2023-2024 学年度第一学期高三年级期中抽测

数学

一、单选题

1．已知集合$U=\{1,2,3,4,5\},A=\{1,3\},B=\{1,2,5\}$，则$A\cup(\complement_U B)=$（　　）

A．$\{1,3,4\}$　　B．$\{1,3\}$　　C．$\{1,2,5\}$　　D．$\{1,2,4,5\}$

2．若$\frac{z-2}{1+i}=i$，则z在复平面对应的点位于（　　）

A．第一象限　　B．第二象限

C．第三象限　　D．第四象限

3．抛掷一个骰子，将得到的点数记为a，则$a,4,5$能够构成钝角三角形的概率是（　　）

A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{6}$

4．已知向量$\vec{a}=(0,-2)$，$\vec{b}=(1,t)$，若向量$\vec{b}$在向量$\vec{a}$上的投影为$-\frac{1}{2}\vec{a}$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}=$（　　）

A．-2　　B．$-\frac{5}{2}$　　C．2　　D．$\frac{11}{2}$

5．已知等比数列$\{a_n\}$的首项为 3，则“$a_9<a_{11}$”是“$a_{11}<a_{14}$”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分又不必要条件

6．已知$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{4}{5},-\frac{\pi}{3}<\theta<\frac{\pi}{6}$，则$\tan\left(2\theta+\frac{\pi}{6}\right)=$（　　）

A．$-\frac{24}{25}$　　B．$\frac{24}{25}$　　C．$\frac{7}{24}$　　D．$-\frac{7}{24}$

7．已知$y=f(x-1)$为偶函数，当$x\geq 1$时，$f(x)=\ln(x^2+2x+3)$．若$f(x_1)>f(x_2)$，则（　　）

A．$(x_1-x_2)(x_1+x_2-2)<0$　　B．$(x_1-x_2)(x_1+x_2-2)>0$

C．$(x_1-x_2)(x_1+x_2+2)<0$　　D．$(x_1-x_2)(x_1+x_2+2)>0$

8．已知抛物线C：$y^2=4x$，过点$(0,3)$的直线与C交于A，B两点，线段AB的垂直平分线与 x 轴的交点为点D，若$AF+BF=6$，则ΔABD的面积为（　　）

A．$\frac{3\sqrt{5}}{2}$　　B．$3\sqrt{5}$　　C．$\frac{5\sqrt{7}}{2}$　　D．$5\sqrt{7}$

二、多选题

9.为调研某地空气质量，连续 10 天测得该地 PM2.5（PM2.5 是衡量空气质量的重要指标，单位：$\mu g/m^3$）的日均值，依次为 36，26，17，23，33，106，42，31，30，33，

则

A.前 4 天的极差大于后 4 天的极差　　B.前 4 天的方差小于后 4 天的方差

C.这组数据的中位数为 31 或 33　　D.这组数据的第 60 百分位数与众数相同

10．函数 $f(x)=A\cos(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,0<\varphi<\pi)$ 在 $x=\frac{5\pi}{12}$ 处取得极小值-2，与此极小值点相邻的 $f(x)$ 的一个零点为 $\frac{\pi}{6}$，则（　　）

A．$f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$　　B．$y=f(x-\frac{\pi}{3})$ 是奇函数

C．$f(x)$ 在 $(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3})$ 上单调递减　　D．$f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{6}]$ 上的值域为 $[-2,\sqrt{3})$

11.在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F，分别为 BC，CD 的中点，则

A. B_1D_1 与 EF 是异面直线

B.存在点 P，使得 $\overrightarrow{AP}=2\overrightarrow{PF}$，且 $BC//$ 平面 APB_1

C. AF 与平面 B_1EB 所成角的余弦值为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

D.点 B_1 到平面 A_1EF 的距离为 $\frac{4}{5}$

12.已知函数 $f(x)=a(x-1)+(x+1)\ln x,a\in R$，则下列说法正确的是

A.当 $a=\ln\frac{1}{8}$ 时，$f(2)=f(\frac{1}{2})$

B.当 $a>0$ 时，$f(a)<2a^2-a$

C.若 $f(x)$ 是增函数，则 $a>-2$

D.若 $f(x)$ 和 $f'(x)$ 的零点总数大于 2，则这些零点只和大于 5.

