角，三角恒等变换，属于基础题.

15．$\frac{2\sqrt{17}+4\sqrt{2}}{3}$

设复数z的代数形式，根据给定的等式求出复数z在复平面内对应点的轨迹作答.

设复数$z=x+yi(x,y\in R)$，由$|z-2|=2|z-2i|$，得$\sqrt{(x-2)^2+y^2}=2\sqrt{x^2+(y-2)^2}$，

整理得$x^2+y^2+\frac{4}{3}x-\frac{16}{3}y+4=0$，即$(x+\frac{2}{3})^2+(y-\frac{8}{3})^2=\frac{32}{9}$，

因此复数z在复平面内对应点(x,y)在以点$C(-\frac{2}{3},\frac{8}{3})$为圆心，$\frac{4\sqrt{2}}{3}$为半径的圆，$O$为原点，

所以$|z|_{max}=|OC|+\frac{4\sqrt{2}}{3}=\sqrt{(-\frac{2}{3})^2+(\frac{8}{3})^2}+\frac{4\sqrt{2}}{3}=\frac{2\sqrt{17}+4\sqrt{2}}{3}$.

故答案为：$\frac{2\sqrt{17}+4\sqrt{2}}{3}$

16．$x-ey+3=0$

确定点$A(-3,0)$不在曲线上，设切点为(x_0,y_0)，利用导数的几何意义表示出切线方程，将$A(-3,0)$代入，求得切点坐标，即可求得答案.

由题意可知，当$x=-3$时，$y=4e^{-3}\neq 0$，故点$A(-3,0)$不在曲线$y=(1-x)e^x$上，

由$y=(1-x)e^x$可得$y'=-xe^x$，过点$A(-3,0)$作曲线$y=(1-x)e^x$的切线，设切点为(x_0,y_0)，

则切线斜率为$k=-x_0e^{x_0}$，则切线方程为$y-y_0=-x_0e^{x_0}(x-x_0)$，

将$A(-3,0)$坐标代入得：$-y_0=-x_0e^{x_0}(-3-x_0)$，

即$(1-x_0)e^{x_0}=-x_0e^{x_0}(3+x_0)$，即$x_0^2+2x_0+1=0,\therefore x_0=-1$，则$y_0=2e^{-1}$

故切线方程是$y-2e^{-1}=e^{-1}(x+1)$，即$x-ey+3=0$，

故答案为：$x-ey+3=0$

17.（1）$\frac{\pi}{3}$；（2）$10\sqrt{3}$；（3）$\frac{49}{3}\pi$.

（1）由余弦定理，求得$\cos B=\frac{1}{2}$，即可求得角 B 的大小；

（2）由三角形的面积公式，即可求得$S_{\triangle ABC}$的面积；

（3）由正弦定理，求得$2R=\frac{AC}{\sin B}=\frac{14}{\sqrt{3}}$，进而取得外接圆面积.

（1）由题意，在$\triangle ABC$中，$BC=5$，$AC=7$，$AB=8$，

由余弦定理有$\cos B=\frac{BC^2+AB^2-AC^2}{2BC\cdot AB}=\frac{5^2+8^2-7^2}{2\times5\times8}=\frac{1}{2}$，

因为$B\in(0,\pi)$，所以$B=\frac{\pi}{3}$.

（2）由三角形的面积公式，可得$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot BC\sin B=\frac{1}{2}\times8\times5\times\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$.

（3）由正弦定理，可得$2R=\frac{AC}{\sin B}=\frac{7}{\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{14}{\sqrt{3}}$，所以外接圆面积为$\pi\times(\frac{7}{\sqrt{3}})^2=\frac{49}{3}\pi$.

18.（1）r=9；（2）P（n，r）=$r+\frac{(n-2)r(r-1)}{2}$；（3）n=3，证明见解析.

（1）由已知可得 P（3，r）$=\frac{r(r+1)}{2}$，解不等式可得最小 r 的取值；

（2）设 n 边形数列所对应的图形中第 r 层的点数为 a_1，则 P（n，r）=$a_1+a_2+\ldots+ar$，进而由等差数列的前 n 项和公式，可得答案.

