题号	1	2	3	4	5	6	7	8
选项	C	B	B	A	D	D	C	A

二、多项选择题 本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分．

题号	9	10	11	12
选项	ABD	ACD	AD	CD

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分

13. 32　　14. -6 或 2　　15. $\frac{1}{28}$　　16. $\frac{\sqrt{15}}{2}$

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17．解：(1) 因为 $a_n+2S_n=n^2+2n$ ①，所以 $a_{n-1}+2S_{n-1}=(n-1)^2+2(n-1)$ ②，

①-② 得：$3a_n-a_{n-1}=2n+1$ ……………………………………2 分

在①中，令 $n=1$，得：$a_1=1$ ……………………………………4 分

因为 $3(a_n-n)=a_{n-1}-(n-1)$，$a_1-1=0$，

所以数列 $\{a_n-n\}$ 是常数列……………………………………5 分

(2) 设数列$\{2^n \cdot a_n\}$的前n项的和为T_n，由(1)得：$a_n = n$，

$T_n = 2 + 2\cdot 2^2 + 3\cdot 2^3 + \cdots + n\cdot 2^n$①

$2T_n = \quad 2^2 + 2\cdot 2^3 + \cdots + (n-1)\cdot 2^n + n\cdot 2^{n+1}$②

①-②得：$-T_n = 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^n - n\cdot 2^{n+1}$ ……………………………7 分

所以$T_n = (n-1)\cdot 2^{n+1} + 2$ ……………………………………………………………

10 分

18．解：(1) 因为$\frac{\cos C}{\cos B - \cos C} + \frac{\sin C}{\sin B - \sin C} = 0$，

所以$\cos C(\sin B - \sin C) + \sin C(\cos B - \cos C) = 0$

所以$\sin B\cos C + \cos B\sin C = 2\sin C\cos C \Rightarrow \sin(B+C) = \sin 2C$

所以$\sin(\pi - A) = \sin 2C \Rightarrow \sin A = \sin 2C$ ……………………………………2 分

因为$A \in (0,\pi)$，$2C \in (0,2\pi)$，

所以$A = 2C$或$A + 2C = \pi$ ……………………………………………………………

4 分

当$C = \frac{\pi}{3}$时，$A = \frac{2}{3}\pi$，$A + C = \pi$与$A + C + B = \pi$矛盾，故舍去，

因为$A + C + B = \pi$，所以$B = C = \frac{\pi}{3}$，所以$A = \frac{\pi}{3}$ ……………………………6 分 (2)

因为$b \neq c$，所以$B \neq C$，所以$A = 2C$ ……………………………………………7 分

所以$\sin A = \sin 2C \Rightarrow \sin A = 2\sin C\cos C$

在ΔABC中，由正弦定理得：$a = 2c\cos C$ ……………………………………

9 分

在ΔABC中，由余弦定理得：$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$，

所以$a = 2c \times \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ ……………………………………………………

11 分

所　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　以

$a = 2\sqrt{7}$ ……………………………………………………………………12 分

18．(1) 证明：连接 AC_1，交 A_1C 于 N'．

在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 ACC_1A_1 为平行四边形，

因为 AC_1，A_1C 是平行四边形的对角线，所以 N' 为 A_1C 的中点，

所以 N 与 N' 重合，所以 N 为 AC_1 的中点…………………………………………1 分

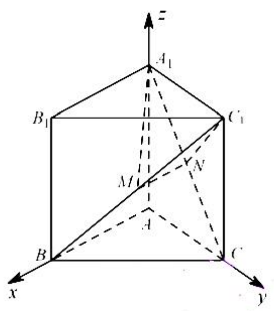
在 ΔC_1AB 中，因为 M,N 分别是 BC_1,AC_1 的中点，所以 $MN//AB$ ………………3 分

因为 $MN\not\subset$ 平面ABC，$AB\subset$ 平面ABC，所以 $MN//$ 平面ABC ……………………4 分

(2) 在 ΔABC 内，因为 $AB=AC=4$，$BC=4\sqrt{2}$，所以 $AB^2+AC^2=BC^2$，所以 $AB\perp AC$，

在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AA_1\perp$ 平面ABC，

因为 $AB,AC\subset$ 平面ABC，所以 $AA_1\perp AB, AA_1\perp AC$，以 $\{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AA_1}\}$ 为正交基底，建立如图所示的空间直角坐标系 $O-xyz$ ………………………………6 分



