试题解析

1．B

首先利用对数函数和反比例函数的单调性，分别求得$A=(0,+\infty)$，$B=(0,\frac{1}{2})$，之后求交集得结果.

根据$y=\log_2 x,x>1$，解得$y>0$，所以$A=(0,+\infty)$，

根据$y=\frac{1}{x},x>2$，解得$0<y<\frac{1}{2}$，所以$B=(0,\frac{1}{2})$，

所以$A\cap B=(0,\frac{1}{2})$，

故选：B.

该题考查的是有关集合与函数的综合题，涉及到的知识点有对数函数和反比例函数在给定区间上的值域，集合的运算，属于简单题目.

2．C

利用复数的除法运算法则进行化简,再由复数模的定义求解即可.

因为$(1+i)\cdot z=1-i$，

所以$z=\frac{1-i}{1+i}=\frac{(1-i)^2}{(1+i)\cdot(1-i)}=-i$，

由复数模的定义知,$|z|=\sqrt{(-1)^2}=1$.

故选:C

本题考查复数的除法运算法则和复数的模;考查运算求解能力;属于基础题.

3．A

先求出两直线平行时的 a 值，然后再根据充分必要条件的概念判断.

直线$ax+y+a+1=0$与直线$x+ay+a=0$平行，则$a^2-1=0$，$a=\pm1$，

$a=1$时，两直线方程分别为$x+y+2=0,x+y+1=0$，平行，

$a=-1$时，两直线方程分别为$-x+y=0,x-y-1=0$，平行，

$\therefore$直线$ax+y+a+1=0$与直线$x+ay+a=0$平行的充要条件是$a=\pm1$，

则“$a=1$”是“直线$ax+y+a+1=0$与直线$x+ay+a=0$平行”的充分不必要条件.

故选：A.

本题考查充分必要条件的判断，判断充分必要条件一种是证明两个命题的真假，一种是求出命题成立的参数范围，利用集合的包含关系判断充分必要条件.

4．C

利用函数的定义域，奇偶性及其他性质判断即可.

$f(x)=\frac{x}{2\ln|x|}$的定义域为$\{x|x\neq0,且x\neq\pm1\}$，

因为$f(-x)=-f(x)$，所以$f(x)$为奇函数，排除 A，D，

当$x\in(0,1)$时，$f(x)<0$，B 错误，

故选：C.

5．C

根据函数$f(x)$单调递增可得$f(x)=ax-1$单调递增，且$x=8$时的函数值大于$x=7$时的函数值，解不等式即可求解.

函数$f(x)$是定义在N^*上的函数，

所以$\begin{cases}a>0\\ \log_2 8>7a-1\end{cases}$ 解得：$0<a<\frac{4}{7}$

所以 a 的范围是$\left(0,\frac{4}{7}\right)$，

故选：C

易错点点睛：本题容易忽视定义域为N^*，列出错误的不等式.

6．C

由四个空位产生五个空，让四名同学用插空法就坐，再根据限制条件，即可得出结果.

因为 8 个位置仅安排小华、小明等 4 名同学就坐，且各同学之间不相邻，共有 4 个空位，

且 4 个空位可以产生 5 个空，让这四名同学用插空法就坐，共有$A_5^4=120$种排法；

又小华要坐在小明左侧，即小华和小明顺序确定，

因此总的不同安排方法有$\frac{A_5^4}{A_2^2}=60$种.

故选：C.

本题主要考查排列的应用，考查不相邻问题和定序问题，属于常考题型.

7．C

连接AC，BD，CE，利用勾股定理计算AD，AC，由$AD\perp$平面$BCDE$可证$BC\perp$平面ACD，于是平面$ABC\perp$平面ADC，从而$\angle ABC$为AB与DE所成角，由$CE\perp BD$，$CE\perp AD$得出$CE\perp$平面ABD，故而$CE\perp AB$，利用$V_{B-ACE}=V_{A-BCE}=\frac{1}{3}S_{\triangle BCE}\cdot AD$，计算棱锥的体积.

