临沂市高三教学质量检测考试

数学试题参考答案及评分标准

2023.11

说明：

一、本解答只给出了一种解法供参考，如考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考查内容参照评分标准酌情赋分.

二、当考生的解答在某一步出错误时，如果后继部分的解答未改该题的内容与难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确答案应得分数一半；如果后继部分的解答有较严重的错误或又出现错误，就不再给分.

三、解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数.

四、只给整数分数. 选择题和填空题不给中间分.

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.C　2.A　3.B　4.A　5.B　6.C　7.D　8.B

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9.BC　10.AC　11.ABD　12.ACD

三、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13.4　14.$\frac{13}{24}$　15.4π　16.0.7　$\frac{7}{24}$

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10 分）

解：(1) $\because f(x)$ 为 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，

$\therefore f(-x)+f(x)=0$，………………………… 2 分

$\therefore a+\frac{1}{2^{-x}+1}+a+\frac{1}{2^x+1}=0$，………………………… 3 分

$\therefore 2a+\frac{2^x}{1+2^x}+\frac{1}{2^x+1}=0$，

$\therefore 2a+1=0$，………………………… 4 分

因此所求实数 a 的值为 $-\frac{1}{2}$. ………………………… 5 分

(2) $\because f(x)=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2^x+1}$，

显然 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是减函数. ………………………… 7 分

又$\because f(\log_4 t)+f(2)>0$,

$\therefore f(\log_4 t)>-f(2)$,

$\therefore f(\log_4 t)>f(-2)$, ………………………………………………………… 8 分

$\therefore \log_4 t<-2$, ………………………………………………………………… 9 分

$\therefore 0<t<4^{-2}$,

即 $0<t<\frac{1}{16}$.

所求 t 的取值范围为$(0,\frac{1}{16})$. ………………………………………………… 10 分

18.(12 分)

解:(1)依题意,$f(0)=-1$,故切点为$(0,-1)$, ……………………………………… 1 分

由切点在切线 $2x+by-1=0$ 上,得 $b=-1$. ………………………………………… 2 分

$\because f'(x)=\frac{-2x^2+(4-a)x+a+1}{e^x}$, …………………………………………… 3 分

又 $b=-1$,切线方程为 $2x-y-1=0$,其斜率为 2,

即 $f'(0)=2$, ……………………………………………………………………… 4 分

$\therefore a+1=2$,

$\therefore a=1$. ………………………………………………………………………… 5 分

所以,$f(x)$的解析式为 $f(x)=\frac{2x^2+x-1}{e^x}$. ……………………………………… 6 分

(2)由(1)知 $f'(x)=\frac{-2x^2+3x+2}{e^x}=\frac{-(2x+1)(x-2)}{e^x}$. …………………………… 7 分

由 $f'(x)=0$,得 $x=-\frac{1}{2}$,或 $x=2$, ……………………………………………… 8 分

因为 $f(-1)=0$,$f(-\frac{1}{2})=-\sqrt{e}$,$f(2)=\frac{9}{e^2}$,$f(3)=\frac{20}{e^3}$, ……………………… 10 分

易知 $9e\approx24>20$,

所以 $\frac{9}{e^2}>\frac{20}{e^3}$, ……………………………………………………………… 11 分

因此,函数 $f(x)$ 最小值为 $-\sqrt{e}$,最大值为 $\frac{9}{e^2}$. ……………………………………… 12 分

19.(12 分)

解:(1)由正弦定理可得 $\sin A\sin(B+\frac{\pi}{6})=\frac{\sin B+\sin C}{2}$, ……………………… 1 分

$\therefore \sin A(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin B+\frac{1}{2}\cos B)=\frac{\sin B+\sin C}{2}$, ………………………… 2 分

