

2024 届高三一轮复习联考(三)  
数学试题

注意事项:

- 1.答卷前,考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。
- 2.回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟,满分 150 分

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1.已知  $M, N$  是全集  $U$  的非空子集,且  $M \subseteq [U, N]$ , 则

- A.  $N \subseteq M$                       B.  $M \subseteq N$                       C.  $[U, M] \subseteq [U, N]$                       D.  $N \subseteq [U, M]$

2.若  $z$  满足  $(1+i)z = -2+i$ , 则  $|z| =$

- A.  $\frac{5}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{10}}{2}$                       C. 5                      D.  $\sqrt{10}$

3.已知非零向量  $a, b$ , 那么“ $a = tb$ ”是“ $|a - b| = |a| - |b|$ ”的

- A. 充分而不必要条件                      B. 必要而不充分条件  
C. 充要条件                      D. 既不充分也不必要条件

4.记  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c, a = 4, c = 6, B = \frac{\pi}{3}$ , 则  $AC$  边上的高为

- A.  $\frac{\sqrt{21}}{7}$                       B.  $\frac{2\sqrt{21}}{7}$                       C.  $\frac{3\sqrt{21}}{7}$                       D.  $\frac{6\sqrt{21}}{7}$

5.已知某物种  $t$  年后的种群数量  $y$  近似满足函数模型:  $y = k_0 \cdot e^{1.44 - 0.12t}$  ( $k_0 > 0$ ). 自 2023 年初起, 经过  $n$  年后 ( $n \in \mathbb{N}^+$ ), 当该物种的种群数量不足 2023 年初的 20% 时,  $n$  的最小值为(参考数据:  $\ln 5 \approx 1.6094$ )

- A. 10                      B. 11                      C. 12                      D. 13

6.过点  $(2, 0)$  作曲线  $f(x) = xe^x$  的两条切线, 切点分别为  $(x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2))$ , 则  $\frac{1}{x_1} +$

- $\frac{1}{x_2} =$   
A. -2                      B. -1                      C. 1                      D. 2

一轮复习联考(三) 数学试题 第 1 页(共 4 页)

7. 对于一个给定的数列  $\{a_n\}$ , 令  $b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$ , 则数列  $\{b_n\}$  称为数列  $\{a_n\}$  的一阶商数列, 再令  $c_n =$

$\frac{b_{n+1}}{b_n}$ , 则数列  $\{c_n\}$  是数列  $\{a_n\}$  的二阶商数列. 已知数列  $\{A_n\}$  为  $1, 2, 8, 54, 1024, \dots$ , 且它的二

阶商数列是常数列, 则  $A_7 =$

- A.  $2^{12}$                       B.  $2^{18}$                       C.  $2^{21}$                       D.  $2^{36}$

8. 已知函数  $f(x) = e^x + e^{-x}$ , 设  $a = f\left(\frac{1}{5}\right)$ ,  $b = f\left(\sin \frac{1}{5}\right)$ ,  $c = f\left(\ln \frac{6}{5}\right)$ , 则

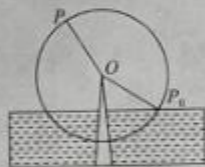
- A.  $c < b < a$                       B.  $a < b < c$                       C.  $b < a < c$                       D.  $b < c < a$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分。

9. 设正实数  $a, b$  满足  $a + b = 1$ , 则

- A.  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  有最大值 4                      B.  $\sqrt{ab}$  有最大值  $\frac{1}{2}$   
C.  $\log_2 a + \log_2 b \leq -2$                       D.  $2^a + 2^b \geq 2\sqrt{2}$

10. 一半径为 2 米的水轮, 水轮圆心  $O$  距离水面 1 米(如图). 已知水轮按逆时针方向绕圆心  $O$  做匀速转动, 每 1 分钟转动一圈, 如果当水轮上点  $P$  从水面浮现时开始计时, 则下列判断正确的有



- A. 点  $P$  第一次到达最高点需要 20 秒  
B. 点  $P$  第一次到达最低点需要 45 秒  
C. 在水轮转动的一圈内, 有 20 秒的时间, 点  $P$  在水面的下方  
D. 当水轮转动 30 秒时, 点  $P$  距离水面的高度是 2 米
11. 已知正三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  的各棱长都为 1,  $E$  为  $AB$  的中点, 则
- A.  $BC_1 \parallel$  平面  $A_1EC$   
B. 二面角  $A_1-EC-A$  的正弦值为  $\frac{\sqrt{5}}{5}$   
C. 点  $A$  到平面  $A_1BC_1$  的距离为  $\frac{\sqrt{21}}{7}$   
D. 若棱柱的各顶点都在同一球面上, 则该球的半径为  $\frac{\sqrt{21}}{6}$