三、填空题

13.已知随机变量 $X\sim N(5,\sigma^2)$，且 $P(X<7)=0.8$，则 $P(3<X<5)$ 的值为______.

14.已知 $(3x^2+\frac{2a}{x^3})^5$ 展开式中所有项的系数之和为 32，则展开式中的常数项为______.

15.已知圆锥的母线长为 5，侧面积为 15π，则该圆锥的内切球的体积为______.

16.已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2，点 P 在 C 上，且 $PF_2\perp x$ 轴，

江苏学生圈 微信号:jsgkxsq

过点 F_2 作 $\angle F_1PF_2$ 的平分线的垂线，与直线 PF_1 交于点 A，若点 A 在圆 $O:x^2+y^2=a^2$ 上，则 C 的离心率为______.

17.已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$，且过点 $(\sqrt{2},\frac{\sqrt{6}}{2})$.

（1）求 C 的标准方程；

（2）过点 $(-1,0)$ 的直线与 l 与 C 交于 A,B 两点，当 $AB=\frac{16}{5}$ 时，求直线 l 的方程.

18.在① $2(S_n+S_{n-1})=a_n^2+1(n\geq 2)$，② $2\sqrt{S_n}=a_n+1$ 这两个条件中任选一个，补充在下面问题中，并解答下列问题.

已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_1=1$，且______，$n\in N^*$.

（1）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（2）设 $b_n=\frac{1}{a_na_{n+1}}$，T_n 为数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和，证明 $T_n<\frac{1}{2}$.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

19.在 ΔABC 中，角 A,B,C 的对别为别为 a,b,c，且 $b\cos C+c\cos B=3b\cos A-3c$.

（1）求 $\cos B$

（2）设角 B 的平分线交 AC 边于点 D，且 $BD=\sqrt{3}$，若 $b=4\sqrt{3}$，求 ΔABC 的面积.

20.设有甲、乙、丙三个不透明的箱子，每个箱中装有除颜色外都相同的 5 个球，其中甲箱有 3 个蓝球和 2 个黑球,乙箱有 4 个红球和 1 个白球，丙箱有 2 个红球和 3 个白球摸球规则如下:先从甲箱中一次摸出 2 个球，若从甲箱中摸出的 2 个球颜色相同，则从乙箱中摸出 1 个球放入丙箱，再从丙箱中一次摸出 2 个球，若从甲箱中摸出的 2 个球颜色不同，则从丙箱中摸出 1 个球放入乙箱，再从乙箱中次摸出 2 个球

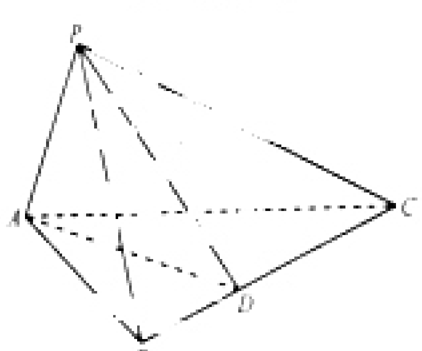
(1)若最后摸出的 2 个球颜色不同，求这 2 个球是从丙箱中摸出的概率;

(2)若摸出每个红球记 2 分，每个白球记 1 分，用随机变量 X 表示最后摸出的 2 个球的分数之和，求 X 的分布列及数学期望.

21.如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，侧面 PAB 是锐角三角形，$PA \perp BC$，平面 $PAB \perp$ 平面 ABC.

（1）求证: $AB \perp BC$;

（2）若 $PA=PB=2, AC=4$，点 D 在棱 BC(异于端点)上，当三棱锥 $P-ABC$ 体积最大时，若二面角 $C-PA-D$ 大于 $30°$ ，求线段 BD 长的取值范围.



22.已知函数$f(x)=a^2e^x-3ax+2\sin x-1,a\in R$.

（1）当$0<a<1$时，求曲线$y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线与两坐标轴围成的三角形面积的最大值；

（2）当$x=0$时，函数$f(x)$取得极值，求a的值.

江苏学生圈 微信号:jsgkxsq