

2023—2024 学年度高三年级第一学期教学质量调研（二）

数学试题

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求。

- 已知复数 $z_1 = 1 + i$ (i 为虚数单位), $z_1 z_2 = 2 - 2i$, 则 $|z_2| =$ ()
 A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 2 D. $2\sqrt{2}$
- 已知集合 $A = \left\{ x \mid \log_{\frac{1}{2}} x > -1 \right\}$, $B = \{ x \mid x^2 + 2x - 3 < 0 \}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $(-3, 2)$ B. $(0, 1)$ C. $(0, \frac{1}{2})$ D. $(0, 2)$
- 已知定义域为 \mathbb{R} 的函数 $y = f(x)$, 其导函数为 $y = f'(x)$, 条件 $p: f'(0) = 0$ 是条件 q : 函数在 $x = 0$ 处取得极值的 () 条件.
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件
- 已知抛物线 $y = x^2 - x - 2$ 与 x 轴交于 A, B 两点, 圆 M 经过 $A, B, C(2, 4)$ 三点, 则圆 M 的方程为 ()
 A. $x^2 + y^2 - x - 4y - 2 = 0$ B. $x^2 + y^2 - 3x + 2 = 0$
 C. $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 8 = 0$ D. $x^2 + y^2 + x - y - 18 = 0$
- 设 $a = 3 - \ln 3$, $b = \sin \frac{3}{2}$, $c = 2 - \ln 2$, 则下列判断正确的是 ()
 A. $c > a > b$ B. $b > a > c$ C. $c > b > a$ D. $a > c > b$
- 设一组样本数据 x_1, x_2, \dots, x_n 的极差为 1, 方差为 0.1, 若数据 $ax_1 + b, ax_2 + b, \dots, ax_n + b$ 的极差为 2, 则数据 $ax_1 + b, ax_2 + b, \dots, ax_n + b$ 的方差为 ()
 A. 0.02 B. 0.04 C. 0.2 D. 0.4

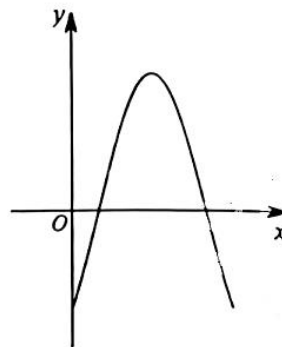
7. 已知圆台上, 下底面的半径分别为 1, 4, 高为 1, 现用过任意两条母线的平面去截这个圆台, 则截面面积的最大值是 ()

- A. $\frac{25}{6}$ B. 5 C. $\frac{25}{3}$ D. 10

8. 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0$) 的图像如图所示,

则 φ 的一个可能值为 ()

- A. $-\frac{\pi}{4}$ B. $-\frac{3\pi}{4}$
C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{2}{3}\pi$



二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对得 5 分, 部分选对得 2 分, 有项选错得 0 分.

9. 已知 a, b, c 满足 $a + b + c = 0$, 且 $a > b > c$, 那么下列选项中一定成立的是 ()

- A. $ac < 0$ B. $ab > ac$
C. $c(b-a) < 0$ D. $2^a + 2^b > 2$

10. 已知边长为 2 的正六边形 $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ 的中心为 O , 则 $\overrightarrow{A_iO} \cdot \overrightarrow{A_iA_j}$ ($i = 2, 3, 4, 5, 6$) 的可能值为 ()

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

11. 已知函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$, 则下列说法正确的是 ()

- A. 函数 $f(x)$ 有三个单调区间
B. 函数 $y = f(x+a)$ 的极大值与极小值之和为 -4
C. 关于 x 的方程 $f(x) - ax = 0$ 不可能有三个实数解
D. 存在直线与函数 $y = f(x)$ 的图像从左至右有三个交点, 且它们横坐标成等差数列