（3）P（n，r+1）+P（n，r）=（n - 2）r^2+2r+1，n=3 时，满足题意；而结论要对于任意的正整数 r 都成立，则（n - 2）r^2+2r+1 的判别式必须为 0，即可得出结论.

（1）由题意得：P（3，r）=$1+2+\ldots+r=\frac{r(r+1)}{2}$

令$\frac{r(r+1)}{2}>36$ 即 $r^2+r-72>0$，

解得 r＞8

∴最小的 r=9.

（2）设 n 边形数列所对应的图形中第 r 层的点数为 a_1，

则 P（n，r）=$a_1+a_2+\ldots+ar$，

从图中可以得出：后一层的点在 n - 2 条边上增加了一点，两条边上的点数不变，

所以 $ar_{+1}-ar=n-2$，$a_1=1$

所以{ar}是首项为 1 公差为 n - 2 的等差数列，

所以 P（n，r）=$r+\frac{(n-2)r(r-1)}{2}$；

（3）P（n，r+1）+P（n，r）=（n - 2）r^2+2r+1，

n＝3 时，满足题意；

而结论要对于任意的正整数 r 都成立，则（n－2）r²+2r+1 的判别式必须为 0，

∴4－4（n－2）＝0，∴n＝3，

故满足题意的数列为“三角形数列”.

本题考查等差数列的求和公式，递推数列的通项公式的求解等基本方法，考查了归纳推理能力以及论证能力，属于中档题.

19.（1）$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$；（2）$\frac{81-36\sqrt{2}}{49}$.

（1）由已知条件求得a,b,c，可得出椭圆的标准方程；

（2）设点$C(x_0,y_0)$，$A(4,t)$，$F(1,0)$，设过点 C 椭圆 E 的切线方程为：$y=kx+m$，与椭圆的方程联立，由根的判别式为 0 得出k,m,t的关系，进而表示出点 C 的坐标，由向量垂直的条件$FA\perp FC$可得证，再设直线BC的方程$y=kx+m$，由前面所证的结论$FA\perp FC$，建立关于 k，m 的关系，表示$\triangle FBC$的面积，运用函数知识，可求得$\triangle FBC$面积的最小值.

（1）由已知得$\frac{c}{a}=\frac{1}{2},a=4-2=2$，所以$c=1,b^2=a^2-c^2=3$，所以椭圆$E$的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$；

（2）设点$C(x_0,y_0)$，$A(4,t)$，$F(1,0)$，则过点 C 椭圆 E 的切线方程为：$y=kx+m$，与椭圆 E 的方程联立$\begin{cases}y=kx+m\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1\end{cases}$，整理得$(3+4k^2)x^2+8kmx+4m^2-12=0$，则

$\Delta=(8km)^2-4(3+4k^2)(4m^2-12)=48(4k^2-m^2+3)=0$，所以$4k^2-m^2+3=0$，即$m^2=4k^2+3$，解得

$x_0=-\frac{4km}{3+4k^2}=-\frac{4km}{m^2}=-\frac{4k}{m}$，

因为点$A(4,t)$在切线上，所以$t=4k+m$，

又$\overrightarrow{FA}=(3,\ t),\overrightarrow{FC}=(x_0-1,y_0)$，

所以$\overrightarrow{FA}\cdot\overrightarrow{FC}=3(x_0-1)+ty_0=3(x_0-1)+(4k+m)(kx_0+m)$

$=(3+4k^2+mk)x_0+m(4k+m)-3=(m^2+mk)\left(-\frac{4k}{m}\right)+m(4k+m)-3$

$=-4km-4k^2+4km+m^2-3=0$，所以$\overrightarrow{FA}\perp\overrightarrow{FC}$，即$FA\perp FC$；

直线AF的方程为：$y=\frac{t}{3}(x-1)$，与椭圆的方程联立$\begin{cases}y=\frac{t}{3}(x-1)\\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1\end{cases}$得$(27+4t^2)x^2-8t^2x+4t^2-108=0$，

$\Delta=(-8t^2)^2-4(27+4t^2)(4t^2-108)=16\times81\times(t^2+9)$，设点 B 的坐标为$B(x_1,y_1)$，且$x_1>0$，则

