

2023 年赣州市十八县(市、区)二十三校期中联考 高三数学试卷参考答案

1. A 全称量词命题的否定是存在量词命题.
2. B 因为 $N = \{x | x^2 + x - 2 > 0\} = (-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$, 所以 $\complement_U(M \cup N) = [-1, 1]$.
3. A 因为向量 $\mathbf{a} = (1, 2)$, $\mathbf{b} = (3, x)$, 所以 $\mathbf{a} - \mathbf{b} = (-2, 2 - x)$. 由 $\mathbf{a} \perp (\mathbf{a} - \mathbf{b})$, 可得 $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{a} - \mathbf{b}) = 0$, 即 $-2 + 2(2 - x) = 0$, 解得 $x = 1$, 所以 $|\mathbf{b}| = \sqrt{10}$.
4. D 因为 $\sin \alpha \cos \beta = \cos \alpha \sin \beta + 1$, 所以 $\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta = \sin(\alpha - \beta) = 1$, 则 $\alpha - \beta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$. 因为 α 为第一象限角, 所以 β 为第四象限角.
5. D 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 因为 a_1, a_{10}, a_{25} 成等比数列, 所以 $(a_1 + 9d)^2 = a_1(a_1 + 24d)$, 解得 $d = \frac{2a_1}{27}$. 故 $\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_1 + d}{a_1} = \frac{a_1 + \frac{2a_1}{27}}{a_1} = \frac{29}{27}$.
6. C 当 $a = 3, b = 1$ 时, 满足 $a + b \geq 4$, 但不满足 $ab \geq 4$. 若 $a > 0, b > 0$, 则 $a + b \geq 2\sqrt{ab}$. 因为 $ab \geq 4$, 所以 $a + b \geq 2\sqrt{ab} \geq 4$, 即 $a + b \geq 4$, 当且仅当 $a = b = 2$ 时, 等号成立. 故“ $a + b \geq 4$ ”是“ $ab \geq 4$ ”的必要不充分条件.
7. B 因为经过 10 h 过滤后消除了 20% 的污染物, 所以 $P_0 e^{-10k} = 80\% P_0$, 解得 $k = -\frac{\ln 0.8}{10}$. 当 $P = 50\% P_0$ 时, $50\% P_0 = P_0 e^{\frac{\ln 0.8}{10} t}$, 解得 $t = -\frac{10 \ln 2}{\ln 0.8} = \frac{-10}{2 - \log_2 5} \approx 31$.
8. D 因为 $f(x-1)$ 为奇函数, 所以 $f(x-1) = -f(-x-1)$, $f(x)$ 的图象关于点 $(-1, 0)$ 对称, 则 $f(-5) = -f(3)$, $f(-1) = 0$. 因为 $f(1-2x)$ 为偶函数, 所以 $f(1-2x) = f(1+2x)$, $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称, 所以 $f(3) = f(-1) = 0$, 故 $f(-5) = 0$.
9. ACD $f(x)$ 的最小正周期为 2π , 对称轴为 $x = \frac{5\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbf{Z}$, 对称中心为 $(\frac{\pi}{3} + k\pi, 1), k \in \mathbf{Z}$. 单调递增区间为 $[-\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{5\pi}{6} + 2k\pi], k \in \mathbf{Z}$.
10. BC 对于 A, 数列 $\{1\}$ 是等比数列, 不满足题意. 对于 B, $a_{n+1} - a_n = 1, \{a_{n+1} - a_n\}$ 为等差数列. 数列 $\{n\}$ 不是等比数列, 在 $\{n\}$ 中存在不相同的三项可以构成等比数列, 满足题意. 对于 C, $a_{n+1} - a_n = 2n + 1, \{a_{n+1} - a_n\}$ 为等差数列. 数列 $\{n^2\}$ 不是等比数列, 在 $\{n^2\}$ 中存在不相同的三项可以构成等比数列, 满足题意. 对于 D, $a_{n+1} - a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}, \{a_n - a_{n-1}\}$ 不是等差数列, 不满足题意.
11. AC 连接 BC_1, A_1C_1 , 设 BC_1 与 B_1C 交于点 O (图略). 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $C_1D_1 \perp$ 平面 BB_1C_1C , 则 $B_1C \perp C_1D_1$. 又因为 $B_1C \perp BC_1$, 所以 $B_1C \perp$ 平面 BD_1C_1 , 则 $BD_1 \perp$