一轮复习联考(三) 数学试题 第 2 页(共 4 页)

12. 设定义在  $\mathbb{R}$  上的函数  $f(x)$  的导函数为  $f'(x)$ , 若  $f(x+1)$  与  $f(x+2)$  均为偶函数, 则下列说法正确的是

- A.  $f(x)$  的图象关于直线  $x=1$  对称  
B. 2 为函数  $f(x)$  的周期  
C.  $f'(x)$  的图象关于点  $(2,0)$  中心对称  
D.  $f'(x)$  为偶函数

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \log_2(x+1), & x > 0, \\ f(x+2), & x \leq 0, \end{cases}$  则  $f(-3)$  的值为 \_\_\_\_\_.

14. 已知  $\alpha$  为锐角且满足  $1 + \frac{\sqrt{3}}{\tan 30^\circ} = \frac{1}{\cos \alpha}$ , 则  $\sin(\alpha + 20^\circ) =$  \_\_\_\_\_.

15. 已知各项均不为 0 的数列  $\{a_n\}$  满足  $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{a_n + 1}$ , 且  $a_1 = \frac{1}{2}$ , 则  $a_{2018} =$  \_\_\_\_\_.

16. 在四棱锥  $M-ABCD$  中,  $BC \parallel AD$ ,  $AB \perp AD$ ,  $AB = \sqrt{3}$ ,  $AD = 3$ ,  $BC = 2$ ,  $MA = MB = MD = 2\sqrt{5}$ , 则三棱锥  $M-BCD$  外接球的表面积为 \_\_\_\_\_.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分) 已知等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $S_1 = -99$ ,  $S_1 = S_{11}$ .

- (1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;  
(2) 若对任意正整数  $n$ , 均有  $S_n \leq S_m + 1$ , 求正整数  $m$  的最大值.

18. (12 分) 已知向量  $m = \left(2\sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right), \sqrt{3}\right)$ , 向量  $n = \left(\sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right), \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)\right)$ ,  $f(x) = m \cdot n$ .

- (1) 求函数  $f(x)$  的单调增区间;  
(2) 若  $g(x) = f(\omega x) - 1$  ( $\omega > 0$ ) 在  $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$  上有唯一的零点, 求  $\omega$  的取值范围.

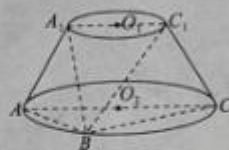
一轮复习联考(三) 数学试题 第 3 页(共 4 页)

19. (12分) 已知函数  $f(x) = x^3 + \frac{3m}{2}x^2 - 3x + 2$ .

- (1) 若  $f(x)$  在  $(\frac{1}{2}, 2)$  上存在单调减区间, 求实数  $m$  的取值范围;  
 (2) 若  $f(x)$  在区间  $(m, +\infty)$  上有极小值, 求实数  $m$  的取值范围.

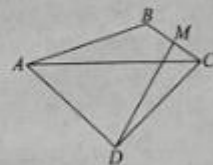
20. (12分) 如图, 圆台  $O_1O_2$  的轴截面为等腰梯形  $A_1ACC_1$ ,  $AC = 4$ ,  $AA_1 = A_1C_1 = 2$ ,  $B$  为下底面圆周上异于  $A, C$  的点.

- (1) 在线段  $BC$  上是否存在一点  $P$ , 使得  $C_1P \parallel$  平面  $A_1AB$ ? 若存在, 指出点  $P$  的位置, 并证明; 若不存在, 请说明理由;  
 (2) 若四棱锥  $B-A_1ACC_1$  的体积为  $2\sqrt{3}$ , 求平面  $A_1AB$  与平面  $C_1CB$  夹角的余弦值.



21. (12分) 如图, 在平面凸四边形  $ABCD$  中,  $AB = 2BC = 2$ ,  $AD = CD$ ,  $\angle ADC = \frac{\pi}{2}$ ,  $M$  为边  $BC$  的中点.

- (1) 若  $\angle ABC = \frac{2\pi}{3}$ , 求  $\triangle ACD$  的面积;  
 (2) 求  $DM$  的最大值.



22. (12分) 已知函数  $f(x) = x(\ln x - x - 1)$ ,  $a \in \mathbf{R}$ .

- (1) 当  $a = 1$  时, 求证:  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调递减;  
 (2) 若  $f(x) + x = 0$  有两个不相等的实数根  $x_1, x_2$ .  
 (I) 求实数  $a$  的取值范围;  
 (II) 求证:  $x_1 \cdot x_2 > e^2$ .

一轮复习联考(三) 数学试题 第4页(共4页)



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (网址: [www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖

全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

