

机密★启用前

试卷类型 A

山东名校考试联盟  
2023—2024 学年高三年级上学期期中检测  
数学试题

2023.11

本试卷共 4 页, 22 小题, 满分 150 分. 考试用时 120 分钟.

注意事项:

- 答卷前, 考生务必用黑色字迹钢笔或签字笔将自己的姓名、考生号、考场号和座位号填写在答题卡上. 用 2B 铅笔将试卷类型(A)填涂在答题卡相应位置上. 将条形码横贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”
- 作答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案, 答案不能答在试卷上.
- 非选择题必须用黑色字迹钢笔或签字笔作答, 答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新的答案; 不准使用铅笔和涂改液. 不按以上要求作答的答案无效.
- 考生必须保持答题卡的整洁. 考试结束后, 将试卷和答题卡一并交回.

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

- 已知全集  $U = \{x \in \mathbb{N} \mid |x - 3| \leq 3\}$ , 集合  $A = \{2, 4\}$ , 则  $\complement_U A =$   
A.  $\{2, 4\}$       B.  $\{1, 3, 5, 6\}$       C.  $\{0, 1, 2, 3, 5, 6\}$       D.  $\{0, 1, 3, 5, 6\}$ .
- 复数  $\frac{11+10i}{3-2i}$  在复平面内对应的点位于  
A. 第一象限      B. 第二象限      C. 第三象限      D. 第四象限
- 已知函数  $f(x) = x + \frac{2}{x}$ ,  $p$ : 函数  $f(x)$  的定义域为  $[2, +\infty)$ ,  $q$ : 函数  $f(x)$  的值域为  $[3, +\infty)$ , 则  
A.  $p$  是  $q$  的充分不必要条件  
B.  $p$  是  $q$  的必要不充分条件  
C.  $p$  是  $q$  的充要条件  
D.  $p$  既不是  $q$  的充分条件, 也不是  $q$  的必要条件

高三数学试题 第 1 页 (共 4 页)



4. 已知  $\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) = \frac{\sqrt{2}}{3}$ , 则  $\cos\left(2\alpha + \frac{4\pi}{3}\right)$  的值为

- A.  $\frac{5}{9}$       B.  $-\frac{5}{9}$       C.  $\frac{1}{3}$       D.  $-\frac{1}{3}$

5. 各项均为正数的等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $-a_1, \frac{3}{4}a_2, a_3$  成等差数列, 若  $a_1 = 1$ , 则  $S_4 =$

- A.  $\frac{5}{8}$  或 15      B.  $\frac{5}{8}$  或 -5      C. 15      D.  $\frac{5}{8}$

6. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} (4a-1)x-1, & x \leq 1 \\ a^{1-x}, & x > 1 \end{cases}$  为  $\mathbf{R}$  上的单调递增函数, 则  $a$  的取值范围是

- A.  $\left(\frac{1}{4}, 1\right)$       B.  $\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)$       C.  $(1, +\infty)$       D.  $\left(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right]$

7. 在  $\triangle ABC$  中  $AB = 2AC$ ,  $\angle BAC$  的平分线  $AD$  交边  $BC$  于点  $D$ , 记  $\overrightarrow{AC} = \mathbf{a}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$ , 则  $\overrightarrow{AB} =$

- A.  $3\mathbf{a} - 2\mathbf{b}$       B.  $-2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$       C.  $3\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$       D.  $2\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$

8. 定义在  $(0, +\infty)$  上的可导函数  $f(x)$ , 满足  $f'(x) + \frac{2f(x)}{x} = \frac{\ln x}{x^2}$ , 且  $f(e) = \frac{1}{2e}$ , 若  $a =$

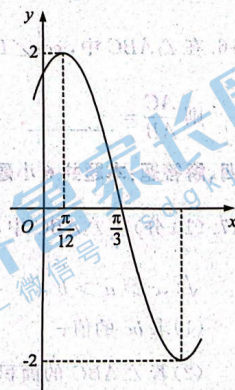
$f\left(\frac{1}{e}\right)$ ,  $b = f\left(\frac{\sqrt{2}\ln 2}{4}\right)$ ,  $c = f(\ln\sqrt{2})$ , 则  $a, b, c$  的大小关系是

- A.  $a > b > c$       B.  $a > c > b$       C.  $b > c > a$       D.  $c > b > a$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图象如图所示, 下列说法正确的是

- A.  $f(0) = \sqrt{3}$   
 B. 函数  $f(x)$  的图象关于直线  $x = -\frac{\pi}{6}$  对称  
 C. 函数  $f(x)$  在  $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{12}\right]$  上单调递减  
 D. 将函数  $f(x)$  图象向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位所得图象关于  $y$  轴对称



高三数学试题 第 2 页 (共 4 页)



10. 已知数列  $\{a_n\}$  是公比为  $q$  的等比数列, 前  $n$  项和为  $S_n$ . 数列  $\{b_n\}$  是公差为  $d$  的等差数列, 前  $n$  项和为  $T_n$ . ( $n \in \mathbb{N}^*$ ) 下列说法错误的有
- A.  $T_n$  一定是关于  $n$  的二次函数.  
 B. 若  $b_m + b_n = b_p + b_q$ , 则  $m + n = p + q$ .  
 C.  $a_1 > 0, q > 1$  是  $\{a_n\}$  为单调递增数列的充分不必要条件.  
 D. 数列  $\{a_n + a_{n+1}\}$  一定是等比数列.