12. 一个盒子里放着大小、形状完全相同的 1 个黑球、2 个白球、2 个红球，现不放回地随机从盒子中摸球，每次取一个，直到取到黑球为止，记摸到白球的个数为随机变量 ξ ，则下列说法正确的是 ()
- A. $P(\xi=0)=\frac{1}{4}$ B. $P(\xi=1)=\frac{1}{2}$ C. $P(\xi=1)=\frac{1}{3}$ D. $P(\xi=2)=\frac{1}{3}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。请把答案直接填写在答题卡相应位置上。

13. $(1+x)(1+2x)^5$ 的展开式中 x^6 的系数为 ▲。
14. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 前 3 项和 $S_3=12$ ， a_1-1 ， a_2-1 ， a_3+3 成等比数列，则数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d =$ ▲。
15. 现有 10 张奖券，有且仅有 2 张为有奖奖券，甲、乙两人轮流依次不放回地抽取奖券，甲先抽取，然后乙再抽取为一个轮次。则在第一轮甲、乙都未中奖的条件下，第二轮甲、乙都中奖的概率为 ▲。
16. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ ，过点 $A(2a, 0)$ 作双曲线的一条渐近线的垂线，垂足为 M ，直线 AM 与双曲线的左支交于点 N ，且 $2\overline{AN} = 5\overline{AM}$ ，则双曲线的离心率为 ▲。

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。请在答题卡指定区域内作答。解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 10 分)
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $a_n + 2S_n = n^2 + 2n$ 。
- (1) 求证：数列 $\{a_n - n\}$ 是常数列；
- (2) 求数列 $\{2^n \cdot a_n\}$ 的前 n 项的和。

18. (本小题满分 12 分)

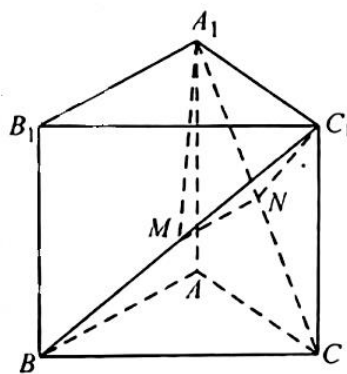
已知在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $\frac{\cos C}{\cos B - \cos C} + \frac{\sin C}{\sin B - \sin C} = 0$.

- (1) 若 $C = \frac{\pi}{3}$, 求角 A ;
- (2) 若 $b = 3, c = 4$, 求 a 的值.

19. (本小题满分 12 分)

如图所示, 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AB = AC = 4, AA_1 = 6, BC = 4\sqrt{2}$, M, N 分别是对角线 BC_1, A_1C 的中点.

- (1) 证明: $MN \parallel$ 面 ABC ;
- (2) 求二面角 $A_1 - MN - C_1$ 的正弦值.



20. (本小题满分 12 分)

2023 年 9 月 25 日, 在富阳银湖体育中心举行的杭州亚运会射击项目男子 25 米手枪速射团体决赛中, 中国队以 1765 环的总成绩击败韩国队夺得冠军, 并打破世界记录. 现已知男子 25 米手枪速射决赛规则如下: 取资格赛前 6 名选手进入决赛, 5 发子弹为一组, 每发子弹 9.7 环以上得 1 分, 否则得 0 分. 若进入决赛的每位选手每组能得 5 分与 4 分概率分别为 0.6, 0.4.

- (1) 求某位进入决赛的选手三组射击后得分为 14 分的概率;
- (2) 设某位进入决赛的选手三组射击后得分为随机变量 ξ , 求随机变量 ξ 的分布列与期望.

21. (本小题满分 12 分)

已知 A, B, C 为椭圆 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 上的三个不同的点, 且线段 AB 的中点在直线 $x = 1$ 上.

- (1) 若线段 AB 的中点坐标为 $(1, \frac{\sqrt{2}}{4})$, 求直线 AB 的斜率;
- (2) F 为椭圆右焦点, 且满足 $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{FC} = \vec{0}$, 求直线 AB 的方程.

22. (本小题满分 12 分)

已知 $f(x) = x \ln x + a(x-1)$ ($a \in \mathbb{R}$).

(1) 试判断函数 $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ 的单调性;

(2) 若函数 $y = f(x)$ 有且只有一个零点, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线