

2023 丘成桐女子数学竞赛试题 试题来源于网络回忆版

题 1. 函数 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 满足, 对任意 $x \in \mathbb{R}$, 存在 $\epsilon > 0$ 使得 f 在 $(x-\epsilon, x+\epsilon)$ 上恒等于某个多项式函数. 问: f 是否一定为多项式函数?

题 2. 求所有的 $n \in \mathbb{N}^*$, 使得存在 n 阶实矩阵 A, B , 满足对任意的 n 维非零实向量 v , Av, Bv 线性无关.

题 3. 计算 $\lim_{N \rightarrow +\infty} \frac{\sum_{k=1}^N e^{i\sqrt{k}}}{N}$.

题 4. 给定素数 p 和正整数 $n (n \geq 2)$. A 为 n 个 p 阶循环群的直和. 问: 至少需要几个 A 的真子群, 才能使他们的并集能覆盖 A ?

题 5. 复矩阵 A 与 A 的任意正整数次幂相似.

(1) 证明: A 的特征值为 0 或 1;

(2) 求 A 的若当标准型.

题 6. 设 $S = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\}$. 求所有函数 $f: S \rightarrow S$, 使得 f 为连续单射, 且对任意 $z_1, z_2 \in S$, 有 $f(z_1 z_2) = f(z_1) f(z_2)$.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线