解：①连接AC，

$\because A$点在平面$BCDE$上的射影为D点，

$\therefore AD\perp$平面$BCDE$，又$BC\subset$平面$BCDE$，

$\therefore BC\perp AD$，又$BC\perp CD$，$AD\cap CD=D$，

$\therefore BC\perp$平面ACD，$\because AC\subset$平面ACD，

$\therefore BC \perp AC$．

$\because DE // BC$，

$\therefore \angle ABC$ 为 AB 与 DE 所成的角．

$\because BC = CD = a$， $AB = \sqrt{3}BC = \sqrt{3}a$，

$\therefore BD = \sqrt{2}a$， $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = a$， $\therefore AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{2}a$．

$\therefore \tan \angle ABC = \dfrac{AC}{BC} = \sqrt{2}$，

故①正确．

②连接 BD， CE．

$\because AD \perp$ 平面 $BCDE$， $CE \subset$ 平面 $BCDE$，

$\therefore AD \perp CE$，

$\because$ 四边形 $BCDE$ 是正方形，

$\therefore CE \perp BD$， 又 $BD \subset$ 平面 ABD， $AD \subset$ 平面 ABD， $AD \cap BD = D$，

$\therefore CE \perp$ 平面 ABD， $\because AB \subset$ 平面 ABD，

$\therefore AB \perp CE$，

故②错误．

③ $V_{B-ACE} = V_{A-BCE} = \dfrac{1}{3} S_{\triangle BCE} \cdot AD = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{2} \times a^2 \times a = \dfrac{1}{6} a^3$，

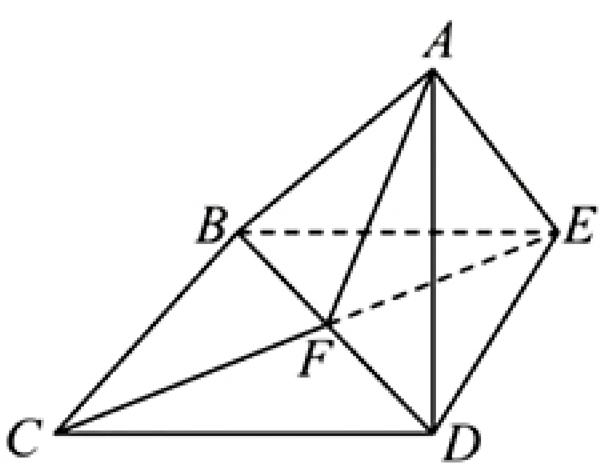
故③正确．

④由（1）知 $BC \perp$ 平面 ACD， 又 $BC \subset$ 平面 ABC，

$\therefore$ 平面 $ABC \perp$ 平面 ACD．

故④正确．

故选：C．



8．C

设函数 $f(x) = x^{\alpha} \Rightarrow (\dfrac{\sqrt{2}}{2})^{\alpha} = \dfrac{1}{2}$，所以 $\alpha = 2$，则 $g(x) = e^{2x}x^2$，故 $g'(x) = 2e^{2x}x^2 + 2e^{2x}x = 2xe^{2x}(x+1)$，令 $g'(x) < 0$ 可得 $-1 < x < 0$，应选答案 C．

9．ACD

分别根据极差，中位数，平均数和方差的计算公式，以及百分位数的计算方法，逐项判定，即可求解．

甲成绩按从小到大排列4，4，5，7，7，7，8，9，9，10，可知甲成绩的中位数为7. 众数为7.平均数为$\frac{4+4+5+7+7+7+8+9+9+10}{10}=7$，标准差为

$\sqrt{\frac{2\times(-3)^2+(-2)^2+1^2+2\times2^2+3^2}{10}}=\sqrt{4}=2$，因为$10\times25\%=2.5$，所以甲成绩的下四分位数为第三个数5；

乙成绩按从小到大排列：5，6，6，7，7，7，7，8，8，9，可知乙成绩数的中位数为7，众数为7，平均数为$\frac{5+6+6+7+7+7+7+8+8+9}{10}=7$，极差为$9-5=4$，由$10\times70\%=7$，故乙成绩的第70百分位数是从小到大排列后的第7和第8个数的平均数，计算得7.5；

乙得标准差为$\sqrt{\frac{(-2)^2+(-1)^2\times2+1^2\times2+2^2}{10}}=\sqrt{1.2}$

故由上计算可得AC正确，甲成绩标准差为2，所以B错误，甲的标准差大于乙的标准差，故乙成绩更稳定，所以D对.

故选：ACD.

10．BD

根据并事件的概率的计算公式即可判断A；根据相互独立事件及对立事件的交事件的概率公式即可判断BD；根据相互独立事件的并事件的概率公式即可判断C.