B_1C, A 正确.

$$V_{A_1-MB_1C_1} = V_{M-A_1B_1C_1} = \frac{1}{3} S_{\triangle A_1B_1C_1} \cdot AA_1 = \frac{4}{3}, B \text{ 错误.}$$

易得 $AB \parallel$ 平面 A_1B_1C , 所以点 N 到平面 A_1B_1C 的距离即点 B 到平面 A_1B_1C 的距离.

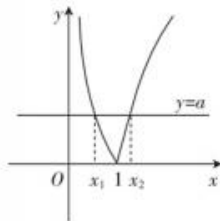
易证 $BC_1 \perp$ 平面 A_1B_1C , 所以 BO 为点 B 到平面 A_1B_1C 的距离. 易得 $BO = \sqrt{2}$, 故点 N 到平面 A_1B_1C 的距离为 $\sqrt{2}$, C 正确.

该正方体外接球的半径 $r_1 = \frac{1}{2} \sqrt{2^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{3}$, 内切球的半径 $r_2 = 1$, 则该正方体外接球的半径与内切球的半径之比是 $\sqrt{3} : 1$, D 错误.

12. BCD 易得函数 $y = \ln x + 2x - 2$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 且过点 $(1, 0)$. 函数 $f(x) = |\ln x + 2x - 2|$ 的简图如图所示.

由题意可得 $0 < x_1 < 1 < x_2$, $a > 0$, $f(x_1) = f(x_2) = a$, 即

$$\begin{cases} \ln x_2 + 2x_2 - 2 = a, & \text{①} \\ \ln x_1 + 2x_1 - 2 = -a. & \text{②} \end{cases}$$



因为 $f(1 + \frac{a}{2}) = \ln(1 + \frac{a}{2}) + a > a > f(x_2)$, 所以 $1 + \frac{a}{2} > x_2$, A 错误.

令函数 $g(x) = \ln x - x + 1$, $g'(x) = \frac{1-x}{x}$. 当 $x \in (0, 1)$ 时, $g'(x) > 0$, 当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $g'(x) < 0$, 所以 $g(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递增, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减, 所以 $g(x) \leq g(1) = 0$, 即 $\ln x \leq x - 1$, 当且仅当 $x = 1$ 时, 等号成立.

结合②可得 $\ln x_1 + 2x_1 - 2 = -a < x_1 - 1 + 2x_1 - 2 = 3x_1 - 3$, 即 $x_1 > 1 - \frac{a}{3}$, B 正确.

结合①可得 $\ln x_2 + 2x_2 - 2 = a > 3 \ln x_2$, 即 $x_2 < e^{\frac{a}{3}}$, 所以 $x_1 x_2 < e^{\frac{a}{3}}$, C 正确.

因为 $-x_1 < -1 + \frac{a}{3}$, $x_2 < 1 + \frac{a}{2}$, 所以 $x_2 - x_1 < \frac{5a}{6}$.

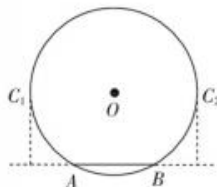
①-②得 $\ln \frac{x_2}{x_1} + 2(x_2 - x_1) = 2a < \ln \frac{x_2}{x_1} + 2 \times \frac{5a}{6}$, 即 $\frac{x_2}{x_1} > e^{\frac{a}{3}}$, D 正确.

13. $\frac{3}{5} + \frac{4i}{5} - \frac{2i-1}{2i+1} = \frac{(2i-1)(2i-1)}{(2i+1)(2i-1)} = \frac{3}{5} + \frac{4i}{5}$.

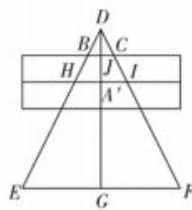
14. $(-\infty, -4]$ 因为 $y = 2^x$ 是增函数, 函数 $y = x^2 + ax$ 在 $(-\infty, -\frac{a}{2})$ 上单调递减, 在 $(-\frac{a}{2}, +\infty)$ 上单调递增, 所以 $-\frac{a}{2} \geq 2$, 解得 $a \leq -4$.

