2023~2024 学年度第一学期调研测试

高三数学

（考试时间：120 分钟　总分：150 分）

注意事项：

1. 请将选择题、填空题的答案和解答题的解题过程涂写在答题卷上，在

2. 答题前，务必将自己的学校、班级、姓名、考试号涂写在答题卷上.

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求.

1. 已知复数 z 满足 $z+2i=iz$（其中 i 为虚数单位），则$|z|$=（ ▲ ）

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. 2　　D. $2\sqrt{2}$

2. 若 $C_RM=\{x|\log_2x>1\}$，$N=\{x|(x-1)(9-x)>0\}$，则$\{x|1<x\leqslant 2\}$=（ ▲ ）

A. $M\cap N$　　B. $C_R(M\cup N)$　　C. $N\cap(C_RM)$　　D. $M\cap(C_RN)$

3. 设 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $S_1+S_2=11$，$S_3-S_2=7$，则 S_4=（ ▲ ）.

A. 8　　B. 16　　C. 20　　D. 24

4. 已知函数 $f(x)=\dfrac{2^x\sin\lambda x}{2^{\lambda x}+1}$ 是奇函数，则实数 λ=（ ▲ ）.

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

5. 命题 p："存在 $x\in[m,+\infty)$，使得 $\lg x=1$."成立的充要条件是（ ▲ ）.

A. $(-\infty,10]$　　B. $(-\infty,10)$　　C. $[10,+\infty)$　　D. $(10,+\infty)$

6. 关于函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,0<\varphi<\pi)$，有下列四个结论：

①函数 $f(x)$的一条对称轴是 $x=-\dfrac{\pi}{6}$；　　②函数 $f(x)$的周期 $T=\pi$；

③函数 $f(x)$的一个对称中心是$(\dfrac{5\pi}{12},0)$；　　④函数 $f(x)$的图象经过点$(0,\dfrac{1}{2})$.

若其中有且只有一个结论错误，则该错误结论的序号可以是（ ▲ ）.

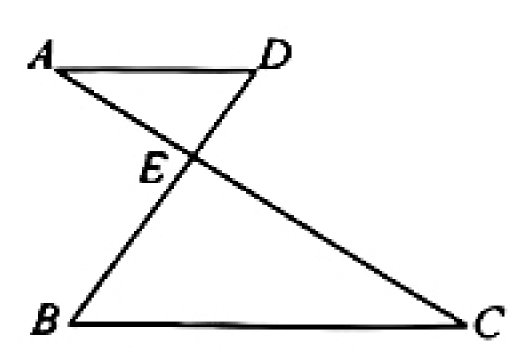
A. ①或②　　B. ①或③　　C. ②或③　　D. ③或④

7. 如图，在平面图形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AD}$，$|\overrightarrow{BD}|=6$.

若$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}=27$，$\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BD}=24$，则$|\overrightarrow{AC}|$=（ ▲ ）.

A. $\sqrt{13}$　　B. 3

C. 9　　D. 13



（第 7 题图）

8. 已知 $a=\tan\frac{1}{e}$，$b=\frac{e-1}{e^2}$，$c=\ln\frac{e}{e-1}$，其中 e 为自然对数的底数，则 a,b,c 的大小关系为（ ▲ ）.

A. $a<b<c$　　B. $b<a<c$　　C. $b<c<a$　　D. $c<b<a$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 下列说法正确的有（ ▲ ）.

A.已知 $z_1,z_2\in\mathbf{C}$，若 $z_1z_2=0$，则 $z_1=0$ 或 $z_2=0$

B.已知 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 满足 $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，则 $\vec{a}=\vec{0}$ 或 $\vec{b}=\vec{0}$

C.已知 $z_1,z_2,z_3\in\mathbf{C}$，若 $z_1z_2=z_1z_3$ 且 $z_1\neq0$，则 $z_2=z_3$

D.已知 $\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$ 满足 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$ 且 $\vec{a}\neq\vec{0}$，则 $\vec{b}=\vec{c}$

10. 在数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_{n+k-1}a_{n+k-2}a_{n+k-3}\cdots a_{n+1}a_n=p$（其中 $n,k\in\mathbf{N}^*$，且 $k\geqslant2$，p 为常数），则称数列 $\{a_n\}$ 为 k 级等积数列，p 为数列 $\{a_n\}$ 的公积.下列对“k 级等积数列”的判断，其中正确的有（ ▲ ）.

A. 数列 $\{(-1)^n\}$ 是 2 级等积数列

B. 数列 $\left\{\sin\frac{(n+1)\pi}{4}\right\}$ 是 4 级等积数列

C. 若 $\{a_n^2\}$ 为 k 级等积数列，则 $\{a_n\}$ 也是 k 级等积数列

D. 若 $\{a_n\}$ 为 k 级等积数列，则 $\{a_n^3\}$ 也是 k 级等积数列

11. 已知函数 $f(x)=\frac{\ln x}{e^x}$，则（ ▲ ）.