$x_1=\frac{4t^2+18\sqrt{t^2+9}}{27+4t^2}$　$|FC|^2=(x_0-1)^2+y_0^2=(x_0-1)^2+3\left(1-\frac{x_0^2}{4}\right)=\left(\frac{1}{2}x_0-2\right)^2$，所以$|FC|=2-\frac{1}{2}x_1$，同理

$|FB|=2-\frac{1}{2}x_2$，

$S_{\triangle FBC}=\frac{1}{2}\times|FC|\times|FB|=\frac{1}{2}\left(2-\frac{1}{2}x_0\right)\left(2-\frac{1}{2}x_1\right)=\frac{1}{8}(4-x_0)(4-x_1)$

$=\frac{1}{8}\times\left(4+\frac{4k}{m}\right)\times\left(4-\frac{4t^2+18\sqrt{t^2+9}}{27+4t^2}\right)=\left(1+\frac{k}{m}\right)\times\left(2-\frac{2t^2+9\sqrt{t^2+9}}{27+4t^2}\right)$

$=\left(1+\frac{k}{m}\right)\times\left(\frac{6(t^2+9)-9\sqrt{t^2+9}}{27+4t^2}\right)$，

综上可得：$\triangle FBC$面积的最小值为$\frac{81-36\sqrt{2}}{49}$.

本题考查求椭圆的标准方程，直线与椭圆的位置之求三角形的面积的最值问题，关键在于将三角形的面积表示成某个变量的函数，属于较难题.

20.（1）$a=-3$，$b=2$；（2）①$\frac{1}{e}$；②$\left(-\infty,-\frac{e+1}{e}\right]\cup[2,+\infty)$.

（1）由题意得出$f'(1)=-1$，可求出a的值，计算出$f(1)$的值，再将点$(1,f(1))$的坐标代入直线$x+y+b=0$可求出实数b的值；（2）①将$a=-1$代入函数$y=g(x)$，求出其导数$g'(x)=\frac{x-\ln x+1}{x^2}$，构造函数$\varphi(x)=x-\ln x+1$，利用导数分析函数$y=\varphi(x)$在区间$[1,e]$上的单调性，可得出$\varphi(x)>0$，进而判断出函数$y=g(x)$在区间$[1,e]$上的单调性，由此求出答案.
②由题意得出$g(x)\in\left[a,a+1+\frac{1}{e}\right]$，对$a$分$a\geq0$、$a\leq-\frac{e+1}{e}$、$-\frac{e+1}{e}<a<0$三种情况讨论，结合$h'(x)\leq0$在$[1,e]$上恒成立，可求出实数$a$的取值范围.

（1）$\because f(x)=(x+1)\ln x+ax$，$\therefore f'(x)=\ln x+\frac{x+1}{x}+a$，

由题意可得$f'(1)=a+2=-1$，解得$a=-3$，所以，$f(x)=(x+1)\ln x-3x$，$\therefore f(1)=-3$，

将点$(1,-3)$的坐标代入直线$x+y+b=0$的方程得$1-3+b=0$，解得$b=2$.

因此，$a=-3$，$b=2$；

（2）①当$a=-1$时，$f(x)=(x+1)\ln x-x$，则$g(x)=\frac{f(x)}{x}=\frac{x+1}{x}\ln x-1$，

$\therefore g'(x)=\frac{x\left(\ln x+\frac{x+1}{x}\right)-(x+1)\ln x}{x^2}=\frac{x-\ln x+1}{x}$，

令$\varphi(x)=x-\ln x+1$，其中$x\in[1,e]$，则$\varphi'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}\geq0$，

所以，函数$y=\varphi(x)$在区间$[1,e]$上单调递增，则$\varphi(x)\geq\varphi(1)=2$，则有$g'(x)>0$.

因此，函数$y=g(x)$在区间$[1,e]$上的最大值为$g(e)=\frac{e+1}{e}-1=\frac{1}{e}$；

②由于函数$g(x)=\frac{x+1}{x}\ln x+a$在区间$[1,e]$上单调递增，所以$g(1)\leq g(x)\leq g(e)$，

即 $g(x)\in\left[a,a+1+\frac{1}{e}\right]$，则 $h(x)=\left|\frac{x+1}{x}\ln x+a\right|\cdot\frac{1}{e^x}$.