15. $[-2, 6]$ 因为 $AB = 2, \angle C = 30^\circ$, 所以 $\triangle ABC$ 外接圆的半径 $R = \frac{AB}{2 \sin 30^\circ} =$

2, 故 C 为 $\triangle ABC$ 外接圆上一动点. 如图, 当 C 位于 C_1 时, \vec{AC} 在 \vec{AB} 上的投影向量与 \vec{AB} 方向相反, 模长最大. 当 C 位于 C_2 时, \vec{AC} 在 \vec{AB} 上的投影向量与 \vec{AB} 方向相同, 模长最大. 故 $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ 的取值范围为 $[-2, 6]$.



16.2 过点 B, C 作垂直于正四棱锥底面的截面, 如图所示, 由题意可得 $DE = 3\sqrt{10}$. 因为正四棱锥的底面边长为 6, 所以 $EF = 6\sqrt{2}, DG = \sqrt{DE^2 - EG^2} = 6\sqrt{2}$. HI 的长度为正四棱柱底面正方形对角线的长度, 即 $HI = 4, JA' = 2$. 因为 $\frac{HA'}{EG} = \frac{DA'}{DG}$, 所以 $DA' = 4, DJ = 2$. 因为 $\frac{BJ}{HA'} = \frac{DJ}{DA'}$, 所以 $BJ = 1, BC = 2$.



17. 解: (1) 由题意得 $\cos \angle ABP = \cos(90^\circ - \angle CBP) = \sin \angle CBP = \frac{4}{5}$ 2 分

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $BP = BC \cos \angle CBP = 3$.

故 $AP^2 = BP^2 + AB^2 - 2BP \cdot AB \cos \angle ABP = 10$, 所以 $AP = \sqrt{10}$ 4 分

(2) 设 $\angle PBA = \alpha, \angle BCP = \angle PBA = \alpha, \angle BAP = 30^\circ - \alpha, BP = AB \sin \angle BCP = 5 \sin \alpha$ 6 分

在 $\triangle ABP$ 中, $\frac{AB}{\sin \angle APB} = \frac{BP}{\sin \angle BAP}$, 即 $\frac{5}{\sin 150^\circ} = \frac{5 \sin \alpha}{\sin(30^\circ - \alpha)}$, 8 分

化简得 $(1 + \sqrt{3}) \sin \alpha = \cos \alpha$, 即 $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$.

故 $\tan \angle PBA = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$ 10 分

18. 解: (1) $f'(x) = a(x \cos x + \sin x) - \sin x$ 2 分

因为 $f(x)$ 在 $x = \frac{3\pi}{2}$ 处取得极值, 所以 $f'(\frac{3\pi}{2}) = -a + 1 = 0$, 解得 $a = 1$.

经检验, $a = 1$ 符合题意. 5 分

(2) 由(1)可得 $f'(x) = x \cos x$ 6 分

当 $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ 时, $f'(x) > 0$, 当 $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ 时, $f'(x) \leq 0$,

所以 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上单调递增, 在 $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ 上单调递减, 8 分

$f(x)_{\text{极大值}} = f(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2}$ 10 分

又 $f(0) = 1, f(\pi) = -1$, 11 分

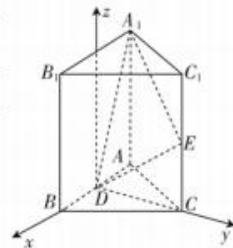
所以 $f(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上的值域为 $[-1, \frac{\pi}{2}]$ 12 分

19. 解: (1) 连接 CD . 因为 $AB = 2$, 所以 $AD = 1, CD = \sqrt{3}$ 1 分

设 $C_1E = CE = x$, 则 $DE^2 = CE^2 + CD^2 = 3 + x^2, A_1E^2 = A_1C_1^2 + C_1E^2 = 4 + x^2, A_1D^2 = AD^2 + AA_1^2 = 1 + 4x^2$ 3 分

因为 $DE \perp A_1E$, 所以 $DE^2 + A_1E^2 = A_1D^2$, 即 $3 + x^2 + 4 + x^2 = 1 + 4x^2$, 解得 $x = \sqrt{3}$.

