

5. 已知四个关于三角函数的命题

$$p_1: \exists x \in \mathbb{R}, \sin^2 \frac{x}{2} + \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$$

$$p_2: \exists x, y \in \mathbb{R}, \sin(x - y) = \sin x - \sin y$$

$$p_3: \forall x \in [0, \pi], \sqrt{\frac{1 - \cos 2x}{2}} = \sin x$$

$$p_4: \sin x = \cos y \Rightarrow x + y = \frac{\pi}{2}$$

其中的假命题是

A. p_1, p_4

B. p_2, p_4

C. p_1, p_3

D. p_2, p_3

6. 已知 $a = \sqrt{2} - 1, e^{2b} = 2, c = \frac{1}{5} \ln 5$, 则

A. $a < b < c$

B. $c < b < a$

C. $c < a < b$

D. $b < c < a$

7. 已知函数 $f(x - 1)$ 的图象关于 $(1, -1)$ 对称, $f(x + 1)$ 为偶函数, 则下列函数是奇函数的是

A. $y = f(x) - 1$

B. $y = f(x + 2) - 1$

C. $y = f(x + 4) + 1$

D. $y = f(x + 3) + 1$

8. 在下列四组函数中, 函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象上存在关于 x 轴对称的点的是

A. $f(x) = x + 2, g(x) = \sqrt{x}$

B. $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}, g(x) = 1 + e^x$

C. $f(x) = -x^2, g(x) = \ln x$

D. $f(x) = 2^x, g(x) = \lg x$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 3 分。

9. 已知 $0 < \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$, 则下列结论正确的是

A. $a^2 > b^2$

B. $ac^2 > bc^2$

C. 若 $d < c < 0$, 则 $ad < bc$

D. $a^b > b^a$

10. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的

图象如图所示, 则

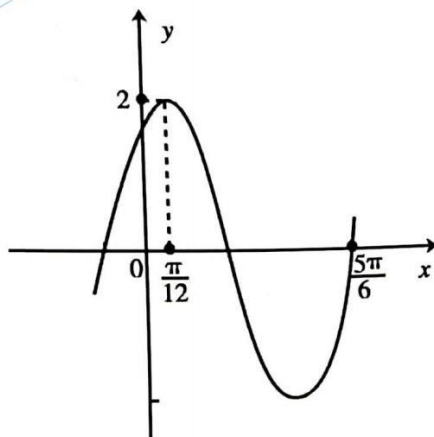
A. $A \sin(\omega x + \varphi) = 2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$

B. 函数 $f(x)$ 的一个对称中心为 $\left(\frac{29}{6}\pi, 0\right)$

C. -2π 是函数 $f(x)$ 的一个周期

D. 将函数 $y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$

个单位长度可得函数 $f(x)$ 的图象



11. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_n = 4(S_n + n), n \in N^*$, 则下列结论正确的是

- A. $\{a_n + 1\}$ 是等比数列
B. $\{a_n\}$ 是单调递减数列
C. $S_n = \frac{1}{4} [(-\frac{1}{3})^n - 1] - n$
D. $a_{2n} + a_{2n-1} \geq -\frac{20}{9}$

12. 已知 $f(x) = x(e^x + 2), g(x) = (x + 2)\ln x$, 则下列结论正确的是

- A. 函数 $g(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上存在极大值
B. $f'(x)$ 为函数 $f(x)$ 的导函数, 若方程 $f'(x) - m = 0$ 有两个不同实根, 则实数 m 的取值范围是 $(2 - e^{-2}, 2)$
C. 若对任意 $x \geq e$, 不等式 $f(ax) \leq f((x^2 + 2x)\ln x)$ 恒成立, 则实数 a 的最大值为 $2 + e$
D. 若 $f(x_1) = g(x_2) = n (n > 0)$, 则 $\frac{\ln n}{x_1(x_2 + 2)}$ 的最大值为 $\frac{1}{e}$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. $\triangle ABC$ 中, 若 $A = 60^\circ, B = 45^\circ, BC = 3\sqrt{2}$, 则 $AC =$ _____.

14. 已知 α 是第四象限角, 且 $\sin(\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 则 $\tan(\alpha - \frac{\pi}{4}) =$ _____.

15. 已知函数 $f(x) = 4x - \sin 2x + 2a \cos x (a \in R)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上单调递增, 则 a 的取值范围是 _____.

16. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = a_{n+1} + a_{n-1} (n \geq 2)$, 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_{202} = 201, S_{201} = 202$, 则 $S_{203} =$ _____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4ax, a \in R, f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数。

(1) 已知 $f'(x) < 0$ 的解集为 A , 集合 $B = \{x | 1 \leq x < 6\}$, 若 $A \cap B = \{x | 1 \leq x < 5\}$, 求 a 的值;

(2) 若 $f(x)$ 在 $(2, +\infty)$ 上存在单调减区间, 求 a 的取值范围。

18. (12分)

已知函数 $f(x) = 4 \cos x \sin(x + \frac{\pi}{3}) - \sqrt{3}$.

(1) 解不等式 $f(x) \geq 1$;

(2) 设 $g(x) = f(x + \frac{\pi}{12}) + 4 \cos x - 1$, 求 $g(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$ 上的最值。

19. (12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_1 = 1$ 且 $a_{n+1} + 2S_n S_{n+1} = 0, n \in \mathbb{N}^*$.

(1)求 a_n ;

(2)记 $b_n = \frac{1}{2^{S_n} S_n}$,求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

20. (12分)

在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , $\sin^2 C = \cos 2A - \cos 2B$.

(1)若 $c = \sqrt{3}a$,求 $\cos C$;

(2)延长 BC 至点 D ,使得 $AD = BD$,若 $a = 2$,求 $\triangle ACD$ 面积的最大值.

21. (12分)

某公司在年初购买了一批价值1000万元的设备,设备的价值在使用过程中逐年减少,前5年每年年底的价值比年初减少 m 万元,从第6年开始,每年年底的价值为年初的80%,已知第7年年底的设备价值为608万元,设备运行一段时间后需要运行养护维修,前3年不需要养护,第4年的养护费为19万元,此后每年在上一年基础上上升25%.

(1)求第 n 年年底设备价值的表达式;

(2)当设备价值低于当年设备花费的养护费时,公司就于当年年底淘汰该批设备,问公司在第几年年底淘汰该批设备?(参考数据 $\lg 2 \approx 0.301, \lg 3 \approx 0.477$).

22. (12分)

已知函数 $f(x) = x \ln(x+t)$ 的导函数为 $f'(x)$,且曲线 $y = f(x)$ 在点 $(-1, f(-1))$ 处的切线方程为 $x + y + 1 = 0$.

(1)证明:当 $x > -\frac{1}{2}$ 时 $f'(x) > 0$;

(2)设 $g(x) = \ln [mx^3 + (4m+1)x^2 + 4(m+1)x + 4] - 2f'(x)$ ($m > \frac{1}{2}$)有两个极值点 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$),过点 $(x_1, -g(x_1))$ 和 $(x_2, g(x_2))$ 的直线的斜率为 k ,证明: $k > 0$.

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注**齐鲁家长圈**微信号：**sdgkjzq**。



打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索