（i）当 $a\geq 0$ 时，$g(x)\geq 0$，$h(x)=\frac{\frac{x+1}{x}\ln x+a}{e^x}$，

$h'(x)=\frac{-\left(x^2+x+1\right)\ln x-ax^2+x+1}{x^2e^x}\leq 0$，

令 $u(x)=-\left(x^2+x+1\right)\ln x-ax^2+x+1$，则 $u'(x)=-(2x+1)\ln x-\frac{1}{x}-(2a+1)x<0$，

即函数 $y=u(x)$ 在区间 $[1,e]$ 上单调递减，所以，$u(x)_{\max}=u(1)=-a+2\leq 0$，解得 $a\geq 2$；（ii）当 $a\leq -\frac{e+1}{e}$ 时，$g(x)\leq 0$，$h(x)=-\frac{\frac{x+1}{x}\ln x+a}{e^x}$，

由（i）知，$h'(x)=-\frac{u'(x)}{x^2e^x}$，又因为函数 $y=h(x)$ 在区间 $[1,e]$ 上是单调递减函数，

所以，$u(x)=-\left(x^2+x+1\right)\ln x-ax^2+x+1\geq 0$ 对任意的 $x\in[1,e]$ 恒成立，

即 $ax^2\leq x+1-\left(x^2+x+1\right)\ln x$ 对任意的 $x\in[1,e]$ 恒成立，

即 $a\leq\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}-\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}+1\right)\ln x$，$x\in[1,e]$.

令 $\varphi(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}-\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}+1\right)\ln x$，$x\in[1,e]$.

$\varphi'(x)=-\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x^3}-\left(-\frac{2}{x^3}-\frac{1}{x^2}\right)\ln x-\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}+1\right)\frac{1}{x}=-\frac{3}{x^3}-\frac{2}{x^2}-\frac{1}{x}+\left(\frac{2}{x^3}+\frac{1}{x^2}\right)\ln x$，

构造函数 $\mu(x)=\ln x-x+1\,(1\leq x\leq e)$，则 $\mu'(x)=\frac{1}{x}-1=\frac{1-x}{x}\leq 0$，

所以，函数 $y=\mu(x)$ 在区间 $[1,e]$ 上单调递减，故 $\mu(x)_{\max}=\mu(1)=0$，即 $\ln x\leq x-1$.

所以，$\varphi'(x)=-\frac{3}{x^3}-\frac{2}{x^2}-\frac{1}{x}+\left(\frac{2}{x^3}+\frac{1}{x}\right)\ln x\leq-\frac{3}{x^3}-\frac{2}{x^2}-\frac{1}{x}+\left(\frac{2}{x^3}+\frac{1}{x}\right)(x-1)=-\frac{5}{x^3}-\frac{1}{x^2}<0$，

即函数 $y=\varphi(x)$ 在区间 $[1,e]$ 上单调递减，

所以，$\varphi(x)_{\min}=\varphi(e)=\frac{1}{e}+\frac{1}{e^2}-\left(\frac{1}{e}+\frac{1}{e^2}+1\right)\ln e=-1$，$\therefore a\leq\varphi(x)_{\min}=-1$，

又 $\because a\leq-\frac{e+1}{e}$，$\therefore a\leq-\frac{e+1}{e}$；

（iii）当 $-\frac{e+1}{e}<a<0$ 时，因为 $g(x)=\frac{f(x)}{x}=\frac{x+1}{x}\ln x+a$，

$g'(x)=\frac{x-\ln x+1}{x^2}\geq\frac{x+1-x+1}{x^2}=\frac{2}{x^2}>0$，

所以，函数 $g(x)=\frac{f(x)}{x}$ 在区间 $[1,e]$ 上单调递增，

又 $g(1)\cdot g(e)=a\left(a+1+\frac{1}{e}\right)<0$，

则存在唯一的 $x_0\in(1,e)$，使得 $h(x_0)=\left(\frac{x_0+1}{x_0}\ln x_0+a\right)\cdot\frac{1}{e^{x_0}}=0$，

所以，函数$y=h(x)$在区间$[1,e]$上不单调.