又$\because \sin C=\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$

$\therefore \sqrt{3}\sin A\sin B=\sin B+\cos A\sin B$. ……………………………………… 3 分

$\because B\in(0,\pi)$,$\therefore \sin B>0$,

$\therefore \sqrt{3}\sin A-\cos A=1$, ………………………………………… 4分

即 $\sin(A-\dfrac{\pi}{6})=\dfrac{1}{2}$, ………………………………………… 5分

又$\because A\in(0,\pi)$,

$\therefore A-\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{\pi}{6}$或$A-\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{5\pi}{6}$(舍去)

$\therefore A=\dfrac{\pi}{3}$. ………………………………………… 6分

(2)法一:由题知 O 为$\triangle ABC$ 内切圆的圆心,设该圆半径为 r, ……………… 7分

则 $S_{\triangle OBC}=\dfrac{1}{2}\cdot BC\cdot r=\dfrac{1}{2}\times 14r=15\sqrt{3}$, ……………………………… 8分

得 $r=\dfrac{15\sqrt{3}}{7}$, ………………………………………… 9分

又$\because A=\dfrac{\pi}{3}$, ………………………………………… 10分

$\therefore AO=2r=\dfrac{30\sqrt{3}}{7}$ ………………………………………… 12分

法二:由 $A=\dfrac{\pi}{3}$,得$\angle OBC+\angle OCB=\dfrac{1}{2}(B+C)=\dfrac{1}{2}(\pi-A)=\dfrac{\pi}{3}$,

$\therefore \angle BOC=\pi-\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{2}{3}\pi$. ………………………………………… 7分

在$\triangle OBC$ 中,由$\triangle OBC$ 的面积为$15\sqrt{3}$,得

$\dfrac{1}{2}OB\cdot OC\sin\dfrac{2}{3}\pi=15\sqrt{3}$,

可得 $OB\cdot OC=60$ ① ………………………………………… 8分

又由余弦定理得 $14^2=OB^2+OC^2+OB\cdot OC$

即$(OB+OC)^2-OB\cdot OC=196$

$\therefore OB+OC=16$ ② ………………………………………… 9分

由①②联立$\begin{cases}OB+OC=16\\OB\cdot OC=60\end{cases}$

解得$\begin{cases}OB=6\\OC=10\end{cases}$或$\begin{cases}OB=10\\OC=6\end{cases}$.

由对称性不妨设$\begin{cases}OB=6\\OC=10\end{cases}$, ………………………………………… 10分

在$\triangle OBC$ 中,有$\dfrac{10}{\sin\angle OBC}=\dfrac{14}{\sin\dfrac{2\pi}{3}}$,

可得 $\sin\angle OBC=\dfrac{5\sqrt{3}}{14}$, ………………………………………… 11分

又由 OB 是$\angle B$ 的角平分线,有 $\sin\angle OBA=\dfrac{5\sqrt{3}}{14}$,

在△OAB 中，由正弦定理，有$\frac{OA}{\sin\angle OBA}=\frac{OB}{\sin\angle OAB}$，有$\frac{OA}{\frac{5\sqrt{3}}{14}}=\frac{6}{\sin\frac{\pi}{6}}$，

得 $OA=\frac{30\sqrt{3}}{7}$. …… 12 分

20.（12 分）

解：(1) $f(x)=\sqrt{3}\sin2x+2\cos^2x+m$

$=\sqrt{3}\sin2x+1+\cos2x+m$

$=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})+m+1$，…… 2 分

$\because x\in[0,\frac{\pi}{2}]$，

$\therefore 2x+\frac{\pi}{6}\in[\frac{\pi}{6},\frac{7}{6}\pi]$，…… 3 分

$\therefore -\frac{1}{2}\leqslant\sin(2x+\frac{\pi}{6})\leqslant1$，

∴ 函数的最大值为 $3+m$，…… 4 分

$\therefore 3+m=2$，

$\therefore m=-1$. …… 5 分

(2) 由(1)知 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$.