故 $AA_1 = 2x = 2\sqrt{3}$ 5 分



(2)以 D 为坐标原点,建立如图所示的空间直角坐标系,

则 $A_1(-1,0,2\sqrt{3}), E(0,\sqrt{3},\sqrt{3}), A(-1,0,0), C(0,\sqrt{3},0), \dots\dots\dots$ 8分

$$\overrightarrow{DA_1}=(-1,0,2\sqrt{3}), \overrightarrow{DE}=(0,\sqrt{3},\sqrt{3}), \overrightarrow{AC}=(1,\sqrt{3},0).$$

设平面 A_1DE 的法向量为 $\mathbf{n}=(x,y,z)$,

$$\text{则} \begin{cases} \overrightarrow{DA_1} \cdot \mathbf{n}=0, \\ \overrightarrow{DE} \cdot \mathbf{n}=0, \end{cases} \text{即} \begin{cases} -x+2\sqrt{3}z=0, \\ \sqrt{3}y+\sqrt{3}z=0. \end{cases} \text{取 } z=1, \text{则 } \mathbf{n}=(2\sqrt{3},-1,1). \dots\dots\dots 10 \text{分}$$

设直线 AC 与平面 A_1DE 所成的角为 θ ,

$$\text{则 } \sin \theta = |\cos \langle \mathbf{n}, \overrightarrow{AC} \rangle| = \frac{|\mathbf{n} \cdot \overrightarrow{AC}|}{|\mathbf{n}| |\overrightarrow{AC}|} = \frac{\sqrt{42}}{28}.$$

故直线 AC 与平面 A_1DE 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{42}}{28}$. $\dots\dots\dots$ 12分

20. 解:(1)因为 $a_n+a_{n+1}=2n-9$,所以 $a_{n+1}+a_{n+2}=2n-7$,

两式相减得 $a_{n+2}-a_n=2$. $\dots\dots\dots$ 1分

因为 $a_1=-4, a_1+a_2=-7$,所以 $a_2=-3$. $\dots\dots\dots$ 2分

数列 $\{a_{2n-1}\}$ 是以 -4 为首项, 2 为公差的等差数列;

数列 $\{a_{2n}\}$ 是以 -3 为首项, 2 为公差的等差数列. $\dots\dots\dots$ 3分

$$a_{2n-1}=-4+(n-1) \times 2=(2n-1)-5, a_{2n}=-3+(n-1) \times 2=2n-5. \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

综上, $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=n-5$. $\dots\dots\dots$ 5分

(2)由(1)得 $b_n=(n-5) \cdot 2^{n-3}$.

$$T_n=(1-5) \times 2^{1-3}+(2-5) \times 2^{2-3}+(3-5) \times 2^{3-3}+\dots+(n-5) \cdot 2^{n-3},$$

$$2T_n=(1-5) \times 2^{2-3}+(2-5) \times 2^{3-3}+(3-5) \times 2^{4-3}+\dots+(n-5) \cdot 2^{n-2}. \dots\dots\dots 6 \text{分}$$

$$\text{两式相减得 } -T_n=-1+2^{-1}+2^0+\dots+2^{n-3}-(n-5) \cdot 2^{n-2}$$

$$=-1+\frac{2^{-1}(1-2^{n-1})}{1-2}-(n-5) \cdot 2^{n-2}=-\frac{3}{2}-(n-6) \cdot 2^{n-2}, \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

$$\text{所以 } T_n=\frac{3}{2}+(n-6) \cdot 2^{n-2}. \dots\dots\dots 9 \text{分}$$

$$T_{n+1}=\frac{3}{2}+(n-5) \cdot 2^{n-1}, T_{n+1}-T_n=(n-4) \cdot 2^{n-2}.$$

当 $n=4$ 时, $T_5-T_4=0$, 即 $T_5=T_4$;

当 $n>4$ 时, $T_{n+1}-T_n=(n-4) \cdot 2^{n-2}>0$, 即 $T_{n+1}>T_n$;

当 $n<4$ 时, $T_{n+1}-T_n=(n-4) \cdot 2^{n-2}<0$, 即 $T_{n+1}<T_n$.

