绝密★启用前

高二数学试卷

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

4. 考试范围：选择性必修第一册第一章至第三章 3.1。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知过点 $P(0,1)$ 的直线 l 的方向向量 $\boldsymbol{n}=(-1,1)$，则 l 的方程为

A．$x+y-1=0$　　B．$x+y+1=0$　　C．$x-y-1=0$　　D．$x-y+1=0$

2．在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$A(0,0,0)$，$A_1(0,0,4)$，$C(2,3,0)$，则 $\overrightarrow{AC_1}=$

A．$(2,3,2)$　　B．$(2,3,4)$　　C．$(2,3,-4)$　　D．$(3,4,2)$

3．平面 α 的一个法向量 $\boldsymbol{n}=(1,2,3)$，$P(1,1,1)$，$P\in\alpha$，$Q\in\alpha$，则点 Q 的坐标可以是

A．$(-1,-1,-1)$　　B．$(4,2,-1)$　　C．$(3,2,1)$　　D．$(2,2,0)$

4．已知圆 C 的圆心在直线 $y=x$ 上，且圆 C 与两坐标轴都相切，则圆 C 的方程可以为

A．$(x-1)^2+(y-1)^2=2$　　B．$x^2+y^2+2x-2y+1=0$

C．$(x+1)^2+(y+1)^2=1$　　D．$x^2+y^2+2x+2y-1=0$

5．已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 经过点 $(0,2)$，当 k 变动时，C 截得直线 $y=kx$ 的最大弦长为 $4\sqrt{2}$，则 C 的方程为

A．$\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$　　B．$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$　　C．$\dfrac{x^2}{32}+\dfrac{y^2}{2}=1$　　D．$\dfrac{x^2}{32}+\dfrac{y^2}{4}=1$

6．在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，E，F 分别是 AB，B_1C_1 的中点，则下列结论错误的是

A．$\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}$　　B．$\overrightarrow{BD_1}=-\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}$

C．$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}$　　D．$\overrightarrow{EF}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}$

7．已知 x，y 满足 $(x-2)^2+(y-3)^2=2$，则 x^2+2x+y^2 的取值范围是

A．$[2\sqrt{2},\ 4\sqrt{2}]$　　B．$[8,32]$

C．$[2\sqrt{2}-1,\ 4\sqrt{2}-1]$　　D．$[7,31]$

8．已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，点 A,B 在 C 上，四边形 AF_1F_2B 是等腰梯形，$|AF_1|=|F_1F_2|$，$\angle BAF_1<\dfrac{\pi}{3}$，则 C 的离心率的 e 取值范围是

A．$(0,\dfrac{1}{3})$　　B．$(\dfrac{1}{3},\dfrac{\sqrt{3}-1}{2})$　　C．$(\dfrac{\sqrt{3}-1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{3})$　　D．$(\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{\sqrt{2}}{2})$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9．已知直线 $l_1: px+y+2=0$，直线 $l_2: x+py-2=0$，下列说法正确的是

A．直线 l_1 在 y 轴上的截距等于直线 l_2 在 x 轴上的截距

B．若点 $P(-2,2)$ 在直线 l_1 上，则点 $P(-2,2)$ 也在直线 l_2 上

C．若 $l_1 \parallel l_2$，则 $p=\pm 1$

D．若 $l_1 \perp l_2$，则 $p=0$

10．已知曲线 $C: \dfrac{x^2}{\lambda^2-3}+\dfrac{y^2}{\lambda+3}=1\ (\lambda>0)$，则

A．当 $\lambda=3$ 时，C 是圆

B．当 $\lambda=2$ 时，C 是椭圆且一焦点为 $(2,0)$

C．当 $\lambda=4$ 时，C 是椭圆且焦距为 $2\sqrt{6}$

D．当 $0<\lambda<3$ 时，C 是焦点在 y 轴上的椭圆

11．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，则

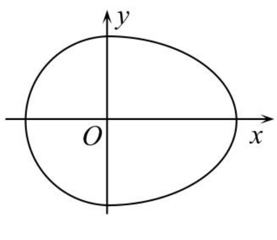
A．直线 A_1C_1 与直线 BD 所成角为 90°

B．直线 A_1C_1 与平面 A_1BD 所成角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

C．二面角 C_1-A_1B-D 的余弦值为 $\dfrac{1}{2}$

D．如果 $AB=1$，那么点 C_1 到平面 A_1BD 的距离为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

