

高三理科数学

考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。
4. 本卷命题范围：集合、常用逻辑用语、函数、导数、三角函数、解三角形、平面向量、复数、数列、不等式、立体几何。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 z 满足 $z(3+4i) = |2\sqrt{6}-i|$ ，则 $\bar{z} =$

- A. $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$ B. $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}i$ C. $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$ D. $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$

2. 集合 $A = \left\{ n \in \mathbb{Z} \mid \frac{2}{n-1} \in \mathbb{Z} \right\}$, $B = \mathbb{N}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{-1, 0, 2, 3\}$ B. $\{0, 2, 3\}$ C. $\{1, 2, 3\}$ D. $\{2, 3\}$

3. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $p: a_{n+1} = 2a_n$; $q: \{a_n\}$ 是以 2 为公比的等比数列, 则 p 是 q 的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

4. 已知 a, b, c 为实数, 则

- A. 若 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$, 则 $a > b$ B. 若 $ac^2 \geq bc^2$, 则 $a > b$
C. 若 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$, 则 $ac < bc$ D. 若 $a < b$, 则 $a^2 < b^2$

5. 由于我国与以美国为首的西方国家在科技领域内的竞争日益激烈, 美国加大了对我国一些高科技公司的打压, 为突破西方的技术封锁和打压, 我国的一些科技企业积极实施了独立自主、自力更生的策略, 在一些领域取得了骄人的成绩. 我国某科技公司为突破“芯片卡脖子”问题, 实现芯片制造的国产化, 加大了对相关产业的研发投入. 若该公司 2020 年全年投入芯片制造方面的研发资金为 120 亿元, 在此基础上, 计划以后每年投入的研发资金比上一年增长 9%, 则该公司全年投入芯片制造方面的研发资金开始超过 200 亿元的年份是

参考数据: $\lg 1.09 \approx 0.0374$, $\lg 2 \approx 0.3010$, $\lg 3 \approx 0.4771$.

- A. 2024 年 B. 2025 年 C. 2026 年 D. 2027 年

6. 已知 $x > 1, y > 0, x + \frac{1}{y} = 9$, 则 $\frac{1}{x-1} + y$ 的最小值为

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $2\sqrt{2}$ D. 6

【高三 11 月质量检测 · 理科数学 第 1 页 (共 4 页)】

L

7. 已知 α, β 是两个不同的平面, a, b 是两条不同的直线, 则
- A. 若 $a \subset \alpha, b \subset \beta$ 且 $a \parallel b$, 则 $\alpha \parallel \beta$
 - B. 若 $a \subset \alpha, b \subset \alpha$ 且 $a \parallel \beta, b \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$
 - C. 若 $\alpha \perp \beta$ 且 $\alpha \cap \beta = a, a \perp b$, 则 $b \perp \alpha$
 - D. 若 $a \subset \alpha, b \subset \beta, a \parallel \beta, b \parallel \alpha$ 且 a, b 异面, 则 $\alpha \parallel \beta$

8. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x - \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$), $\forall x \in \mathbf{R}$, 总有 $f(x_1) \leq f(x) \leq f(x_2)$ 成立, 且 $|x_1 - x_2|$ 的最小值为 π . 若 $\cos(\frac{\pi}{3} - \varphi) = \cos \varphi$, 则 $f(x)$ 的图象的一条对称轴方程是

- A. $x = -\frac{\pi}{3}$
- B. $x = -\frac{\pi}{6}$
- C. $x = \frac{\pi}{3}$
- D. $x = \frac{\pi}{6}$

9. 若 $\vec{OA} = (0, 1, 1), \vec{OB} = (2, -1, 2), \vec{OC} = (1, 2, 3)$, 则三棱锥 $O-ABC$ 的体积为

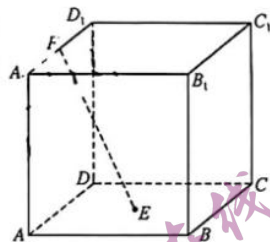
- A. $\frac{5}{6}$
- B. $\frac{5}{3}$
- C. 2
- D. $\frac{9}{2}$

10. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_1, a_2, a_5$ 成公比不为 1 的等比数列, S_n 是 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 将数列 $\{a_n\}$ 与数列 $\{S_n - 1\}$ 的公共项从小到大排列得到新数列 $\{b_n\}$, 则 $\sum_{n=1}^{1011} \frac{1}{b_n} =$

- A. 1
- B. $\frac{1010}{1011}$
- C. $\frac{1011}{2023}$
- D. $\frac{1}{2023}$

11. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 E, F 满足 $\vec{AE} = x\vec{AB} + y\vec{AD}$, $\vec{A_1F} = z\vec{A_1D_1}$, 且 $x, y, z \in (0, 1)$. 记 EF 与 AA_1 所成角为 α , EF 与平面 $ABCD$ 所成角为 β , 则下列判断错误的是

- A. 若 $x = \frac{1}{2}$, 则三棱锥 $E-BCF$ 的体积为定值
- B. 若 $z = \frac{1}{2}$, 则存在 $x = y$, 使得 $EF \parallel$ 平面 BDD_1B_1
- C. $\forall x, y, z \in (0, 1), \alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$
- D. 若 $x = y = z = \frac{1}{2}$, 则在侧面 BCC_1B_1 内必存在一点 P , 使得 $PE \perp PF$



12. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , $f(x+1)$ 是奇函数, $g(x) = (x-1)f(x)$, 函数 $g(x)$ 在区间 $(-\infty, 1]$ 上单调递减, 则

- A. $g(x)$ 为偶函数
- B. $g(x+1)$ 为奇函数
- C. $g(e^{0.1}) < 0 < g(1 - \ln 1.1)$
- D. $g(e^{0.1}) > g(1 - \ln 1.1) > 0$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知平面向量 $a = (1, m), b = (-2, 1), c = (n, 2)$, 若 $a \perp b, b \parallel c$, 则 $m+n =$ _____.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $\{a_n\}$ 与 $\{\sqrt{S_n}\}$ 均为等差数列, 称数列 $\{a_n\}$ 具有性质 P . 如 $a_n = 0$ 时, 其和 $S_n = 0$, 或 $a_n = 2n-1$ 时, 其和 $S_n = n^2$, $\{a_n\}$ 均是具有性质 P 的数列. 请再写出一个除例子之外具有性质 P 的数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n =$ _____.