对于A，若$A\subseteq B$，则$P(A\cup B)=P(B)=\frac{3}{4}$，故A错误；

对于B，因为$P(A)=\frac{1}{2}$，$P(B)=\frac{3}{4}$，

所以$P(A)P(B)=\frac{3}{8}=P(A\cap B)$，所以A，B相互独立，故B正确；

对于C，A与B相互独立，则$\overline{A},\overline{B}$也相互独立，

则$P(A\cup B)=1-P(\overline{A}\cap\overline{B})=1-P(\overline{A})P(\overline{B})=1-\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{3}{4}\right)=\frac{7}{8}$，故C错误；

对于D，A与B相互独立，则$\overline{A},\overline{B}$也相互独立，

所以$P(\overline{A}\cap\overline{B})=P(\overline{A})P(\overline{B})=\left(1-\frac{1}{2}\right)\times\left(1-\frac{3}{4}\right)=\frac{1}{8}$，故D正确.

故选：BD.

11．ABD

求出给定函数的定义域，再对各选项逐一分析、计算判断作答.

依题意，由$e^x-e^{-x}\neq0$得函数$f(x)=\frac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$的定义域：$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，

对于A，$f(-x)=\frac{e^{-x}+e^x}{e^{-x}-e^x}=-f(x)$，$f(x)$为奇函数，A正确；

对于B，$f(x)=\frac{e^{2x}+1}{e^{2x}-1}=1+\frac{2}{e^{2x}-1}$，显然$e^{2x}-1$在$(-\infty,0)$、$(0,+\infty)$都是增函数，于是得$f(x)$在

$(-\infty,0)$，$(0,+\infty)$上分别单调递减，B 正确；

对于 C，当$x>0$时，$e^{2x}-1>0$，有$1+\frac{2}{e^{2x}-1}>1$，当$x<0$时，$-1<e^{2x}-1<0$，有$1+\frac{2}{e^{2x}-1}<-1$，即$f(x)$的值域为$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$，C 不正确；

对于 D，因$g(x)=f(2-x)$，则当$a\neq2$时，$g(a)+g(4-a)=f(2-a)+f(a-2)=0$，D 正确.

故选：ABD

12．ACD

先将$2^x=3$，$3^y=4$化为对数式，然后计算xy可判断 A；比较x与$\log_2 2^{\frac{3}{2}}$的大小可判断 B；做差比较$(x+y)^2$与 8 的大小可判断 C；比较y与$\log_3 3^{\frac{3}{2}}$的大小可判断 D.

由题设知$x=\log_2 3$，$y=\log_3 4$，

$xy=\log_3 4\times\log_2 3=2\log_3 2\times\log_2 3=2$，A 正确；

$x=\log_2 3=\log_2\sqrt{9}>\log_2\sqrt{8}=\log_2 2^{\frac{3}{2}}=\frac{3}{2}$，B 错误；

因为$x=\log_2 3>0$，$y=\log_3 4>0$，$x\neq y$，

由$(x+y)^2-\left(2\sqrt{2}\right)^2=(\log_2 3+2\log_3 2)^2-8$

$=(\log_2 3)^2+(2\log_3 2)^2+4\log_2 3\times\log_3 2-8$

$=(\log_2 3)^2+(2\log_3 2)^2-4=(\log_2 3-2\log_3 2)^2>0$，

所以$x+y>2$，C 正确；

因为$y=\log_3 4=\log_3\sqrt{16}<\log_3\sqrt{27}=\log_3 3^{\frac{3}{2}}=\frac{3}{2}$，

由 B 选项知$x>\frac{3}{2}$，所以$x>y$，D 正确；

故选：ACD.

本题考查指数式与对数式的互化，考查对数式的大小比较及对数的运算，解题关键点是由指数式化为对数式然后再分别计算，考查了学生的运算能力.

13．-280

写分子部分的二项式展开式的通项公式，并求其含x^3的系数，即得到$\frac{(1-2x)^7}{x}$的展开式中x^2的系数.

因为二项式$(1-2x)^7$的展开式的通项公式为$T_{r+1}=C_7^r(-2x)^r=(-2)^rC_7^r\cdot x^r$，$r=0,1,2,\ldots,7$，所以$r=3$时，得到$(1-2x)^7$展开式中含$x^3$的系数$(-2)^3C_7^3$，故$\frac{(1-2x)^7}{x}$的展开式中$x^2$的系数为$(-2)^3C_7^3=-280$.

故答案为：-280.

14．2

分析可知$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=0$，利用$\overrightarrow{AD}$、$\overrightarrow{AB}$表示向量$\overrightarrow{BC}$，结合平面向量数量积的运算性质可求得结果.

$\because AD\perp AB$，$\therefore \overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=0$，

$\therefore \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}=\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right)\cdot\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{AD}=2\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}\right)\cdot\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AD}^2=2$，

故答案为：2．

15．0.25

根据$X\sim B(4,p)$，及$E(X)=4p=3$求得 p，从而根据$Y\sim N(1,2)$，求得$P(Y>2)=P(Y<0)$，从而有$P(0<Y<1)=\dfrac{1}{2}P(0<Y<2)$.