12．月光石是由两种长石混合组成的具有月光效应的长石族矿物. 某月光石的截面曲线可近似看成由半圆和半椭圆组成. 圆的半径、椭圆的短半轴长都为 1，椭圆的焦距为 2，A，B 是曲线上不同的两点，O 为坐标原点，$\triangle ABO$ 的面积为 $S_{\triangle ABO}$，则



A．线段 AB 的最大值为 $1+\sqrt{2}$

B．若 A，B 在半圆上，则 $S_{\triangle ABO}$ 的最大值为 $\dfrac{1}{2}$

C．当 $AB \parallel x$ 轴时，$S_{\triangle ABO}$ 的最大值为 $\sqrt{2}$

D．若 A，B 在半椭圆上，当 $S_{\triangle ABO}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 时，$|OA|+|OB|$ 取得最大值 $\sqrt{6}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知直线 $2kx+y-3=0$ 的倾斜角为 $60°$，则 $k=$________.

14．已知焦点在 x 轴上的椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，则 $b=$__________.

15．在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中，已知点 P 在平面 Oxy 上的射影为 $P_1(1,2,0)$，在平面 Oyz 上的射影为 $P_2(0,2,1)$，则点 P 的坐标为__________.

16．在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$DD_1=2DA=2DC=2$，E，F 分别是棱 AB，CC_1 上的动点（不含端点），且 $AE=CF$，则三棱锥 A_1-DEF 体积的取值范围是__________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．(10 分)

在$\triangle ABC$ 中，已知 $A(0,0)$，$B(2,4)$，$C(4,0)$.

(1)求$\triangle ABC$ 外接圆的一般方程；

(2)求 BC 边上的高所在的直线与 AC 边上的中线所在直线的交点坐标.

18．（12 分）

已知$\odot C_1: x^2+(y+2)^2=9$，$\odot C_2: x^2+y^2-2ax+2(2-a)y+(a-2)^2=0(a>0)$.

(1)当 $a=2$ 时，$\odot C_1$ 与$\odot C_2$ 相交于 A，B 两点，求直线 AB 的方程；

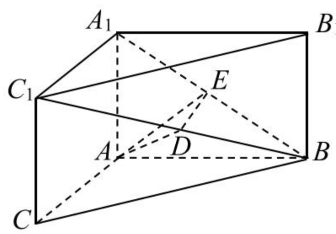
(2)若$\odot C_1$ 与$\odot C_2$ 相切，求 a 的值.

19．(12 分)

如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=2AC=4$，$AA_1=2\sqrt{3}$，$AB\perp AC$，$AD\perp BC_1$，垂足为 D，E 为线段 A_1B 上的一点.

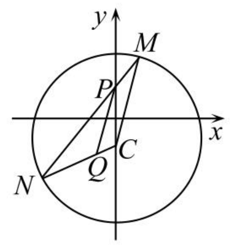
(1)若 E 为线段 A_1B 的中点，证明：DE // 平面 ABC；

(2)若平面 $ADE\perp$ 平面 A_1BC_1，求 $\dfrac{A_1E}{A_1B}$ 的值.