则 $A(0,0,0)$，$B(4,0,0)$，$C(0,4,0)$，$A_1(0,0,6)$，

$C_1(0,4,6)$，所以 $M(2,2,3)$，$N(0,2,3)$，

所以 $\overrightarrow{A_1M}=(2,2,-3)$，$\overrightarrow{A_1N}=(0,2,-3)$，

设平面 A_1MN 的一个法向量为 $\vec{n}=(x_0,y_0,z_0)$，因为 $\vec{n}\perp\overrightarrow{A_1M}$，$\vec{n}\perp\overrightarrow{A_1N}$，

所以 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{A_1M}=2x_0+2y_0-3z_0=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{A_1N}=2y_0-3z_0=0\end{cases}$

令 $z_0=2$，则 $y_0=3$，$x_0=0$，所以 $\vec{n}=(0,3,2)$ ……………………………………8 分

同理：平面 C_1MN 的一个法向量为 $\vec{m}=(0,-3,2)$ ……………………………………10 分

设二面角 A_1-MN-C_1 为 θ，$\theta\in[0,\pi]$，

则 $|\cos\theta|=\left|\cos\left\langle\vec{m},\vec{n}\right\rangle\right|=\frac{|\vec{m}\cdot\vec{n}|}{|\vec{m}||\vec{n}|}=\frac{5}{\sqrt{13}\sqrt{13}}=\frac{5}{13}$ ……………………………………11 分

所以 $\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\frac{12}{13}$，

综上所述：二面角 A_1-MN-C_1 的正弦值为 $\frac{12}{13}$ ……………………………………

12 分

20．解：(1)“某位进入决赛的选手三组射击后得分为 14 分”记事件 A，

所以 $P(A)=C_3^2\left(\frac{3}{5}\right)^2\times\frac{2}{5}=\frac{54}{125}$ ………………………………………………3

分

答：某位进入决赛的选手三组射击后得分为 14 分的概率为 $\frac{54}{125}$ …………4

分

(2) 随机变量 ξ 的可能取值为 $12,13,14,15$，

$P(\xi=12)=\left(\frac{2}{5}\right)^3=\frac{8}{125}$；$P(\xi=13)=C_3^1\left(\frac{2}{5}\right)^2\times\frac{3}{5}=\frac{36}{125}$；

$P(\xi=14)=C_3^2\left(\frac{3}{5}\right)^2\times\frac{2}{5}=\frac{54}{125}$；$P(\xi=15)=\left(\frac{3}{5}\right)^3=\frac{27}{125}$. 所以随机变量 ξ 的分布表为：

ξ	12	13	14	15
P	$\frac{8}{125}$	$\frac{36}{125}$	$\frac{54}{125}$	$\frac{27}{125}$

……………………………………

…10 分

$E(\xi)=12\times\frac{8}{125}+13\times\frac{36}{125}+14\times\frac{54}{125}+15\times\frac{27}{125}=\frac{69}{5}$ ……………………………12 分

21．解：(1) 法一：设 $A(x_1,y_1)$， $B(x_2,y_2)$，线段 AB 的中点为 H，

直线 AB,OH 的斜率分别为 k_{AB},k_{OH}，

因为点 A,B 在椭圆上，所以 $\begin{cases}\frac{x_1^2}{2}+y_1^2=1 & ①\\ \frac{x_2^2}{2}+y_2^2=1 & ②\end{cases}$

①-②得：$k_{AB}\cdot k_{OH}=-\frac{1}{2}$，所以$k_{AB}=-\frac{1}{2}=-\sqrt{2}$ ……………………………………4 分

法二：设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，直线$AB:y=kx-k+\frac{\sqrt{2}}{4}$，

由$\begin{cases} y=kx-k+\frac{\sqrt{2}}{4} \\ x^2+2y^2=2 \end{cases}$ 联立得：$(2k^2+1)x^2+(\sqrt{2}-4k)kx+2\left(\frac{\sqrt{2}}{4}-k\right)^2-2=0$，