由$X\sim B(4,p)$知，$E(X)=4p=3$，则$p=0.75$，

则$Y\sim N(1,2)$，$P(Y>0)=0.75$，

故$P(Y>2)=P(Y<0)=1-0.75=0.25$，

因此$P(0<Y<1)=\dfrac{1}{2}P(0<Y<2)=\dfrac{1}{2}\times(1-0.25-0.25)=0.25$

故答案为：0.25

16．　$y=x-1$　　$[0,1]$．

由题意结合导数的几何意义、直线的点斜式方程即可得切线方程；易得$y=x+\dfrac{1}{x}$的图象与直线$y=x$无限接近但永远不能相交，再作出函数$y=x-1$及$f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$的图象，数形结合即可得解.

由题意$f(1)=0$，$f'(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$，$f'(1)=1$，

所以曲线$y=\dfrac{1-\ln x}{x}$在点$(1,0)$处的切线方程为$y=x-1$；

由$y=x+\dfrac{1}{x}>x$，且随着x的增加，$x+\dfrac{1}{x}$与x的取值不断接近，

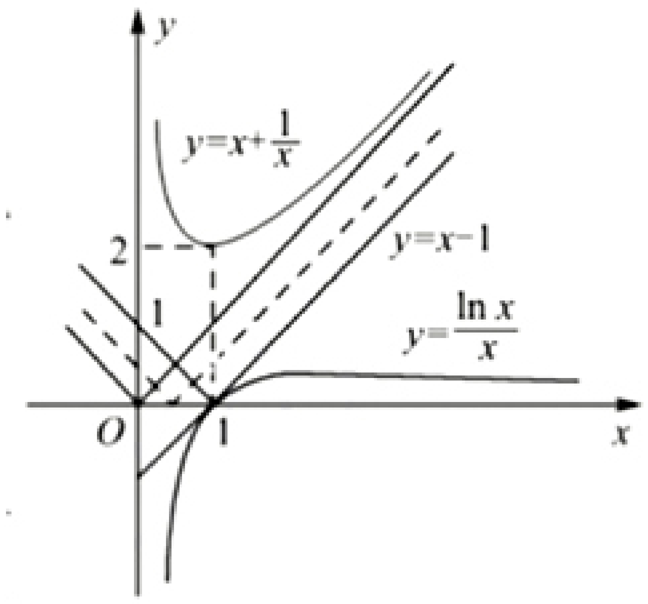
所以$y=x+\dfrac{1}{x}$的图象与直线$y=x$无限接近但永远不能相交；

令$h(x)=\dfrac{\ln x}{x}-(x-1)$，则$h'(x)=\dfrac{1-\ln x-x^2}{x^2}$，

当$0<x<1$时，$h'(x)>0$，$h(x)$单调递增，当$x>1$时，$h'(x)<0$，$h(x)$单调递减，

结合$h(1)=0$可得$h(x)\ge 0$即$\dfrac{\ln x}{x}\ge x-1$，

在坐标系中作出函数$y=x-1$及$f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$的图象，如图所示，



由图可知，曲线$y=|x-a|$的最低点$(a,0)$必须在以$(0,0)$和$(1,0)$为端点的线段上运动，所以$0\le a\le 1$，故a的取值范围是$[0,1]$.

故答案为：$y=x-1$；$[0,1]$.

本题考查了利用导数求切线方程及作函数图象，考查了函数图象的应用及数形结合思想，属于中档题.

17.（1）$\hat{y}=10t+46$；（2）预测该商城8月份的销售额为126万元.

分析：（1）根据表格中所给数据及平均数公式可求出$\bar{t}$与$\bar{y}$的值从而可得样本中心点的坐标，求可得公式$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})^2}$中所需数据，求出$\hat{b}=10$，再结合样本中心点的性质可得$\hat{a}=46$，进而可得$y$关于$t$的回归方程；（2）由（1）知，$\hat{b}=10>0$，故前7个月该淘宝商城月销售量逐月增加，平均每月增加10万，将$y=8$，代入（1）中的回归方程，可预测该商城8月份的销售额.

.解析：（1）由所给数据计算得$\bar{t}=\frac{1}{7}(1+2+3+4+5+6+7)=4$，$\bar{y}=\frac{1}{7}(58+66+72+88+96+104+118)=86$，

$\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})^2=9+4+1+0+1+4+9=28$，

$\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})=(-3)\times(-28)+(-2)\times(-20)+(-1)\times(-14)+0\times 2+1\times 10+2\times 18+3\times 32=280$，

$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(t_i-\bar{t})^2}=\frac{280}{28}=10$，$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{t}=86-10\times 4=46$.

