青岛二中 2023-2024 学年第一学期期中考试

高三数学试题

命题人：孙晓红 吕恒 刘士哲　　审题人：董天龙

一、选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 命题“$\exists x_0>1$，$\ln(x_0-1)\geq 0$”的否定是（　）.

A. $\forall x>1,\ln(x-1)<0$　　B. $\forall x\leq 1,\ln(x-1)<0$

C. $\forall x>1,\ln(x-1)\geq 0$　　D. $\forall x\leq 1,\ln(x-1)\geq 0$

2. 已知集合 $A=\{x\in N^*\mid 1\leq x<3\}$，$B=\{x\mid ax-2=0\}$，且 $A\cap B=B$，则实数 a 的所有取值集合是（　）

A. $\{1\}$　　B. $\{1,2\}$　　C. $\{0,1,2\}$　　D. $\{0,2\}$

3. 若 $(1+x^{\frac{1}{4}})^8$ 的展开式中共有 m 个有理项，则 m 的值是（

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

4. 底面半径是 1 的圆锥，侧面积是 3π，则圆锥的体积是（　）

A. $2\sqrt{2}\pi$　　B. $\sqrt{2}\pi$　　C. $\frac{2\pi}{3}$　　D. $\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$

5. 柯西不等式（Cauchy—Schwarz Lnequality）是法国数学家柯西与德国数学家施瓦茨分别独立发现的，它在数学分析中有广泛的应用.现给出一个二维柯西不等式：$(a^2+b^2)(c^2+d^2)\geq(ac+bd)^2$，当且仅当 $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$ 时等号成立.根据柯西不等式可以得知函数 $f(x)=3\sqrt{4-3x}+\sqrt{3x-2}$ 的最大值为（　）

A. $2\sqrt{5}$　　B. $2\sqrt{3}$　　C. 12　　D. 20

6. 设曲线 $y=x^3-2x^2+1$ 在 $x=k$ 处的切线为 l，若 l 的倾斜角小于 135°，则实数 k 的取值范围是（　）

A. $(-\infty,\frac{1}{3})\cup(1,+\infty)$　　B. $(-\infty,0]\cup(\frac{1}{3},1)\cup\left[\frac{4}{3},+\infty\right)$

C. $(-\infty,\frac{1}{3})\cup\left[\frac{4}{3},+\infty\right)$　　D. $(-\infty,0)\cup(\frac{1}{3},1)\cup(\frac{4}{3},+\infty)$

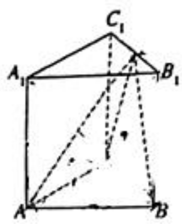
7. 已知角 α，$\beta\in(0,\pi)$，且 $\sin(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)=0,\sin\alpha\sin\beta=3\cos\alpha\cos\beta$，则 $\tan(\alpha-\beta)=$

（　）

A. -2　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 2

8. 如图，已知直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面是等腰直角三角形，

$AA_1=2, AC=BC=1$，点 D 在上底面 $A_1B_1C_1$（包括边界）上运动，则三棱锥 $D-ABC$ 外接球表面积的最大值为（　）



A. $\frac{81\pi}{16}$　　B. 6π　　C. $\frac{243\pi}{64}$　　D. $2\sqrt{6}\pi$

二、选择题（本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分）

9. 已知函数 $f(x)=2\sin x\cos x+\cos\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$，下列结论正确的是

A. $f(x)$ 的周期是 π

B. $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{\pi}{12},0)$ 对称

C. $f(x)$ 的单调递增区间为 $\left[-\frac{\pi}{3}+k\pi,\frac{\pi}{6}+k\pi\right](k\in\mathbf{Z})$

D. 要得到 $g(x)=\sqrt{3}\sin 2x$ 的图象，只需把 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 的单位

10. 已知直线 $l:x-my+3=0$ 和圆 $C:x^2+y^2-6x+5=0$，下列结论成立的是

A. 直线 $l:x-my+3=0$ 过定点（-3，0）

B. 当直线 l 与圆 C 相交时，直线 $l:x-my+3=0$ 被圆所截的弦长最大值为 4

C. 当直线 l 与圆 C 相切时，则实数 $m=2\sqrt{2}$

D. 当实数 m 的值为 3 时，直线 l 与圆 C 相交，且所得弦长为 $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

11. 设数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n，满足 $(a_n-1)^2=4(100-S_n)$，$n\in\mathrm{N}^*$ 且 $a_1>0, a_2>0$，则下列选项正确的是（　）