11. 若实数  $a, b$  满足  $a^2 + b^2 - mab = 9, m \in \mathbb{R}$ , 则
- A. 当  $m=1$  时,  $a^2 + b^2$  有最大值  
 B. 当  $m=3$  时,  $ab$  有最大值  
 C. 当  $m=1$  时,  $a+b$  有最小值  
 D. 当  $m=3$  时,  $a^2 + b^2$  有最小值

12. 已知函数  $f(x) = (x+1)e^x, g(x) = \frac{(x-1)^2}{e^x}$ , 则下列结论正确的是

A. 函数  $g(x)$  的值域是  $\left[0, \frac{4}{e}\right]$ .

B. 若  $F(x) = f(x) - xe^x - \ln x - 2$ , 则  $F(x) > 0$ .

C. 若  $G(x) = \begin{cases} f(x), & x < 0 \\ g(x), & x \geq 0 \end{cases}$ , 则方程  $e^x \cdot [G(x)]^2 - (e^2 + 1)|G(x)| + 1 = 0$  共有 5 个实根.

D. 不等式  $g(x) - ax + a < 0$  在  $(-\infty, 1)$  上有且只有 3 个整数解, 则  $a$  的取值范围是  $[-4e^3, -3e^2]$ .

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知函数  $f(x) = x^2 + 2f'\left(\frac{1}{2}\right)x + \ln x$ , 则  $f(x)$  在点  $(1, f(1))$  的切线方程为 \_\_\_\_\_.

14. 函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的函数, 且  $f(x+1)$  为偶函数,  $f(x+2)$  是奇函数, 当  $x \in [0, 1]$  时,  $f(x) = 3^x - 1$ , 则  $f(2023) =$  \_\_\_\_\_.

15. 在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 已知  $\cos^2 C - \cos^2 B + \sin^2 A = \sin A \sin B = \frac{1}{2}$ , 且  $\triangle ABC$  的面积为  $\sqrt{3}$ , 则边  $c$  的值为 \_\_\_\_\_.

16. 在  $\triangle ABC$  中,  $\cos \angle BAC = \frac{1}{6}, BC, AC$  边上的两条中线分别为  $AM, BN$ , 若  $AM \perp BN$ , 则  $\frac{AC}{AB} =$  \_\_\_\_\_.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 已知  $\frac{\cos B}{b} + \frac{\cos C}{c} = \frac{1}{a}$ , 且  $a = 2$

$\sqrt{2}, c > a > b$ .

(1) 求  $bc$  的值;

(2) 若  $\triangle ABC$  的面积  $S = \sqrt{7}$ , 求  $b, c$  的值.



18. (12分) 数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1=1, a_{n+1}=\frac{2(n+1)}{n}a_n, (n \in \mathbf{N}^*)$

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式.

(2) 求  $\{a_n\}$  前  $n$  项和  $S_n$ .

19. (12分) (12分) 已知函数  $f(x)=x^3+2x^2-ax+2(a \in \mathbf{R})$ .

(1) 若函数  $y=f(x)$  在  $x \in [1, +\infty)$  上单调递增, 求  $a$  的取值范围;

(2) 若函数  $y=f(x)$  的图象与  $y=a(1-x)$  有且只有一个交点, 求  $a$  的取值范围.

20. (12分) (12分) 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c, \vec{m}=(b, a), \vec{n}=(\cos \frac{A+C}{2}, \cos(\frac{3\pi}{2}+A))$ , 且  $\vec{m} \parallel \vec{n}$ .

(I) 若  $c=4, b=\sqrt{7}a$ , 求  $\triangle ABC$  的周长;

(II) 若  $\vec{BM}=2\vec{MA}, |\vec{CM}|=\sqrt{6}$ , 求  $a+c$  的取值范围.

21. (12分) 已知数列  $\{a_n\}, \{b_n\}$ , 满足  $a_1=2$  且点  $(a_n, a_{n+1}) (n \in \mathbf{N}^*)$  在函数  $f(x)=\frac{1}{2}(x+\frac{1}{x})$  的图像上, 且  $b_n=\frac{a_n+1}{a_n-1}$ .

(1) 证明  $\{\log_3 b_n\}$  是等比数列. 并求  $b_n$ .

(2) 令  $c_n=a_n-1$ , 设  $\{c_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ , 证明  $S_n < \frac{3}{2}$ .

22. (12分) 已知函数  $f(x)=\frac{1}{2}ax^2+(1+2a)x+2\ln x, a \in \mathbf{R}$ .

(1) 讨论  $f(x)$  的单调性;

(2) 若方程  $f(x)=e^{-ax}+\frac{1}{2}ax^2$  有两个不相等的实根  $x_1, x_2$ , 证明:  $2x_1 \cdot x_2 < e(x_1+x_2)$

## 关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注齐鲁家长圈微信号：**sdgkjzq**。



微信搜一搜



齐鲁家长圈

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索