20．(12 分)

已知过点 $P(0,n)$ 的直线交 $\odot C: x^2+y^2+2ny-8n^2=0(n>0)$ 于 M，N 两点，$PQ /\!/ CM$，直线 PQ 交直线 CN 于点 Q，且 $|PQ|+|CQ|=6$．记点 Q 的轨迹为 Γ．

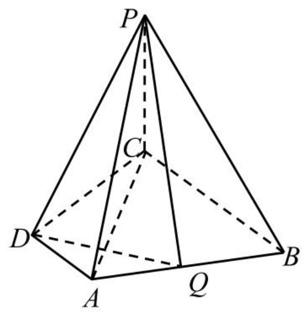


(1)求 Γ 的方程；

(2)设 MN 与 Γ 交于点 A，B，若 $|MN|=8\sqrt{2}$，求 $|AB|$．

21．(12 分)

如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为直角梯形，$\angle ADC=\angle BCD=90^\circ$，$CD=2AD=2$，点 Q 为线段 AB 的中点，$DQ\perp$ 平面 PAC，$PC\perp$ 平面 $ABCD$．



(1)求 BC 的长；

(2)若直线 PA 与平面 $ABCD$ 所成角的正切值为 $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$，求二面角 $A-PQ-D$ 的余弦值．

22．(12 分)

椭圆 $\Gamma:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，左、右顶点分别为 A，B，点 P 在 Γ 上．已知 $\triangle APF_1$ 面积的最大值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，且 $\triangle APB$ 与 $\triangle F_1PF_2$ 的面积之比为 $2:1$．

(1)求 Γ 的方程；

(2)不垂直于坐标轴的直线 l 交 Γ 于 M，N 两点，M，N 与 A 不重合，直线 AM 与 AN 的斜率之积为 $-\dfrac{3}{28}$．证明：l 过定点．

绝密★启用前

高二数学试卷参考答案

1.【答案】A

【解析】根据直线的方向向量 $\boldsymbol{n}=(-1,1)$ 可得该直线的斜率为 -1，所以直线方程为 $x+y-1=0$.

2.【答案】B

【解析】由 $C(2,3,0)$，$A_1(0,0,4)$ 可得 $C_1(2,3,4)$，所以 $\overrightarrow{AC_1}=(2,3,4)$.

3.【答案】D

【解析】设点 $Q(x,y,z)$ 在平面 α 上，由 $\overrightarrow{PQ}\cdot\boldsymbol{n}=0$ 得 $x+2y+3z=6$，只有 D 满足.

4.【答案】C

【解析】根据题意可设圆心坐标为 (a,a)，半径 $r=|a|$，所以圆的方程为 $(x-a)^2+(y-a)^2=a^2$.

5.【答案】A

【解析】由题意可得 $\begin{cases} b=2 \\ 2a=4\sqrt{2} \end{cases}$ 解得 $a^2=8$，$b^2=4$，所以椭圆方程为 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$.

6.【答案】C

【解析】$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BB_1}+\overrightarrow{B_1F}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}$.

7.【答案】D

【解析】$x^2+2x+y^2=[x-(-1)]^2+(y-0)^2-1$，设 $P(x,y)$ 为圆 $C:(x-2)^2+(y-3)^2=2$ 上一动点，$Q(-1,0)$，则 $x^2+2x+y^2=|PQ|^2-1$，$|CQ|=3\sqrt{2}$，$2\sqrt{2}\leqslant|PQ|\leqslant4\sqrt{2}$，所以 $7\leqslant|PQ|^2-1\leqslant31$.

8.【答案】B

【解析】由椭圆性质易知椭圆上一点到焦点的距离的最小值为长轴端点到对应焦点的距离，由题意得，$|AF_1|=|F_1F_2|=2c>a-c$，∴ $e=\frac{c}{a}>\frac{1}{3}$. 在△ AF_1F_2 中根据 $\angle F_2AF_1<\frac{\pi}{6}$ 得 $\cos\angle F_2AF_1=\frac{a-c}{2c}>\frac{\sqrt{3}}{2}$ 得 $e<\frac{\sqrt{3}-1}{2}$. 所以 $\frac{1}{3}<e<\frac{\sqrt{3}-1}{2}$，所以 B 正确.

9.【答案】BD

【解析】直线 l_1 在 y 轴上的截距为 -2，直线 l_2 在 x 轴上的截距为 2，不相等，故 A 错误；若点 $P(-2,2)$ 在直线 l_1 上，则 $p=2$，点 $P(-2,2)$ 在直线 l_2 上，B 正确；若 $p=-1$，则 l_1，l_2 重合，C 错误；若 $l_1\perp l_2$，则 $p=0$，D 正确.