所以$x_1+x_2=\frac{-(\sqrt{2}-4k)k}{2k^2+1}=2\Rightarrow k=-\sqrt{2}$，经检验$k=-\sqrt{2}$时，$\Delta>0$ ……4 分

(2) 因为$\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{FC}=\vec{0}$，所以$F$为$\Delta ABC$的重心，

因为$F(1,0)$，线段AB的中点在直线$x=1$上，

所以点C在直线$x=1$上，所以$C\left(1,\pm\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ……………………………………6

分

不妨设点C在x轴的下方，因为F为ΔABC的重心，所以$FC=2FH$

所以线段AB的中点$H\left(1,\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$……………………………………………………

8 分

由（1）知：$k_{AB}=-\frac{1}{2}=-\sqrt{2}$

所以直线AB的方程为$4x+2\sqrt{2}y-5=0$……………………………………11

分由椭圆的对称性可知：当点C在x轴的上方时，

直线AB的方程为$4x-2\sqrt{2}y-5=0$，

综上：直线AB的方程为$4x+2\sqrt{2}y-5=0$或$4x-2\sqrt{2}y-5=0$ ……12 分

22．解：(1) $g(x)=\ln x-\frac{a}{x}+a$，

所以$g'(x)=\frac{1}{x}+\frac{a}{x^2}=\frac{x+a}{x^2}(x>0)$ …………………………………………………1

分

1^0当$a\geq 0$时，因为$g'(x)>0$，所以函数$g(x)$在$(0,+\infty)$上为增函数 ………2 分

2^0 当 $a<0$ 时， 函 数 $g(x)$ 在 $(0,-a)$ 上 为 减 函 数， 在 $(-a,+\infty)$ 上 增 函

数 ……………………………………………………………………4分

综上所述：①当$a\ge 0$时，函数$g(x)$为增函数；

②当$a<0$时，函数$g(x)$在$(0,-a)$上为减函数，在$(-a,+\infty)$上为增函数 ……………………………………………………5分

（2）若函数$f(x)$有且只有一个零点，则函数$g(x)$有且只有一个零点，且$g(1)=0$，

由(1)知：$a\ge 0$满足题意……………………………………………………6分

当$a<0$时，

①$a<-1$时，因为函数$g(x)$在$(0,-a)$上为减函数，所以$g(-a)<g(1)=0$，

因为$g\left(e^{-a}\right)=-\dfrac{a}{e^{-a}}>0$，因为函数$g(x)$在$(-a,+\infty)$上为增函数，

所以$\exists$唯一$x_0\in\left(-a,e^{-a}\right)$，使$g(x_0)=0$，所以函数$g(x)$恰有两个零点，不满足题意 ……………………………………………………8分

②$-1<a<0$时，因为函数$g(x)$在$(-a,+\infty)$上为增函数，所以$g(-a)<g(1)=0$，

$$g\left(\left(\frac{-a}{a+2}\right)^2\right)=\ln\left(\frac{-a}{a+2}\right)^2+a\left[1-\left(\frac{a+2}{-a}\right)^2\right]>2-\frac{2}{\frac{-a}{a+2}}+a\left[1-\left(\frac{a+2}{-a}\right)^2\right]=0,$$

因为$\left(\dfrac{-a}{a+2}\right)^2-(-a)=\dfrac{a(a+4)(a+1)}{(a+2)^2}<0$，函数$g(x)$在$(0,-a)$上为减函数，

所以$\exists$唯一$x_1\in\left(\dfrac{a^2}{(a+2)^2},-a\right)$，使$g(x_1)=0$，所以函数$g(x)$恰有两个零点，不满足题意……………………………………………………10分-

③$a=-1$时，函数$g(x)$在$(0,1)$上为减函数，在$(1,+\infty)$上为增函数，

所以$g(x)_{\min}=g(-1)=0$，函数$g(x)$有且只有一个零点，满足题意.

综上所述：实数a的取值范围为$\{a|a=-1,或a\geq 0\}$ ……………………………

12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。