综上所述，实数a的取值范围是$\left(-\infty,-\frac{e+1}{e}\right]\cup[2,+\infty)$.

本题以导数知识为背景考查了函数，导数与不等式的综合问题．考查学生等价转化思想，代数变形，推理论证能力以及利用数学知识，分析问题，解决问题的能力，对数学分析能力要求较高.

21．(1)$\frac{36}{55}$

(2)$\frac{12}{11}$

（1）进入决赛第二轮的 3 人中恰有 2 人来自同一个部门分为来自 A，B，C 三个部门，分别求出其概率，由分类加法计数原理即可得出答案.

（2）求出 X 的可能取值及每个变量 X 对应的概率，即可求出分布列，再由期望公式即可求出EX.

（1）设进入决赛第二轮的 3 人中恰有 2 人来自同一个部门为事件A，

则$P(A)=\frac{C_3^2C_8^1+C_4^2C_7^1+C_4^2C_7^1}{C_{11}^3}=\frac{24+42+42}{165}=\frac{36}{55}$.

故进入决赛第二轮的 3 人中恰有 2 人来自同一个部门的概率为$\frac{36}{55}$.

（2）X 的可能取值为$0,1,2,3$，

$P(X=0)=\frac{C_7^3}{C_{11}^3}=\frac{35}{165}=\frac{7}{33}$，

$P(X=1)=\frac{C_4^1C_7^2}{C_{11}^3}=\frac{84}{165}=\frac{28}{55}$，

$P(X=2)=\frac{C_4^2C_7^1}{C_{11}^3}=\frac{42}{165}=\frac{14}{55}$，

$P(X=3)=\frac{C_4^3C_7^0}{C_{11}^3}=\frac{4}{165}$，

则 X 的分布列为：

X	0	1	2	3
P	$\frac{7}{33}$	$\frac{28}{55}$	$\frac{14}{55}$	$\frac{4}{165}$

所以$EX=0\times\frac{7}{33}+1\times\frac{28}{55}+2\times\frac{14}{55}+3\times\frac{4}{165}=\frac{12}{11}$.

22．（1）见解析（2）$\frac{4}{3}$

分析：(1)利用题意首先证得线线平行，然后利用线面平行的判断定理证得线面平行即可；

(2)将△DEF 看作底面，利用棱锥的体积公式计算可得：四面体BDEF的体积 $=\frac{1}{3}S_{\triangle DEF}\times AB=\frac{4}{3}$.

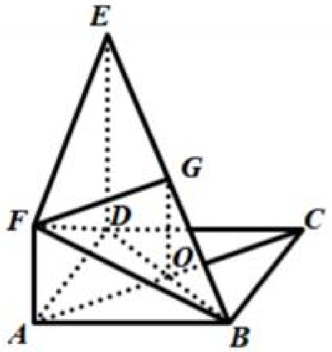
（1）证明：设 $AC\cap BD=O$，取 BE 中点 G，连结 FG，OG，

所以，$OG \underset{=}{\parallel} \frac{1}{2}DE$ 因为 $AF\parallel DE$，$DE=2AF$，所以 $AF \underset{=}{\parallel} OG$，

从而四边形 $AFGO$ 是平行四边形，$FG\parallel AO$

因为 $FG\subset$ 平面 BEF，$AO\not\subset$ 平面 BEF，

所以 $AO\parallel$ 平面 BEF，即 $AC\parallel$ 平面 BEF



（2）因为平面 $ABCD\perp$ 平面 $ADEF$，$AB\perp AD$，

所以 $AB\perp$ 平面 $ADEF$.

因为 $AF\parallel DE$，$\angle ADE=90^\circ$，$DE=DA=2AF=2$，

所以 $\triangle DEF$ 的面积为 $\frac{1}{2}ED\times AD=2$，

所以四面体 $BDEF$ 的体积 $=\frac{1}{3}S_{\triangle DEF}\times AB=\frac{4}{3}$.

请在此输入详解！

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。