$g(x)=f(x-\frac{\pi}{12})+f(x+\frac{\pi}{6})-f(x-\frac{\pi}{12})f(x+\frac{\pi}{6})$

$=2\sin[2(x-\frac{\pi}{12})+\frac{\pi}{6}]+2\sin[2(x+\frac{\pi}{6})+\frac{\pi}{6}]-4\sin[2(x-\frac{\pi}{12})+\frac{\pi}{6}]\sin[2(x+\frac{\pi}{6})+\frac{\pi}{6}]$

$=2(\sin2x+\cos2x)-4\sin2x\cos2x$，…… 7 分

令 $\sin2x+\cos2x=t$，则 $\sin2x\cos2x=\frac{t^2-1}{2}$，其中 $t\in[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$，…… 8 分

$\therefore h(t)=2t-2(t^2-1)=-2(t-\frac{1}{2})^2+\frac{5}{2}$，…… 9 分

当 $t=-\sqrt{2}$，即 $\sin2x+\cos2x=\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})=-\sqrt{2}$ 时，

$g(x)_{\min}=h(t)_{\min}=-2\sqrt{2}-2$，…… 10 分

此时，$\sin(2x+\frac{\pi}{4})=-1$，

$\therefore 2x+\frac{\pi}{4}=2k\pi-\frac{\pi}{2}$，即 $x=k\pi-\frac{3}{8}\pi$，…… 11 分

$\therefore x$ 的集合为 $\{x|x=k\pi-\frac{3}{8}\pi,k\in\mathbf{Z}\}$. …… 12 分

21.（12 分）

解：(1)由 $b_{n+1}=3b_n-2$，得

$b_{n+1}-1=3(b_n-1)$，……………………………………………………………… 2 分

又∵ $b_1=4$，$b_1-1=3$，

∴ $\{b_n-1\}$ 是以 3 为首项，3 为公比的等比数列，……………………………… 3 分

∴ $b_n=3^n+1$. ……………………………………………………………………… 4 分

(2)设等差数列 $\{a_n\}$ 的公比为 d，

∴ $S_4=4\times2+\dfrac{4\times3}{2}d=14$，解得 $d=1$，……………………………………… 5 分

∴ $a_n=2+(n-1)=n+1$，……………………………………………………………… 6 分

当 n 为奇数时，$c_n=\dfrac{n+2}{(n+1)^2(n+3)^2}=\dfrac{1}{4}\left[\dfrac{1}{(n+1)^2}-\dfrac{1}{(n+3)^2}\right]$，…………………… 7 分

∴ $c_1+c_3+c_5+\cdots+c_{2n-1}$

$=\dfrac{1}{4}\left[\dfrac{1}{2^2}-\dfrac{1}{4^2}+\dfrac{1}{4^2}-\dfrac{1}{6^2}+\cdots+\dfrac{1}{(2n)^2}-\dfrac{1}{(2n+2)^2}\right]$

$=\dfrac{1}{4}\left[\dfrac{1}{2^2}-\dfrac{1}{4(n+1)^2}\right]<\dfrac{1}{16}$. ……………………………………………… 8 分

当 n 为偶数时，$c_n=\dfrac{1}{b_n}=\dfrac{1}{3^n+1}<\dfrac{1}{3^n}$，………………………………………… 9 分

$c_2+c_4+c_6+\cdots+c_{2n}<\dfrac{1}{3^2}+\dfrac{1}{3^4}+\cdots+\dfrac{1}{3^{2n}}$

$=\dfrac{1}{9}+\dfrac{1}{9^2}+\cdots+\dfrac{1}{9^n}$ ……………………………………………… 10 分

$=\dfrac{\frac{1}{9}(1-\frac{1}{9^n})}{1-\frac{1}{9}}=\dfrac{1}{8}-\dfrac{1}{8\times9^n}<\dfrac{1}{8}$，…………………………… 11 分

∴ $T_{2n}<\dfrac{1}{16}+\dfrac{1}{8}=\dfrac{3}{16}$. …………………………………………… 12 分

22.(12 分)

解：(1)函数 $f(x)=x^2-ax+2\ln x$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，