15. 已知 $\alpha \in (\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}), \beta \in (0, \frac{\pi}{4})$, 若 $\cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) = \frac{4}{5}, \cos(\frac{5}{4}\pi + \beta) = -\frac{5}{13}$, 则 $\cos(\alpha + \beta) =$ _____.

【高三 11 月质量检测 · 理科数学 第 2 页 (共 4 页)】

16. 印章是我国传统文化之一,根据遗物和历史记载,至少在春秋战国时期就已出现,其形状多为长方体、圆柱体等,陕西历史博物馆收藏的“独孤信多面体煤精组印”是一枚形状奇特的印章(如图1),该形状称为“半正多面体”(由两种或两种以上的正多边形所围成的多面体),每个正方形面上均刻有不同的印章(图中为多面体的面上的部分印章).图2是一个由18个正方形和8个正三角形围成的“半正多面体”(其各顶点均在一个正方体的面上),若该多面体的棱长均为1,且各个顶点均在同一球面上,则该球的表面积为_____.



图1

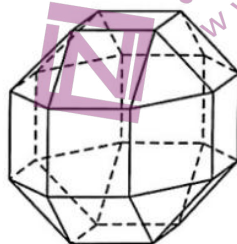


图2

三、解答题:本题共6小题,共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分10分)

如图1,山形图是两个全等的直角梯形 $ABCD$ 和 $ABEF$ 的组合图,将直角梯形 $ABEF$ 沿底边 AB 翻折,得到图2所示的几何体.已知 $AB \parallel CD \parallel EF$, $AB=2CD=2EF$, $AB \perp BE$,点 N 在线段 CE 上,且 $EN=2CN$.在几何体 $BCE-ADF$ 中,解决下面问题.

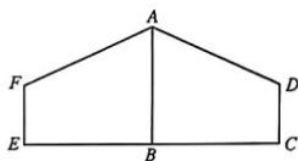


图1

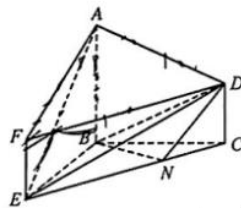


图2

- (1)证明: $AE \parallel$ 平面 BND ;
- (2)若平面 $BDE \perp$ 平面 $ABCD$,证明: $BE \perp AD$.

18. (本小题满分12分)

已知 S_n 是正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,满足 $(S_{n+1}-S_{n-1})(S_{n+1}-2S_n+S_{n-1})=2$ ($n \geq 2$), $a_1=1, a_2=\sqrt{3}$.

- (1)若 $\log_{a_2} a_3 \times \log_{a_3} a_4 \times \log_{a_4} a_5 \times \dots \times \log_{a_m} a_{m+1} = 6$,求正整数 m 的值;
- (2)若 $b_n = 3^{n-1}$,在 b_k 与 b_{k+1} ($k \in \mathbb{N}^*$) 之间插入 $\{a_k^i\}$ 中从 a_k^1 开始的连续 k 项构成新数列 $\{c_n\}$,即 $\{c_n\}$ 为 $b_1, a_1^1, b_2, a_2^1, a_2^2, a_3^1, b_3, \dots$,求 $\{c_n\}$ 的前30项的和.

19. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $\triangle ABC$ 的面积为 S , 已知 $\frac{4S}{\tan B} = a^2 \cos B + abc \cos A$.

(1) 求角 B ;

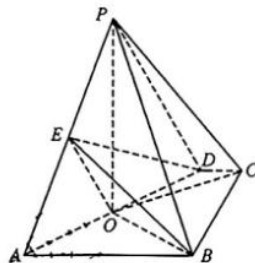
(2) 若 $b=3$, $\triangle ABC$ 的周长为 l , 求 $\frac{S}{l}$ 的最大值.

20. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 四边形 $ABCD$ 为梯形, $AB \parallel CD$, $AB \perp BC$, $AB=3CD=6$, $BC=8$, $\triangle PAD$ 为等边三角形, 且平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, O, E 分别为 AD, PA 的中点.

(1) 证明: 平面 $POB \perp$ 平面 POC ;

(2) 求平面 DOE 与平面 BOE 夹角的余弦值.



21. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_n + a_{n+1} = 3 \times 5^{n-1}$.

(1) 判断 $\{a_n - \frac{5^{n-1}}{2}\}$ 是否为等比数列? 并求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $b_n = \begin{cases} 2, & n \text{ 为奇数,} \\ 4n-2, & n \text{ 为偶数,} \end{cases}$ 求数列 $\{a_n b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = (a-1)e^x - be^{-x} - ax$ ($a, b \in \mathbf{R}$).

(1) 当 $a=3, b=0$ 时, 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程;

(2) 当 $b=1$ 时, $f(x)$ 既存在极大值, 又存在极小值, 求 a 的取值范围;

(3) 当 $1 < a < 2, b=1$ 时, x_1, x_2 分别为 $f(x)$ 的极大值点和极小值点, 且 $f(x_1) + kf(x_2) > 0$, 求实数 k 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线