10.【答案】AC

【解析】当 $\lambda=3$ 时，曲线 $C:x^2+y^2=6$ 是圆，A 正确；当 $\lambda=2$ 时，曲线 $C:\frac{y^2}{5}+x^2=1$ 是焦点在 y 轴上的椭圆，B 错误；当 $\lambda=4$ 时，曲线 $C:\frac{x^2}{13}+\frac{y^2}{7}=1$ 是椭圆且 $2c=2\sqrt{6}$，C 正确；当 $\lambda=1$ 时，曲线 C 不是椭圆，D 错误.

11.【答案】AB

【解析】设正方体的边长为1，以DA，DC，DD_1为x轴，y轴，z轴建立空间直角坐标系，因为$\overrightarrow{A_1C_1}\cdot\overrightarrow{BD}=0$，所以直线$A_1C_1$与直线$BD$所成角为$90°$，A正确；$AC_1\perp$平面$A_1BD$，平面$A_1BD$的一个法向量为$\overrightarrow{AC_1}=(-1,1,1)$，设直线$A_1C_1$与平面$A_1BD$所成角为$\theta$，则$\sin\theta=|\cos<\overrightarrow{A_1C_1},\overrightarrow{AC_1}>|=\dfrac{|\overrightarrow{A_1C_1}\cdot\overrightarrow{AC_1}|}{|\overrightarrow{A_1C_1}|\cdot|\overrightarrow{AC_1}|}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，B正确；$DB_1\perp$平面$A_1BC_1$，平面$A_1BC_1$的一个法向量为$\overrightarrow{DB_1}=(1,1,1)$，设二面角$C_1-A_1B-D$的平面角为$\alpha$，$\cos\alpha=|\cos<\overrightarrow{DB_1},\overrightarrow{AC_1}>|=\dfrac{1}{3}$，C错误；点$C_1$到平面$A_1BD$的距离为$=\dfrac{|\overrightarrow{A_1C_1}\cdot\overrightarrow{AC_1}|}{|\overrightarrow{AC_1}|}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$，D错误.

12.【答案】ABD

【解析】当A，B在x轴上时，线段AB的最大值为$1+\sqrt{2}$，A正确；对于B，设$\angle AOB=\theta$，则$S_{\triangle ABO}=\dfrac{1}{2}|OA|\cdot|OB|\sin\theta=\dfrac{1}{2}\sin\theta\leqslant\dfrac{1}{2}$，当且仅当$\theta=\dfrac{\pi}{2}$时，等号成立，所以B正确；当$AB\parallel x$轴时，设直线$AB$的方程为$y=m$，$-1<m<1$，$|AB|=(\sqrt{2}+1)\sqrt{1-m^2}$，$S_{\triangle ABO}=\dfrac{1}{2}|AB||m|=$
$\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}\sqrt{(1-m^2)m^2}\leqslant\dfrac{\sqrt{2}+1}{4}$，C错误；当$A$，$B$在半椭圆上，直线$AB$斜率存在时，设直线$AB$：$y=kx+m$，并代入半椭圆方程$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1(0\leqslant x\leqslant\sqrt{2})$得，$(1+2k^2)x^2+4kmx+2m^2-2=0$，设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$|AB|=\dfrac{\sqrt{(1+k^2)(16k^2-8m^2+8)}}{1+2k^2}$，点$O$到直线$AB$的距离$d=\dfrac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}$，由$S_{\triangle ABO}=\dfrac{1}{2}|AB|d=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$得$m^2=k^2+\dfrac{1}{2}$，

$|OA|^2+|OB|^2=x_1^2+x_2^2+y_1^2+y_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2+(y_1+y_2)^2-2y_1y_2=3$，

$|OA|+|OB|<2\sqrt{\dfrac{|OA|^2+|OB|^2}{2}}=\sqrt{6}$. 当直线$AB$的斜率不存在时，设$AB$：

$x=x_0(0<x_0<\sqrt{2})$，$|AB|=2\sqrt{1-\dfrac{x_0^2}{2}}$，由$S_{\triangle ABO}=\dfrac{1}{2}|AB|x_0=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$得$x_0=1$，$|OA|+|OB|=\sqrt{6}$，D正确.