所以当 $n=4$ 或 5 时, T_n 取得最小值, 且最小值为 $-\frac{13}{2}$. $\dots\dots\dots$ 12分

21. 解:(1)因为 $c=4a \cos B$, 所以 $\sin C=4 \sin A \cos B$.

因为 $\sin C=\sin(A+B)=\sin A \cos B+\cos A \sin B$,

所以 $\sin A \cos B+\cos A \sin B=4 \sin A \cos B$, 即 $\cos A \sin B=3 \sin A \cos B$. $\dots\dots\dots$ 2分

因为 $2\sin B\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{a^2} = \frac{2ab\cos C}{a^2}$, 所以 $a\sin B\cos C = b\cos C$,

即 $\sin A\sin B\cos C = \sin B\cos C$ 3分

因为 $\sin B \neq 0$, 所以 $\cos C = 0$ 或 $\sin A = 1$, 即 $C = \frac{\pi}{2}$ 或 $A = \frac{\pi}{2}$ (舍去), 4分

所以 $\cos A\sin(\frac{\pi}{2}-A) = 3\sin A\cos(\frac{\pi}{2}-A)$, 即 $\cos^2 A = 3\sin^2 A$.

由 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$, 可得 $\sin A = \frac{1}{2}$, 所以 $A = \frac{\pi}{6}, B = \frac{\pi}{3}$,

故 $a = \frac{b}{\sin B} \cdot \sin A = 2$ 6分

(2)解法一: 题题意得 $CD = BD = 1, AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{13}$.

因为 $\vec{PB} \cdot \vec{PC} = (\vec{PD} + \vec{DB}) \cdot (\vec{PD} + \vec{DC}) = |\vec{PD}|^2 - |\vec{DC}|^2 = |\vec{PD}|^2 - 1 = \frac{9}{4}$, 解得 $PD = \frac{\sqrt{13}}{2}$, 8分

且 $\cos \angle CDA = \frac{CD}{AD} = \frac{\sqrt{13}}{13}$, 9分

所以在 $\triangle PCD$ 中, $PC^2 = CD^2 + PD^2 - 2CD \cdot PD \cos \angle CDA = \frac{13}{4}$, 解得 $PC = \frac{\sqrt{13}}{2}$, 10分

在 $\triangle PBD$ 中, $PB^2 = BD^2 + PD^2 - 2BD \cdot PD \cos \angle BDA = \frac{21}{4}$, 解得 $PB = \frac{\sqrt{21}}{2}$ 11分

故 $\cos \angle BPC = \frac{\vec{PB} \cdot \vec{PC}}{|\vec{PB}| |\vec{PC}|} = \frac{3\sqrt{273}}{91}$ 12分

解法二: 过点 P 作 $PE \perp BC$, 垂足为点 E (图略).

因为 $\triangle PDE \sim \triangle ADC$, 所以 $\frac{PE}{AC} = \frac{DE}{DC}$, 即 $DE = \frac{\sqrt{3}PE}{6}$ 7分

$\vec{PB} \cdot \vec{PC} = (\vec{PE} + \vec{EB}) \cdot (\vec{PE} + \vec{EC}) = |\vec{PE}|^2 - |\vec{EB}| |\vec{EC}| = PE^2 - (BD + \frac{\sqrt{3}PE}{6})(CD - \frac{\sqrt{3}PE}{6}) = \frac{9}{4}$, 解得 $PE = \sqrt{3}$, 9分

所以 $DE = \frac{1}{2}, CE = 1 - DE = \frac{1}{2}, BE = 1 + DE = \frac{3}{2}$,

所以 $PC = \sqrt{PE^2 + CE^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}, PB = \sqrt{PE^2 + BE^2} = \frac{\sqrt{21}}{2}$ 10分

故 $\cos \angle BPC = \frac{\vec{PB} \cdot \vec{PC}}{|\vec{PB}| |\vec{PC}|} = \frac{3\sqrt{273}}{91}$ 12分

22. 解: (1) $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$.

$$f'(x) = \frac{2(ax^2 - 2x - 1)}{x}, \dots\dots\dots 1 \text{分}$$

当 $a \leq 0$ 时, $ax^2 - 2x - 1 < 0$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立, 即 $f'(x) < 0$, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减. $\dots\dots\dots 2 \text{分}$

