

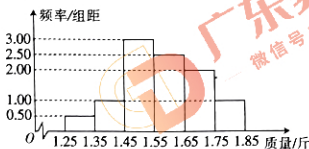
高三数学

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $M = \{1, 2\}$, $N = \{2, 3\}$, 则 $\complement_U(M \cup N) =$
 - A. $\{4, 5\}$
 - B. $\{1, 2\}$
 - C. $\{2, 3\}$
 - D. $\{1, 3, 4, 5\}$
2. $\frac{2+4i}{1-2i} =$
 - A. $\frac{6}{5} - \frac{8}{5}i$
 - B. $2 + \frac{8}{5}i$
 - C. $-2 - \frac{8}{5}i$
 - D. $-\frac{6}{5} + \frac{8}{5}i$
3. 已知单位向量 a, b 满足 $(a+2b) \cdot (a-b) = -\frac{4}{5}$, 则 $a \cdot b =$
 - A. $\frac{1}{2}$
 - B. $\frac{1}{3}$
 - C. $\frac{1}{4}$
 - D. $\frac{1}{5}$
4. 某柚子种植户挑选了100个柚子称重(单位:斤),将100个称重数据分成 $[1.25, 1.35)$, $[1.35, 1.45)$, \dots , $[1.75, 1.85]$ 这6组,并整理得到如图所示的频率分布直方图,则质量在区间 $[1.55, 1.65)$ 内的柚子数量是



- A. 15
 - B. 20
 - C. 25
 - D. 30
5. 已知 O 为坐标原点, A, B, F 分别是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左顶点、上顶点和右焦点, 点 P 在椭圆 C 上, 且 $PF \perp OF$, 若 $AB \parallel OP$, 则椭圆 C 的离心率为
 - A. $\frac{1}{2}$
 - B. 1
 - C. $\sqrt{2}$
 - D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 6. 设 $\alpha \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$, $\beta \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$, 且 $\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \cos \beta$, 则
 - A. $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$
 - B. $\alpha - \beta = \frac{\pi}{4}$
 - C. $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$
 - D. $\alpha - \beta = -\frac{\pi}{4}$

7. 把某种物体放在空气中冷却,若该物体原来的温度是 $\theta_1^\circ\text{C}$, 空气的温度是 $\theta_0^\circ\text{C}$, 则 t min 后该物体的温度 $\theta^\circ\text{C}$ 可由公式 $\theta = \theta_0 + (\theta_1 - \theta_0)e^{-kt}$ 求得. 若将温度分别为 100°C 和 60°C 的两块物体放入温度是 20°C 的空气中冷却, 要使得这两块物体的温度之差不超过 10°C , 至少要经过 (取: $\ln 2 = 0.69$)

- A. 2.76 min B. 4.14 min C. 5.52 min D. 6.9 min

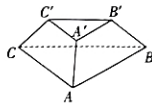
8. 已知 $a = \ln \frac{9}{8}, b = \frac{1}{9}, c = e^{-\frac{20}{9}}$, 则

- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $c > a > b$ D. $c > b > a$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 如图, 在三棱台 $ABC-A'B'C'$ 中, 上底面是边长为 $\sqrt{2}$ 的等边三角形, 下底面是边长为 $2\sqrt{2}$ 的等边三角形, 侧棱长都为 1, 则

- A. $CC' \perp AA'$
 B. $CC' \perp AB$
 C. 直线 CC' 与平面 ABC 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{4}$
 D. 三棱台 $ABC-A'B'C'$ 的高为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$



10. 若函数 $y = |\sin x| - t$ 在 $(0, +\infty)$ 上的零点从小到大排列后构成等差数列, 则 t 的取值可以为

- A. 0 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

11. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 且 $(y+1)f(x) = xf(y+1)$, 则

- A. $f(0) = 0$ B. $f(1) = 0$
 C. $f(x)$ 是奇函数 D. $f(x)$ 没有极值

12. 如图, 有一组圆 $C_k (k \in \mathbf{N}_+)$ 都内切于点 $P(-2, 0)$, 圆 $C_1: (x+3)^2 + (y-1)^2 = 2$, 设直线 $x+y+2=0$ 与圆 C_k 在第二象限的交点为 A_k , 若

$|A_k A_{k+1}| = \sqrt{2}$, 则下列结论正确的是

- A. 圆 C_k 的圆心都在直线 $x+y+2=0$ 上
 B. 圆 C_{99} 的方程为 $(x+52)^2 + (y-50)^2 = 5000$
 C. 若圆 C_k 与 y 轴有交点, 则 $k \geq 8$
 D. 设直线 $x=-2$ 与圆 C_k 在第二象限的交点为 B_k , 则 $|B_k B_{k+1}| = 1$



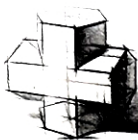
三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡中的横线上.