13.【答案】$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

【解析】由条件得$-2k=\tan 60°=\sqrt{3}$，所以$k=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

14.【答案】1

【解析】$e=\frac{c}{a}=\frac{c}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，解得 $c=\sqrt{3}$，$b=\sqrt{a^2-c^2}=1$．

15.【答案】$P(1,2,1)$

【解析】点 P 在平面 Oxy 上的射影为 $P_1(1,2,0)$，在平面 Oyz 上的射影为 $P_2(0,2,1)$，所以 $P(1,2,1)$．

16.【答案】$(\frac{1}{3},\frac{1}{2})$

【解析】**方法一：**以 D 为原点，分别以直线 DA，DC，DD_1 为 x，y，z 轴建立空间直角坐标系 $D-xyz$．设 $E(1,m,0)(0<m<1)$，则 $F(0,1,m)$，$\overrightarrow{DE}=(1,m,0)$，$\overrightarrow{DF}=(0,1,m)$，$\overrightarrow{DA_1}=(1,0,2)$，平面 DEF 的一个法向量 $\boldsymbol{n}=(-m^2,m,-1)$，点 A_1 到平面 DEF 的距离 $d=\frac{|\overrightarrow{DA_1}\cdot\boldsymbol{n}|}{|\boldsymbol{n}|}=\frac{m^2+2}{\sqrt{m^4+m^2+1}}$．$\because |DE|=$ $|DF|=\sqrt{1+m^2}$，$|EF|=\sqrt{\overrightarrow{EF}^2}=\sqrt{2(m^2-m+1)}$，$\therefore$设$\triangle DEF$ 中的 EF 边上的高为 h，则 $S_{\triangle DEF}=\frac{1}{2}|EF|h=\frac{1}{2}\sqrt{m^2-m+1}\cdot\sqrt{m^2+m+1}=\frac{1}{2}\sqrt{m^4+m^2+1}$，$\therefore$ $V_{A_1-DEF}=\frac{1}{3}S_{\triangle DEF}\cdot d=\frac{m^2+2}{6}$，$0<m<1$，所以三棱锥 A_1-DEF 的体积的取值范围是 $(\frac{1}{3},\frac{1}{2})$．

方法二：设 $AE=CF=x(0<x<1)$，延长 BC 到 G，使得 $CG=\frac{x}{2}$，则 $FG\,//\,A_1D$，所以 F 到平面 A_1DE 的距离等于 G 到平面 A_1DE 的距离，所以 $V_{A_1-DEF}=V_{F-A_1DE}=V_{G-A_1DE}=V_{A_1-DEG}=\frac{1}{3}\times AA_1\times S_{\triangle DEG}$，易知平面 $S_{\triangle DEG}=\frac{1}{2}+\frac{x^2}{4}$，故 $\frac{1}{2}<S_{\triangle DEG}<\frac{3}{4}$，所以 $V_{A_1-DEF}\in(\frac{1}{3},\frac{1}{2})$．

17.（10 分）

【解析】(1)设$\triangle ABC$ 的外接圆的一般方程为 $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$，

由题得 $\begin{cases}F=0\\20+2D+4E+F=0\\16+4D+F=0\end{cases}$，……………………2 分

解得 $D=-4$，$E=-3$，$F=0$．

所以$\triangle ABC$ 的外接圆的一般方程为 $x^2+y^2-4x-3y=0$．……………………5 分

(2)直线 BC 的斜率 $k_{BC}=\frac{4-0}{2-4}=-2$，$BC$ 边上的高 AD 所在直线的斜率 $k_{AD}=-\frac{1}{k_{BC}}=\frac{1}{2}$，