所求回归方程为$\hat{y}=10t+46$.

（2）由（1）知，$\hat{b}=10>0$，故前7个月该淘宝商城月销售量逐月增加，平均每月增加10万.

将$y=8$，代入（1）中的回归方程，得$\hat{y}=10\times 8+46=126$.

故预测该商城8月份的销售额为126万元.

【方法点睛】本题主要考查线性回归方程求法与实际应用，属于中档题. 求回归直线方程的步骤：①依据样本数据画出散点图，确定两个变量具有线性相关关系；②

计算$\bar{x},\bar{y},\sum_{i=1}^{n}x_i^2,\sum_{i=1}^{n}x_iy_i$的值；③计算回归系数$\hat{a},\hat{b}$；④写出回归直线方程为$\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$；回归直线过样本点中心$(\bar{x},\bar{y})$是一条重要性质，利用线性回归方程可以估计总体，帮助我们分析两个变量的变化趋势.

18．(1)单调递增区间为$(-\infty,-1)$和$(3,+\infty)$；递减区间为$(-1,3)$

(2)极大值为11；极小值为-21

（1）对函数求导，利用导函数的正负判断函数的单调性即可；

（2）结合（1）中函数的单调性，求出函数在$[-2,4]$上的单调性，进而求出极值.

（1）$\because f(x)=x^3-3x^2-9x+6$，

$\therefore f'(x)=3x^2-6x-9=3(x-3)(x+1)$

由$f'(x)=0$，得$x=3$和$x=-1$.

$\therefore$当$x\in(-\infty,-1)$或$x\in(3,+\infty)$时，$f'(x)>0$，函数$f(x)$为增函数，

当$x\in(-1,3)$时，$f'(x)<0$，函数$f(x)$为减函数，

$\therefore$函数$f(x)$的单调递增区间为$(-\infty,-1)$和$(3,+\infty)$；递减区间为$(-1,3)$.

（2）$\because$由（1）知当$x\in[-2,-1)$时，$f'(x)>0$，函数$f(x)$为增函数，

当$x\in(-1,3)$时，$f'(x)<0$，函数$f(x)$为减函数，

当$x\in(3,4)$时，$f'(x)>0$，函数$f(x)$为增函数，

\ $f(x)$在$x=-1$处取得极大值$f(-1)=11$，

$\because f(x)$在$x=3$处取得极小值$f(3)=-21$，

$\therefore x=-1$时函数$f(x)$的极大值为11；$x=3$时函数$f(x)$的极小值为-21.

19．（1）证明见解析；（2）$\frac{4\sqrt{13}}{13}$.

（1）根据DE⊥平面ABCD，得到DE⊥AC，再根据四边形ABCD是菱形，得到AC⊥BD，然后利用线面垂直的判定定理证明即可；

（2）取DE的三等分点G，使EG＝2GD，易证AFGD为正方形，进而证得$FG//$平面BCE，得到F到平面BCE的距离与G到平面BCE的距离相等，然后利用等体积法求解.

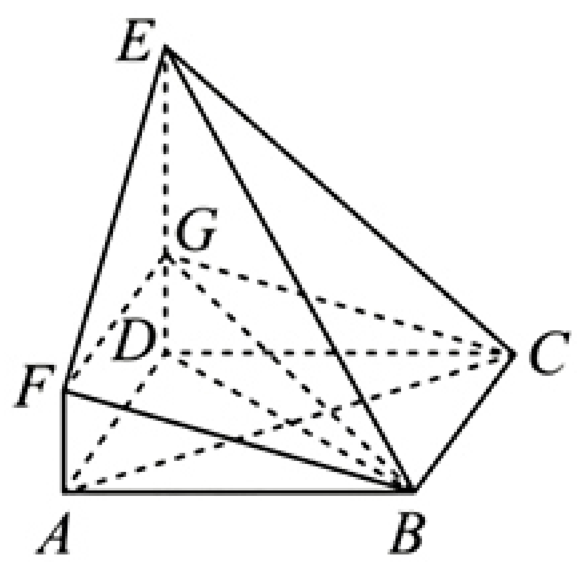
（1）因为DE⊥平面ABCD，所以DE⊥AC.

因为四边形ABCD是菱形，所以AC⊥BD.

又$BD\cap DE=D$，所以AC⊥平面BDE.

而$BE\subset$平面BDE，所以AC⊥BE.