则 $f'(x)=2x-a+\dfrac{2}{x}=\dfrac{2x^2-ax+2}{x}$，……………………………………………… 1 分

令 $f'(x)=0$，即 $2x^2-ax+2=0$，则 $\Delta=a^2-16$，

当 $\Delta=a^2-16\leqslant0$，即 $-4\leqslant a\leqslant4$ 时，$f'(x)\geqslant0$，

此时 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增；…………………………………………………… 2 分

当 $\Delta=a^2-16>0$，即 $a<-4$ 或 $a>4$，

若 $a>4$ 时，方程 $2x^2-ax+2=0$ 的两根为 $x_1=\dfrac{a-\sqrt{a^2-16}}{2}$，$x_2=\dfrac{a+\sqrt{a^2-16}}{2}$，………… 3 分

易知两根均为正根，且 $x_1<x_2$，则

$x\in(0,\dfrac{a-\sqrt{a^2-16}}{2})$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增，

$x\in(\frac{a-\sqrt{a^2-16}}{2},\frac{a+\sqrt{a^2-16}}{2})$时，$f'(x)<0$，$f(x)$单调递减，

$x\in(\frac{a+\sqrt{a^2-16}}{2},+\infty)$时，$f'(x)>0$，$f(x)$单调递增，…………………………………… 4 分

若$a<-4$，$f'(x)>0$恒成立，

此时$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增. ……………………………………………………………… 5 分

综上，$a\leqslant 4$，$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增；

$a>4$时，$f(x)$在$(0,\frac{a-\sqrt{a^2-16}}{2})$，$(\frac{a+\sqrt{a^2-16}}{2},+\infty)$上单调递增，

在$(\frac{a-\sqrt{a^2-16}}{2},\frac{a+\sqrt{a^2-16}}{2})$上单调递减. …………………………………………………… 6 分

(2)由(1)知，当$a>4$时，$f(x)$有两个极值点，满足$\begin{cases}x_1+x_2=\frac{a}{2},\\x_1x_2=1\end{cases}$ …………………… 7 分

则$0<x_1<1<x_2$，

$\therefore 2f(x_1)-f(x_2)=2(x_1^2-ax_1+2\ln x_1)-(x_2^2-ax_2+2\ln x_2)$

$=2x_1^2-2ax_1+4\ln x_1-x_2^2+ax_2-2\ln x_2$

$=2x_1^2-4(x_1+x_2)x_1+4\ln x_1-x_2^2+2(x_1+x_2)x_2-2\ln x_2$

$=-2x_1^2-4+4\ln x_1+x_2^2+2-2\ln x_2$

$=-\frac{2}{x_2^2}+x_2^2-6\ln x_2-2.$ ……… ………… 8 分

令$g(x)=x^2-\frac{2}{x^2}-6\ln x-2$，$x>1$，则

$g'(x)=2x+\frac{4}{x^3}-\frac{6}{x}=\frac{2x^4-6x^2+4}{x^3}$ ….. ….. 9 分

$=\frac{2(x^4-3x^2+2)}{x^3}=\frac{2(x^2-1)(x^2-2)}{x^3}$

$=\frac{2(x+1)(x+\sqrt{2})(x-1)(x-\sqrt{2})}{x^3}$， … 10 分

则当$x\in(1,\sqrt{2})$时，$g'(x)<0$，$g(x)$单调递减，

当$x\in(\sqrt{2},+\infty)$时，$g'(x)>0$，$g(x)$单调递增. ……………………………………… 11 分

$\therefore g(x)_{\min}=g(\sqrt{2})=(\sqrt{2})^2-\frac{2}{(\sqrt{2})^2}-6\ln\sqrt{2}-2=-1-3\ln 2.$

即$2f(x_1)-f(x_2)\geqslant -1-3\ln 2.$ ………………………………………………………… 12 分

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注**齐鲁家长圈**微信号：**sdgkjzq。**

微信搜一搜

齐鲁家长圈

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索