所以 BC 边上的高 AD 所在直线的方程为 $y=\frac{1}{2}x$．……………………7 分

线段 AC 的中点 $Q(2,0)$，中线 BQ 的斜率不存在，

所以 AC 边上的中线所在的直线方程为 $x=2$．……………………9 分

解 $\begin{cases} y=\dfrac{1}{2}x, \\ x=2, \end{cases}$ 得两直线的交点坐标为 $(2,1)$. ……………………………………………………10 分

18.（12 分）

【解析】(1)当 $a=2$ 时，$C_2: x^2+y^2-4x=0$， ……………………………………1 分

$x^2+(y+2)^2-9-(x^2+y^2-4x)=0$，

化简得：$4x+4y-5=0$，

即直线 AB 的方程为 $4x+4y-5=0$. ……………………………………………………4 分

(2)$\odot C_2:(x-a)^2+(y+2-a)^2=a^2$，$C_2(a,a-2)$，$C_1(0,-2)$， ……………………………6 分

$|C_1C_2|=\sqrt{2}a$， ……………………………………………………………………8 分

当两圆外切时，$|C_1C_2|=3+a=\sqrt{2}a$，解得 $a=3\sqrt{2}+3$， ……………………………10 分

当两圆内切时，$|C_1C_2|=|3-a|=\sqrt{2}a$，解得 $a=3\sqrt{2}-3$. ……………………………12 分

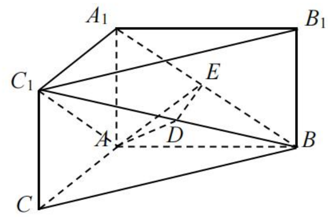
19.（12 分）

【解析】(1)连接 AC_1，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中有 $AC_1=\sqrt{AC^2+CC_1^2}=4$，

$\therefore AC_1=AB$.

$\because AD\perp BC_1$，$\therefore D$ 为 BC_1 中点，……………………………………………………1 分

又 E 为 A_1B 中点，



$\therefore DE\,/\!/\,A_1C_1$，

$\because AC\,/\!/\,A_1C_1$，

$\therefore DE\,/\!/\,AC$，……………………………………3 分

又 $DE\not\subset$ 平面 ABC，$AC\subset$ 平面 ABC，

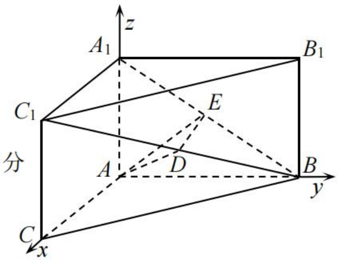
$\therefore DE\,/\!/$ 平面 ABC. ………………………………5 分

(2)建立如图所示的空间直角坐标系 $A-xyz$，则 $C_1(2,0,2\sqrt{3})$，$A_1(0,0,2\sqrt{3})$，$B(0,4,0)$，$D(1,2,\sqrt{3})$，

$\overrightarrow{A_1C_1}=(2,0,0)$，$\overrightarrow{A_1B}=(0,4,-2\sqrt{3})$，$\overrightarrow{AD}=(1,2,\sqrt{3})$，

设 $\overrightarrow{A_1E}=\lambda\overrightarrow{A_1B}$，$0\leqslant\lambda\leqslant1$，则 $E(0,4\lambda,2\sqrt{3}-2\sqrt{3}\lambda)$，$\overrightarrow{AE}=(0,4\lambda,2\sqrt{3}-2\sqrt{3}\lambda)$，………6 分

设平面 A_1BC_1 的法向量 $\boldsymbol{n}=(x_1,y_1,z_1)$，



则 $\begin{cases}\overrightarrow{A_1C_1}\cdot\boldsymbol{n}=0\\ \overrightarrow{A_1B}\cdot\boldsymbol{n}=0\end{cases}$，$\begin{cases}x_1=0\\ 2y_1=\sqrt{3}z_1\end{cases}$. 取 $z_1=2$，