13. 在 $(\sqrt{x} + \frac{1}{x})^9$ 的展开式中, x^2 项的系数为 \blacktriangle .

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$, 则满足 $f(x-1) < f(2x)$ 的 x 的取值范围是 \blacktriangle .

15. 已知抛物线 $C: y = x^2$ 与直线 $y = a$ 交于 A, B 两点, 点 D 在抛物线 C 上, 且 $\triangle ABD$ 为直角三角形, 则 $\triangle ABD$ 面积的最小值为 \blacktriangle .

16. 如图,这是某同学绘制的素描作品,图中的几何体由两个完全相同的正六棱柱垂直贯穿构成,若该正六棱柱的底面边长为 2,高为 8,则该几何体的体积为 ▲ .



四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

在 $\triangle ABC$ 中, D 为 BC 上一点, $CD=\sqrt{7}$, $BD=4\sqrt{7}$,且 $\angle BAD=90^\circ$.

(1)若 $AD=2\sqrt{3}$,求 AC ;

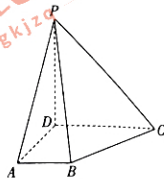
(2)若 $\angle CAD=30^\circ$,求 $\frac{AB}{AC}$.

18. (12 分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 平面 $ABCD$,底面 $ABCD$ 为直角梯形, $PD=CD=AD=2AB$, $AB \parallel CD$, $AD \perp CD$.

(1)在棱 PD 上是否存在点 E ,使得 $AE \parallel$ 平面 PBC ? 若存在,请指出点 E 的位置,并证明;若不存在,请说明理由.

(2)求平面 PBC 与平面 PAB 的夹角的大小.



19. (12 分)

在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, $2a_{n+1}-a_n=n+2$.

(1)证明:数列 $\{a_{n+1}-a_n-1\}$ 为常数列.

(2)若 $b_n=\frac{a_n}{4^{n-1}}$,求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

20. (12分)

已知函数 $f(x) = x^2 - ax - 2\sqrt{x} + b$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(4, f(4))$ 处的切线斜率为 $\frac{13}{2}$.

(1) 求 a 的值;

(2) 当 $x \in [0, b]$ ($b > 0$) 时, $f(x)$ 的值域为 $[0, b]$, 求 b 的值.

21. (12分)

已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点为 $F(\sqrt{7}, 0)$, 渐近线方程为 $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}x$.

(1) 求双曲线 C 的方程.

(2) 已知双曲线 C 的左、右顶点分别为 A, B , 直线 $y = kx + m$ 与双曲线 C 的左、右支分别交于点 M, N (异于点 A, B). 设直线 AM, BN 的斜率分别为 k_1, k_2 , 若点 $(m, \sqrt{3}k)$ 在双曲线 C 上, 证明 $k_1 k_2$ 为定值, 并求出该定值.

22. (12分)

卡塔尔世界杯小组赛阶段, 每个小组 4 支球队循环比赛, 共打 6 场, 每场比赛中, 胜、平、负分别积 3, 1, 0 分. 每个小组积分的前两名球队出线, 进入淘汰赛. 若出现积分相同的情况, 则需要通过净胜球数等规则决出前两名, 每个小组前两名球队出线, 进入淘汰赛. 假定积分相同的球队, 通过净胜球数等规则出线的概率相同 (例: 若 B, C, D 三支球队积分相同, 同时争夺第二名, 则每个球队夺得第二名的概率相同). 已知某小组内的 A, B, C, D 四支球队实力相当, 且每支球队在每场比赛中胜、平、负的概率都是 $\frac{1}{3}$, 每场比赛的结果相互独立.

(1) 若 A 球队在小组赛的 3 场比赛中胜 1 场, 负 2 场, 求其最终出线的概率.

(2) 已知该小组的前三场比赛结果如下: A 与 B 比赛, B 胜; C 与 D 比赛, D 胜; A 与 C 比赛, A 胜.

设小组赛阶段 A, D 球队的积分之和为 X , 求 X 的分布列及期望.

密
封
线
内
不
准
答
题