（2）如图所示：



取 DE 的三等分点 G，使 EG＝2GD，易证 AFGD 为正方形，则 $FG//AD//BC$

因为 $FG \not\subset$ 平面 BCE，所以 $BC \subset$ 平面 BCE，

所以 $FG//$ 平面 BCE，

所以 F 到平面 BCE 的距离与 G 到平面 BCE 的距离相等，

连接 BG，CG． 因为 $DE=6$，底面 ABCD 是边长为 2 的菱形，且 $\angle DAB=60^{\circ}$，

所以三棱锥 C—BEG 的体积为 $V_{C-BEG}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times4\times2\times\sqrt{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，

在 $\triangle BCE$ 中，$BE=CE=\sqrt{BD^2+DE^2}=2\sqrt{10}, BC=2$，

所以 $\triangle BCE$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times2\times\sqrt{(2\sqrt{10})^2-1}=\sqrt{39}$

设 F 到平面 BCE 的距离为 d，则 $\frac{1}{3}\times d\times\sqrt{39}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，

所以 $d=\frac{4\sqrt{13}}{13}$，即 F 到平面 BCE 的距离为 $\frac{4\sqrt{13}}{13}$.

20．（1） $P_0=\frac{1}{3}$ （2）当 $0<P_0<\frac{4}{9}$ 时，他们都选择 A 方案进行抽奖时，累计得分的均值较大；当 $\frac{4}{9}<P_0<1$ 时，他们都选择 B 方案进行抽奖时，累计得分的均值较大；当 $P_0=\frac{4}{9}$ 时，他们都选择 A 方案或都选择 B 方案进行抽奖时，累计得分的均值相等

（1）首先求解出对立事件"$X=5$"的概率，再根据对立事件概率公式求得结果；（2）利用二项分布均值公式求解出 $E(X_1)$ 和 $E(X_2)$，根据均值的性质求得两人全选 A 方案或 B 方案的均值，比较两个均值的大小，得到 P_0 不同取值的情况下应选取的方案.

（1）由已知得，甲中奖的概率为 $\frac{2}{3}$，乙中奖的概率为 P_0，且两人中奖与否互不影响

记"这 2 人的累计得分 $X\le3$"的事件为 C，则事件 C 的对立事件为"$X=5$"

$\because P(X=5)=\frac{2}{3}P_0 \quad \therefore P(C)=1-P(X=5)=1-\frac{2}{3}P_0=\frac{7}{9}$

$\therefore P_0=\frac{1}{3}$

（2）设甲、乙都选择 A 方案抽奖的中奖次数为 X_1，都选择 B 方案抽奖的中奖次数为 X_2

则这两人选择 A 方案抽奖累计得分的均值为 $E(2X_1)$，选择 B 方案抽奖累计得分的均值为 $E(3X_2)$

由已知可得：$X_1 \sim B\left(2,\frac{2}{3}\right)$，$X_2 \sim B(2,P_0)$

$\therefore E(X_1)=2\times\frac{2}{3}=\frac{4}{3}$，$E(X_2)=2P_0$

$\therefore E(2X_1)=2E(X_1)=\frac{8}{3}$，$E(3X_2)=3E(X_2)=6P_0$

若 $E(2X_1)>E(3X_2)$，则 $\frac{8}{3}>6P_0$　$\therefore 0<P_0<\frac{4}{9}$

若 $E(2X_1)<E(3X_2)$，则 $\frac{8}{3}<6P_0$　$\therefore \frac{4}{9}<P_0<1$

若 $E(2X_1)=E(3X_2)$，则 $\frac{8}{3}=6P_0$　$\therefore P_0=\frac{4}{9}$

综上所述：当 $0<P_0<\frac{4}{9}$ 时，他们都选择 A 方案进行抽奖时，累计得分的均值较大

当 $\frac{4}{9}<P_0<1$ 时，他们都选择 B 方案进行抽奖时，累计得分的均值较大

当 $P_0=\frac{4}{9}$ 时，他们都选择 A 方案或都选择 B 方案进行抽奖时，累计得分的均值相等

本题考查对立事件概率的求解、二项分布均值求解及均值性质的应用问题，利用均值来解决实际问题，属于常规题型.

21．(1)证明见解析

(2)$\frac{\sqrt{114}}{38}$

（1）取 AC 的中点 G，连接 NG,DG，易证四边形 $DMNG$ 为平行四边形，则有 $MN//DG$，再由线面平行的判定证结论；

（2）由题设及面面、线面垂直的性质可得 $CM\perp DF$、$DE\perp CM$，线面垂直的判定有 CM⊥平面 DEF，连接 GE,GB 得到 $CGB-DEF$ 为三棱柱，设 $DE=m$，用 m 表示多面体 $ABCDEF$ 的体积求参，构建空间直角坐标系，向量法求直线 MN 与平面 ABF 所成角的正弦值.

