



## 2023年赣州市十八县(市、区)二十三校期中联考 高三数学试卷

### 注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:集合与常用逻辑用语、函数与导数、不等式、三角函数与解三角形、平面向量、复数、数列、立体几何与空间向量。

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 命题“对任意  $x \in \mathbf{N}_+$ ,  $x^2$  的个位数字不等于2”的否定是
  - A.  $\exists x \in \mathbf{N}_+$ ,  $x^2$  的个位数字等于2
  - B.  $\exists x \in \mathbf{N}_+$ ,  $x^2$  的个位数字不等于2
  - C.  $\forall x \in \mathbf{N}_+$ ,  $x^2$  的个位数字等于2
  - D.  $\forall x \notin \mathbf{N}_+$ ,  $x^2$  的个位数字不等于2
2. 设集合  $U = \mathbf{R}$ ,  $M = \{x | x < 1\}$ ,  $N = \{x | x^2 + x - 2 > 0\}$ , 则  $\complement_U(M \cup N) =$ 
  - A.  $[-2, 1]$
  - B.  $[-1, 1]$
  - C.  $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
  - D.  $(-\infty, 2) \cup (1, +\infty)$
3. 已知向量  $a = (1, 2)$ ,  $b = (3, x)$ , 若  $a \perp (a - b)$ , 则  $|b| =$ 
  - A.  $\sqrt{10}$
  - B.  $\sqrt{13}$
  - C.  $3\sqrt{2}$
  - D. 3
4. 已知  $\alpha$  为第一象限角, 且  $\sin \alpha \cos \beta = \cos \alpha \sin \beta + 1$ , 则  $\beta$  为
  - A. 第一象限角
  - B. 第二象限角
  - C. 第三象限角
  - D. 第四象限角
5. 已知等差数列  $\{a_n\}$  的公差为  $d$ , 且  $a_1, a_{10}, a_{25}$  成等比数列, 则  $\frac{a_2}{a_1} =$ 
  - A.  $\frac{11}{9}$
  - B.  $\frac{10}{9}$
  - C.  $\frac{28}{27}$
  - D.  $\frac{29}{27}$
6. 若  $a > 0, b > 0$ , 则“ $a + b \geq 4$ ”是“ $ab \geq 4$ ”的
  - A. 充分必要条件
  - B. 充分不必要条件
  - C. 必要不充分条件
  - D. 既不充分也不必要条件
7. 某工厂新购置并安装了先进的废气处理设备, 使产生的废气经过过滤后排放, 以减少对空气的污染。已知过滤过程中废气的污染物数量  $P$  (单位:  $\text{mg/L}$ ) 与过滤时间  $t$  (单位:  $\text{h}$ ) 的关系为  $P(t) = P_0 e^{-kt}$  ( $P_0, k$  是正常数)。若经过 10 h 过滤后消除了 20% 的污染物, 则污染物减少 50% 大约需要 (参考数据:  $\log_2 5 \approx 2.322$ )
  - A. 30 h
  - B. 31 h
  - C. 32 h
  - D. 33 h

8. 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ ,  $f(1-2x)$  为偶函数,  $f(x-1)$  为奇函数, 则

- A.  $f(0)=0$       B.  $f(-2)=0$       C.  $f(-3)=0$       D.  $f(-5)=0$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知函数  $f(x) = \sin(x - \frac{\pi}{3}) + 1$ , 则

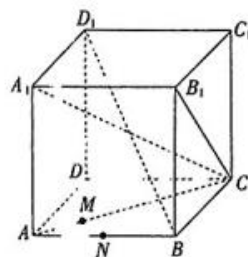
- A.  $f(x)$  的最小正周期为  $2\pi$   
 B.  $f(x)$  的图象关于直线  $x = \frac{\pi}{3}$  对称  
 C.  $f(x)$  的图象关于  $(\frac{\pi}{3}, 1)$  中心对称  
 D.  $f(x)$  在区间  $(0, \frac{5\pi}{6})$  上单调递增

10. 若数列  $\{a_n\}$  满足: 对任意正整数  $n$ ,  $\{a_{n+1} - a_n\}$  为等差数列, 则称数列  $\{a_n\}$  为“二阶等差数列”. 若  $\{a_n\}$  不是等比数列, 但  $\{a_n\}$  中存在不相同的三项可以构成等比数列, 则称  $\{a_n\}$  是“局部等比数列”. 给出下列数列  $\{a_n\}$ , 其中既是“二阶等差数列”, 又是“局部等比数列”的是