A. $a_n=-2n+21$　　B. 数列 $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 为等差数列

C. 当 $n=11$ 时 S_n 有最大值

D. 设 $b_n=a_na_{n+1}a_{n+2}$，则当 $n=8$ 或 $n=10$ 时数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和取最大值

12. 点O是$\triangle ABC$的外心，则下列选项正确的是（　）

A. 若$AB=2$，则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}=2$

B. 若$\overrightarrow{BD}=\lambda\left(\frac{\overrightarrow{BA}}{|\overrightarrow{BA}|}+\frac{\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BC}|}\right)$且$\overrightarrow{BD}=\mu\overrightarrow{BA}+(1-\mu)\overrightarrow{BC}$ $(\lambda,\mu\in R)$，则$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{DC}$

C. 若$2\overrightarrow{BO}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$，则$B$为$\triangle ABC$的垂心

D. 若$\angle B=\frac{\pi}{3}$，$\overrightarrow{OB}=m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OC}$，则$m+n$的取值范围为$[-2,1)$

三、填空题（本题共4小题，每小题5分，共20分）

13. 已知函数$f(x)=\frac{x^3\cdot 3^x}{a^x-1}(a>0且a\neq 1)$为偶函数，则$a=$________.

14. 1889年7月由恩格斯领导的第二国际在巴黎举行代表大会，会议上宣布将五月一日定为国际劳动节．五一劳动节某单位安排甲、乙、丙3人在5天假期值班，每天只需1人值班，且每人至少值班1天，已知甲在五一假期期间值班2天，则甲连续值班的概率是________.

15. 已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$，点$P$在$C$上，且$PF_1\perp F_1F_2$，直线$PF_2$与椭圆$C$交于另一点$Q$，与$y$轴交于点$M$，$\overrightarrow{MF_2}=2\overrightarrow{F_2Q}$，则椭圆$C$的离心率为________

16. 若$x=0$是函数$f(x)=\frac{1}{3}x^3+ax^2+x-\ln(x+1)$的极大值点，则实数$a$的取值范围是________

四、解答题（本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. 已知ΔABC的三个内角A,B,C所对的边分别是a,b,c，若$2b\sin A+b\sin B=c\sin 2B$.

（1）求角C；

（2）若点D在边AB上，$b=2,CD=1$，请在下列三个条件中任选一个，求边长AB.

①CD为ΔABC的一条中线；　②CD为ΔABC的一条角平分线；　③CD为ΔABC的一条高线.

18. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_1=1$，当$n\geq 2$时，$2S_n=(n+1)a_n-2$.

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式；（2）设数列$b_n=\frac{2}{a_na_{n+1}}$，求数列$\{b_n\}$的前n项和.

19. 已知四棱锥 $Q-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，且 $AB\perp QD$，$QA=QD=3$.

（1）求点 B 到平面 QCD 的距离；

（2）求二面角 $B-QD-A$ 的正弦值.

20. 一个袋子里有大小相同的黑球和白球共 10 个，其中白球有 $a(0<a<10，a\in N^{*})$ 个，每次随机摸出 1 个球，摸出的球再放回.设事件 A 为“从袋子中摸出 4 个球，其中恰有两个球是白球”.

（1）当 a 取 a_0 时，事件 A 发生的概率最大，求 a_0 的值；

（2）以（1）中确定的 a_0 作为 a 的值，甲有放回地从袋子中摸球，如果摸到黑球则继续摸球，摸到白球则停止摸球，摸球的次数记为 X，求 X 的数学期望 $E(X)$.

参考：（1）若 $P(X=k)=a_k(k=1,2,3\cdots)$，则 $E(X)=\lim\limits_{n\to+\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}ka_k$　　（2）$\lim\limits_{n\to+\infty}n\cdot(\frac{1}{2})^n=0$

21. 已知点 $(1,\sqrt{2})$ 在抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 上，A、B 为抛物线 C 上的两个动点，AB 不垂直于 x 轴，F 为焦点，且 $|AF|+|BF|=5$.

（1）求 p 的值，并证明 AB 的垂直平分线过定点；

（2）设（1）中的定点为 Q，求 ΔABQ 面积的最大值.

22. 设函数 $f(x)=x\cdot e^{x}$，$g(x)=e^{\sin x}+e^{\cos x}$

（1）求曲线 $y=f(x)$ 平行于直线 $y=x+3$ 的切线；

（2）讨论 $g(x)$ 的单调性.

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注**齐鲁家长圈**微信号：**sdgkjzq。**

微信搜一搜

齐鲁家长圈

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索