（1）取 AC 的中点 G，连接 NG,DG，则 NG 为 $\triangle ABC$ 的中位线，

所以 $NG//BC$，且 $NG=\frac{1}{2}BC$，又 $DM//BC$，且 $DM=\frac{1}{2}BC$，

所以 $NG//DM$，且 $NG=DM$，即四边形 $DMNG$ 为平行四边形，

所以 $MN//DG$，又 $MN\not\subset$ 平面 $ACDE$，$DG\subset$ 平面 $ACDE$，

故 $MN//$ 平面 $ACDE$.

（2）连接 CM，在菱形 $BCDF$ 中 $\angle CBF=60^\circ$，则 $CM\perp DF,CM=\sqrt{3}$.

在直角梯形 $ACDE$ 中 $AC\perp CD$，所以 $DE\perp CD$，

因为面 $BCDF\perp$ 面 $ACDE$，面 $BCDF\cap$ 面 $ACDE=CD,DE\subset$ 面 $ACDE$，

所以 $DE\perp$ 平面 $BCDF$，又 $CM\subset$ 平面 $BCDF$，故 $DE\perp CM$，

又 $DF\cap DE=D$， $DF,DE\subset$面 DEF ，所以$CM\perp$平面 DEF .

连接GE,GB，因为 $AC=2DE$ ，即 $CG=DE$ ，且 $CG//DE$ ，

所以$CDEG$为平行四边形，$CD//EG//BF$ 且$CD=EG=BF$，则$CGB-DEF$ 为三棱柱，

设 $DE=m$，则 $AC=2m$， 三棱柱$CGB-DEF$ 的体积$V_1=S_{\triangle DEF}\times CM=\frac{1}{2}\times 2\times m\times CM=\sqrt{3}m$.

连接GF，则三棱锥$F-ABG$的体积$V_2=\frac{1}{3}\times S_{\triangle ABG}\times CM=\frac{1}{3}\times S_{\triangle BCG}\times CM=\frac{1}{3}\times S_{\triangle DEF}\times CM=\frac{\sqrt{3}}{3}m$.

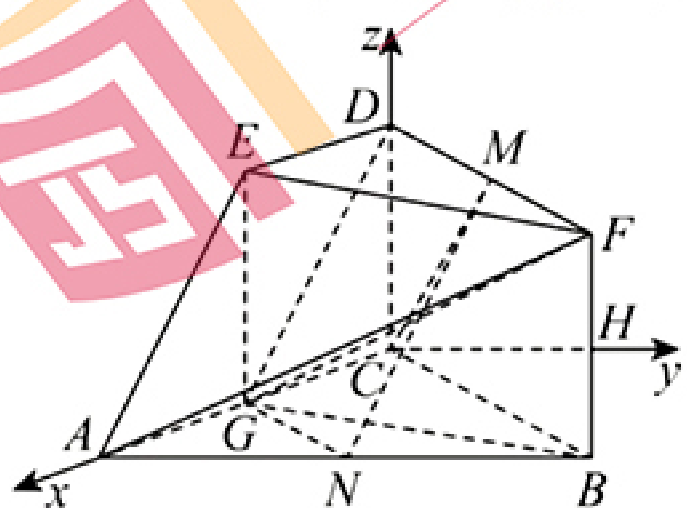
取 BF 中点 H，连接CH，则 $CH\perp CD,CH=\sqrt{3}$，

面 $BCDF\perp$面 $ACDE$，面 $BCDF\cap$面 $ACDE=CD,CH\subset$面 $BCDF$，则$CH\perp$面 $ACDE$，

所以三棱锥 $F-AGE$ 的体积$V_3=\frac{1}{3}\times S_{\triangle AGE}\times CH=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times m\times 2\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}m$，

由多面体 $ABCDEF$ 的体积为$\frac{10\sqrt{3}}{3}$，得：$\sqrt{3}m+\frac{\sqrt{3}}{3}m+\frac{\sqrt{3}}{3}m=\frac{10\sqrt{3}}{3}$，解得 $m=2$.

综上，CA,CH,CD 两两垂直，以C 为坐标原点，CA,CH,CD 所在直线分别为x,y,z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系.