- A.  $a_n = 1$       B.  $a_n = n$   
 C.  $a_n = n^2$       D.  $a_n = \sqrt{n}$

11. 如图, 在棱长为 2 的正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $M, N$  分别是  $AC, AB$  上的动点, 下列说法正确的是

- A.  $BD_1 \perp B_1C$   
 B. 三棱锥  $A_1 - MB_1C_1$  的体积是  $\frac{8}{3}$   
 C. 点  $N$  到平面  $A_1B_1C$  的距离是  $\sqrt{2}$   
 D. 该正方体外接球的半径与内切球的半径之比是  $\sqrt{2} : 1$



12. 若方程  $|\ln x + 2x - 2| = a$  有两个根  $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ , 则

- A.  $x_2 > 1 + \frac{a}{2}$       B.  $x_1 > 1 - \frac{a}{3}$   
 C.  $x_1 x_2 < e^{\frac{a}{3}}$       D.  $\frac{x_2}{x_1} > e^{\frac{a}{3}}$

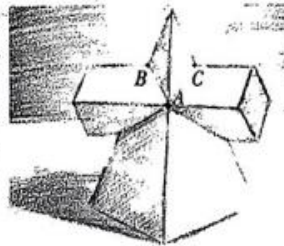
三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13.  $\frac{2i-1}{2i+1} = \underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$

14. 已知函数  $f(x) = 2^{x^2+ax}$  在  $(1, 2)$  上单调递减, 则  $a$  的取值范围为  $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$

15. 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=2, \angle C=30^\circ$ , 则  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$

16. 如图, 这是某同学绘制的素描作品, 图中的几何体由一个正四棱锥和一个正四棱柱贯穿构成, 正四棱柱的侧棱平行于正四棱锥的底面, 正四棱锥的侧棱长为  $3\sqrt{10}$ , 底面边长为 6, 正四棱柱的底面边长为  $2\sqrt{2}$ ,  $A, B, C$  是正四棱锥的侧棱和正四棱柱的侧棱的交点, 则  $BC = \underline{\hspace{2cm}} \blacktriangle$





四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

20.(1)

17. (10 分)

在等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$ , $AB=5$ , $P$ 为 $\triangle ABC$ 内一点, $\angle BPC=90^\circ$ .

(1)若 $\cos\angle CBP=\frac{3}{5}$ ,求 $AP$ ;

(2)若 $\angle APB=150^\circ$ ,求 $\tan\angle PBA$ .

21.

18. (12 分)

已知函数 $f(x)=ax\sin x+\cos x$ 在 $x=\frac{3\pi}{2}$ 处取得极值.

(1)求 $a$ 的值;

(2)求 $f(x)$ 在 $[0,\pi]$ 上的值域.

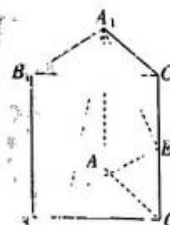
2

19. (12 分)

如图,在正三棱柱 $A_1B_1C_1-ABC$ 中, $D,E$ 分别为 $AB,CC_1$ 的中点, $DE\perp A_1E$ , $AB=2$ .

(1)求 $AA_1$ ;

(2)求直线 $AC$ 与平面 $A_1DE$ 所成角的正弦值.



20. (12分)

已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = -4, a_n + a_{n+1} = 2n - 9$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 若  $b_n = 2^{n-3} \cdot a_n$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$  及其最小值.

21. (12分)

在  $\triangle ABC$  中, 内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ , 且  $b = 2\sqrt{3}, c = 4a \cos B, 2 \sin B \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{a^2}$ .

(1) 求  $a$ ;

(2) 若  $D$  为  $BC$  的中点, 在  $AD$  上存在点  $P$ , 使得  $\vec{PB} \cdot \vec{PC} = \frac{9}{4}$ , 求  $\cos \angle BPC$  的值.

22. (12分)

已知函数  $f(x) = ax^2 - 4x - 2 \ln x + \frac{a}{3}$ .

(1) 试讨论  $f(x)$  的单调区间;

(2) 若  $f(x)$  有两个零点, 求  $a$  的取值范围.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线