得 $\boldsymbol{n}=(0,\sqrt{3},2)$， ………………………………8 分

设平面 ADE 的法向量 $\boldsymbol{m}=(x_2,y_2,z_2)$，

则 $\begin{cases}\overrightarrow{AE}\cdot\boldsymbol{m}=0\\ \overrightarrow{AD}\cdot\boldsymbol{m}=0\end{cases}$，$\begin{cases}4\lambda y_2+2\sqrt{3}(1-\lambda)z_2=0\\ x_2+2y_2+\sqrt{3}z_2=0\end{cases}$，取 $z_2=-2\lambda$，

得 $\boldsymbol{m}=(4\sqrt{3}\lambda-2\sqrt{3},\sqrt{3}-\sqrt{3}\lambda,-2\lambda)$， ……………………………………10 分

$\because$ 平面 $ADE\perp$ 平面 A_1BC_1，

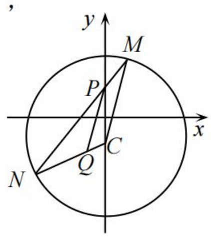
$\therefore \boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{m}=0$，$3-3\lambda-4\lambda=0$，$\lambda=\dfrac{3}{7}$，

$\therefore$ 当平面 $ADE\perp$ 平面 A_1BC_1 时，$\dfrac{A_1E}{A_1B}=\dfrac{3}{7}$. ……………………………………………………12 分

20.（12 分）

【解析】(1) $\odot C: x^2+(y+n)^2=9n^2$，$\angle NPQ=\angle NMC$，$\angle NMC=\angle MNC$，

$\therefore \angle NPQ=\angle MNC$，$|PQ|=|NQ|$. ……………………………………2 分



$|PQ|+|CQ|=|NQ|+|CQ|=|NC|=3n=6$，$n=2$，

点 Q 的轨迹是以 $P(0,2)$，$C(0,-2)$ 为焦点，

长轴长为6 的椭圆且除去长轴的两个端点，

$\therefore$ 点 Q 的轨迹 Γ 的方程为：$\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{9}=1(x\neq 0)$. ……………………………4 分

(2)设直线 MN 的方程为 $y=kx+2$，点 C 到直线 MN 的距离 $d=\dfrac{4}{\sqrt{1+k^2}}$，

$d^2+(\dfrac{|MN|}{2})^2=36$，$k=\pm\sqrt{3}$，……………………………………………………………7 分

$\begin{cases} y=\sqrt{3}x+2 \\ \dfrac{y^2}{9}+\dfrac{x^2}{5}=1 \end{cases}$，$24x^2+20\sqrt{3}x-25=0$.

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $x_1+x_2=-\dfrac{5\sqrt{3}}{6}$，$x_1x_2=-\dfrac{25}{24}$， ……………………………………9 分

$|AB|=\sqrt{1+3}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=5$.

根据椭圆的对称性知当 $k=-\sqrt{3}$ 时，仍有 $|AB|=5$.

所以 $|AB|=5$. ……………………………………………………………………………………12 分

21.（12 分）

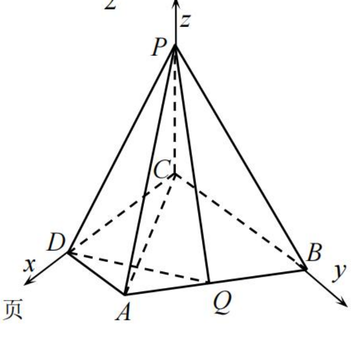
【解析】(1)由题易知 CD，CB，CP 两两垂直，建立如图所示的空间直角坐标系 $C-xyz$，$D(2,0,0)$，

$A(2,1,0)$，$\overrightarrow{AC}=(-2,-1,0)$，设 $B(0,p,0)$，则 $Q(1,\dfrac{p+1}{2},0)$，$\overrightarrow{DQ}=(-1,\dfrac{p+1}{2},0)$， …………2 分

$\because DQ\perp$ 平面 PAC，$AC\subset$ 平面 PAC，

$\therefore DQ\perp AC$，

$\therefore \overrightarrow{DQ}\cdot\overrightarrow{AC}=0$，解得 $p=3$，即 $|BC|=3$. ……………………4 分



高二数学试题参考答案 第 5 页（共 7 页

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。