则 $C(0,0,0),A(4,0,0),B(0,\sqrt{3},-1),D(0,0,2)$， $G(2,0,0)$，

$\overrightarrow{AB}=(-4,\sqrt{3},-1),\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{CD}=(0,0,2)$， $\overrightarrow{NM}=\overrightarrow{GD}=(-2,0,2)$，

设面 ABF 的法向量为$\vec{m}=(x,y,z)$，由$\begin{cases}\overrightarrow{AB}\cdot\vec{m}=-4x+\sqrt{3}y-z=0\\ \overrightarrow{BF}\cdot\vec{m}=2z=0\end{cases}$，令 $x=\sqrt{3}$，则$\vec{m}=(\sqrt{3},4,0)$，

设直线 MN 与平面 ABF 所成角为θ，所以$\sin\theta=\left|\cos\langle\overrightarrow{NM},\vec{m}\rangle\right|=\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{19}}=\frac{\sqrt{114}}{38}$，

故直线 MN 与平面 ABF 所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{114}}{38}$.

22.（1）见解析（2）$2e<a<e^2$ 或 $a>e^2$.

（1）对函数 $f(x)$ 进行求导并因式分解，令 $f'(x)=0$，求出根，对两根大小进行讨论，即可得到函数 f（x）的单调性;

（2）将 $f(x)+\frac{1}{2}a=0$ 因式分解 $(x-2)\left(e^x-\frac{1}{2}ax\right)=0$，可知 $x=2$ 是方程的一个解，因此 $e^x-\frac{1}{2}ax=0$ 有 2 个实数根且 $x\neq 0,x\neq 2$，构造函数，求导利用单调性和极值即可得到实数 a 的取值范围.

（1） $f'(x)=-a(x-1)+(x-1)e^x=(x-1)\left(e^x-a\right)$，

$\because a\geq 0$， 由 $f'(x)=0$ 可得 $x=1$ 或 $x=\ln a$，

（i）当 $0<a<e$ 时， $1>\ln a$，

在 $(1,+\infty),(-\infty,\ln a)$ 上， $f'(x)>0, f(x)$ 单调递增，

在 $(\ln a,\ 1)$ 上， $f'(x)<0, f(x)$ 单调递减；

（ii）当 $a=e$ 时， $\ln a=1$， $f'(x)>0$ 在 R 上恒成立，即 $f(x)$ 在 R 上单调递增；

（iii）当 $a>e$ 时， $\ln a\geq 1$，

在 $(\ln a,+\infty)$， $(-\infty,1)$ 上， $f'(x)>0, f(x)$ 单调递增，

在 $(1,\ln a)$ 上， $f'(x)<0, f(x)$ 单调递减；

（2） $\because f(x)+\frac{1}{2}a=-\frac{1}{2}ax^2+ax+(x-2)e^x=(x-2)\left(e^x-\frac{1}{2}ax\right)=0$ 有 3 个实数根，

$x=2$ 显然是方程的一个解，故 $e^x-\frac{1}{2}ax=0$ 有 2 个实数根且 $x\neq 0, x\neq 2$，

即 $a=\frac{2e^x}{x}(x\neq 2, x\neq 0)$，

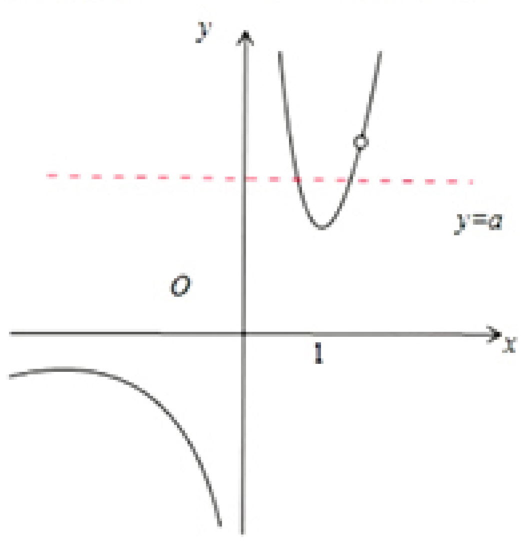
令 $g(x)=\frac{2e^x}{x}$， 则 $g'(x)=\frac{2e^x(x-1)}{x^2}$，

当 $x\in(-\infty,0),(0,1)$ 时， $g'(x)<0, g(x)$ 单调递减，

当 $x\in(1,2),(2,+\infty)$， $g'(x)>0, g(x)$ 单调递增，

当 $x<0$ 时， $g(x)<0, x=1$ 时， $g(x)$ 取得极小值， $g(1)=2e$，

又 $g(2)=e^2$， 则 $2e<a<e^2$ 或 $a>e^2$.



本题考查了利用导数研究函数的单调性极值、方程的解转化为函数的交点个数，考查了数形结合思想方法、推理能力与计算能力，属于难题.