当 $a > 0$ 时, 令 $ax^2 - 2x - 1 = 0, \Delta = 4 + 4a > 0$,

$$\text{解得 } x_1 = \frac{1 + \sqrt{1+a}}{a} > 0, x_2 = \frac{1 - \sqrt{1+a}}{a} < 0.$$

当 $x \in (0, \frac{1 + \sqrt{1+a}}{a})$ 时, $f'(x) < 0$; 当 $x \in (\frac{1 + \sqrt{1+a}}{a}, +\infty)$ 时, $f'(x) > 0$.

故 $f(x)$ 在 $(0, \frac{1 + \sqrt{1+a}}{a})$ 上单调递减, 在 $(\frac{1 + \sqrt{1+a}}{a}, +\infty)$ 上单调递增. $\dots\dots\dots 4 \text{分}$

综上, 当 $a \leq 0$ 时, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减;

当 $a > 0$ 时, $f(x)$ 在 $(0, \frac{1 + \sqrt{1+a}}{a})$ 上单调递减, 在 $(\frac{1 + \sqrt{1+a}}{a}, +\infty)$ 上单调递增. $\dots\dots 5 \text{分}$

(2) 由(1)可得, 当 $a \leq 0$ 时, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, $f(x)$ 最多只有 1 个零点. $\dots\dots 6 \text{分}$

当 $a > 0$ 时, $f(x)$ 的最小值为 $f(x_1)$. 若 $f(x)$ 有两个零点, 则 $f(x_1) < 0$. $\dots\dots\dots 7 \text{分}$

$$\text{因为 } ax_1^2 - 2x_1 - 1 = 0, \text{ 所以 } a = \frac{2x_1 + 1}{x_1^2}.$$

$$f(x_1) = ax_1^2 - 4x_1 - 2\ln x_1 + \frac{a}{3} = 2x_1 + 1 - 4x_1 - 2\ln x_1 + \frac{2x_1 + 1}{3x_1^2} = -2x_1 - 2\ln x_1 + \frac{2x_1 + 1}{3x_1^2} + 1. \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

$$\text{令函数 } u(x) = -2x - 2\ln x + \frac{2x + 1}{3x^2} + 1, u'(x) = -2 - \frac{2}{x} - \frac{2x + 2}{3x^3} < 0,$$

所以 $u(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减.

又因为 $u(1) = 0$, 所以当 $x > 1$ 时, $u(x) < 0$, 则当 $x_1 > 1$, 即 $a \in (0, 3)$ 时, $f(x_1) < 0$. $\dots\dots\dots 10 \text{分}$

$$\text{令函数 } g(x) = \ln x - x + 1, g'(x) = \frac{1-x}{x}.$$

当 $x \in (0, 1)$ 时, $g'(x) > 0$; 当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $g'(x) < 0$.

所以 $g(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递增, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递减,

所以 $g(x) \leq g(1) = 0$, 即 $\ln x \leq x - 1$.

$$f(x) = ax^2 - 4x - 2\ln x + \frac{a}{3} \geq ax^2 - 4x + 2 - 2x + \frac{a}{3} = ax^2 - 6x + 2 + \frac{a}{3}. \dots\dots\dots 11 \text{分}$$

$$\text{令函数 } h(x) = ax^2 - 6x + 2 + \frac{a}{3}, h(0) = 2 + \frac{a}{3} > 0, h(x_1) \leq f(x_1) < 0.$$

根据二次函数的图象及性质可得, $\exists x_2 \in (0, x_1), h(x_2) > 0, \exists x_3 \in (x_1, +\infty), h(x_3) > 0$,

即 $\exists x_2 \in (0, x_1), f(x_2) > 0, \exists x_3 \in (x_1, +\infty), f(x_3) > 0$,

所以当 $x_1 > 1$, 即 $a \in (0, 3)$ 时, $f(x)$ 有 2 个零点.

综上, 若 $f(x)$ 有两个零点, 则 a 的取值范围为 $(0, 3)$. $\dots\dots\dots 12 \text{分}$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线