A. 函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程为 $x-ey-1=0$　　B. 函数 $f(x)$ 有两个零点

C. 函数 $f(x)$ 的极大值点在区间 $(1,2)$ 内　　D. 函数 $f(x)$ 在 $[2,+\infty)$ 上单调递减

12. 已知 $x>0$，$y>0$，且 $x+4y=xy$，则（ ▲ ）.

A. xy 的最大值是 16　　B. x^2+16y^2 的最小值为 128

C. $4\left(x+\frac{1}{x}\right)+y+\frac{1}{y}$ 的最小值为 10　　D. $\frac{(x+1)(4y+1)}{\sqrt{xy}}$ 的最小值为 $\frac{81}{4}$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 满足 $\vec{a}-3\vec{b}=(2,0)$，$(2\vec{a}-3\vec{b})\cdot\vec{b}=1$，则 $|\vec{a}|=$ ▲ .

14. 若 $\sqrt{3}\cos10^\circ+m\sin10^\circ=2\sin50^\circ$，则实数 $m=$ ▲ .

15. 已知正数 x,y 满足 $(x+1)3^x=9$，$y(\log_3y+1)=9$，则 $(x+1)y$ 的值为 ▲ .

16. 请写出一个同时满足下列三个条件的等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n=$ ▲ .

①$a_n\in\mathbf{N}^*$；

②对任意的 $n,m\in\mathbf{N}^*$，都有 $a_n+m<a_{n+m}<a_n+3m$；

③给定 $n\in\mathbf{N}^*$，对任意的 $m\in\mathbf{N}^*$，都有 $\frac{1}{a_na_{n+1}}+\frac{1}{a_{n+1}a_{n+2}}+\cdots+\frac{1}{a_{n+m}a_{n+m+1}}<\frac{1}{10}$.

四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本题满分10分）

已知数列$\{a_n\}$满足：$a_1=\frac{2}{3}$，______▲______.请从①$(n+1)a_n-na_{n+1}=a_na_{n+1}$；

②$\frac{1}{1-a_{n+1}}=\frac{3-2a_n}{1-a_n}$中选出一个条件，补充到上面的横线上，并解答下面的问题：

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)设$b_n=\frac{(n+1)^2a_n-n^2a_{n+1}}{a_na_{n+1}}$，证明：$\frac{1}{b_1b_2}+\frac{1}{b_2b_3}+\frac{1}{b_3b_4}+\cdots+\frac{1}{b_nb_{n+1}}<\frac{1}{7}$.

18.（本题满分12分）

已知$\cos\alpha=\frac{7\sqrt{2}}{10}$，$\tan\beta=\frac{3}{4}$，其中$\alpha,\beta\in(0,\frac{\pi}{2})$.

(1)求$\alpha+\beta$的值；

(2)设函数$f(x)=\cos(\alpha+\beta-x)\cos(\frac{\pi}{4}+x)+\sin(\alpha+\beta+x)\sin(\frac{\pi}{4}-x)$，当$x_0\in(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3})$且

$f(x_0+\frac{\pi}{6})=\frac{3}{5}$时，求$f(x_0)$的值.

19.（本题满分12分）

已知函数$f(x)=\frac{1}{3}x^3-ax^2-3a^2x$，$(a\in\mathbf{R})$.

(1)讨论$f(x)$的单调性；

(2)若对任意的$x_2>x_1>3$，都有$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}>9$成立，求实数$a$的取值范围.

20.（本题满分 12 分）

在锐角△ABC中，a,b,c 分别是角 A,B,C 的对边，已知$\frac{a^2+b^2-c^2}{b^2+c^2-a^2}=\frac{2b-c}{c}$.

(1)求角 A 的大小；

(2)若 $b=1$，求△ABC 面积 S 的取值范围.

21.（本题满分 12 分）

已知数列$\{a_n\}$的各项均为正数，给定正整数 k，若对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$ 且 $n>k$，都有 $a_{n-k}a_{n-k+1}\cdots a_{n-1}a_{n+1}\cdots a_{n+k-1}a_{n+k}=a_n^{2k}$ 成立，则称数列$\{a_n\}$具有性质 $T(k)$.

(1)若数列$\{a_n\}$具有性质 $T(1)$，且 $a_1=1$，$a_3=9$，求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若数列$\{a_n\}$既具有性质 $T(2)$，又具有性质 $T(3)$；证明：数列$\{a_n\}$是等比数列.

22.（本题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\ln x$ 和 $g(x)=\frac{x+a}{x}$ 的图象在 $x=1$ 处的切线互相垂直.

(1)求实数 a 的值；

(2)当 $x>1$ 时，不等式$\frac{m}{x-1}f(x)<g(x)$恒成立，求实数 m 的取值范围

(3)设 $n\in\mathbf{N}^*$，证明：$\ln(n+1)<\frac{1}{\sqrt{1\times2}}+\frac{1}{\sqrt{2\times3}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n(n+1)}}$.