绝密★启用前

2023—2024 学年高中毕业班阶段性测试(三)

数　学

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 数列$\frac{1}{2}, -\frac{3}{4}, \frac{5}{8}, -\frac{7}{16}, \cdots$的一个通项公式为

A. $(-1)^n\frac{2n-1}{2n}$　　B. $(-1)^{n-1}\frac{2n-1}{2n}$

C. $(-1)^n\frac{2n-1}{2^n}$　　D. $(-1)^{n-1}\frac{2n-1}{2^n}$

2. 已知集合 $M=\{1,9,x\}$，$N=\{1,x^2\}$，其中 $M\cup N=M$，则 x 的取值集合为

A. $\{-3,3\}$　　B. $\{-3,0,3\}$

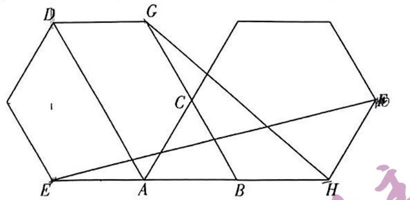
C. $\{-3,0,-1,3\}$　　D. $\{-3,-1,0,1,3\}$

3. “关于 x 的不等式 $(2a-3)x^2-(2a-3)x+4\geqslant 0$ 的解集为 $\mathbf{R}$”是“$\frac{3}{2}<a<9$”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

4. 已知△ABC 为等边三角形，分别以 CA，CB 为边作正六边形，如图所示，则



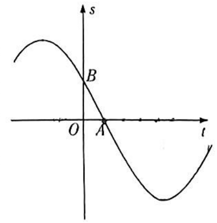
A. $\overrightarrow{EF}=\frac{9}{2}\overrightarrow{AD}+4\overrightarrow{GH}$　　B. $\overrightarrow{EF}=\frac{7}{2}\overrightarrow{AD}+3\overrightarrow{GH}$

C. $\overrightarrow{EF}=5\overrightarrow{AD}+4\overrightarrow{GH}$　　D. $\overrightarrow{EF}=\frac{9}{2}\overrightarrow{AD}+3\overrightarrow{GH}$

5. 已知等边三角形 $A_1B_1C_1$ 的边长为 4，连接其各边的一个三等分点得到等边三角形 $A_2B_2C_2$，再连接△$A_2B_2C_2$ 各边的一个三等分点得到等边三角形 $A_3B_3C_3$，继续依此方法，得到一系列等边三角形，记△$A_iB_iC_i$($i=1,2,3,\cdots$)的面积为 S_i，若 $\forall n\in\mathbf{N}^*$，$S_1+S_2+\cdots+S_n<\lambda$ 恒成立，则 λ 的最小值为

A. $2\sqrt{3}$　　B. $4\sqrt{3}$　　C. $6\sqrt{3}$　　D. $8\sqrt{3}$

6. 阻尼器是一种以提供运动的阻力从而达到减震效果的专业工程装置，从 20 世纪 70 年代起，人们逐步地把这种装置运用到建筑、桥梁、铁路等结构工程中. 某阻尼器的运动过程可看作简谐运动，其离开平衡位置的位移 $s(t)$(单位：cm)和时间 t(单位：s)之间的函数关系式为 $s(t)=\frac{1}{2}\cos(\omega t+\varphi)$ $(\omega>0)$，该函数的部分图象如图所示，其中 $A\left(\frac{1}{6},0\right)$，$B\left(0,\frac{1}{4}\right)$，则下列区间包含 $s(t)$ 的极大值点的是



A. $\left[-1,-\frac{1}{2}\right]$　　B. $\left[1,\frac{3}{2}\right]$　　C. $\left[\frac{3}{2},2\right]$　　D. $\left[\frac{5}{2},3\right]$

7. 已知正数 a,b 满足 $4a^2b+6ab^2=6a+b$，则 $2^a\cdot(\sqrt{2})^{3b}$的最小值为

A. 16　　B. $8\sqrt{2}$　　C. 8　　D. 4

8. 已知函数 $f(x)=(x+1)\ln\left|m+\frac{2}{3-2x}\right|+nx+n$ 的图象关于直线 $x=-1$ 对称，则 $m+n=$

A. $\ln\frac{1}{5}-\frac{1}{5}$　　B. $\ln 5-\frac{1}{5}$　　C. $\ln\frac{1}{3}-\frac{1}{3}$　　D. $\ln 3-\frac{1}{3}$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知复数 $z_1=\frac{2-\mathrm{i}}{3+\mathrm{i}}$，$z_2=(1+3\mathrm{i})(3-\mathrm{i})$，则

A. z_1 的虚部为$\frac{1}{2}$

B. $|z_2|=10$

C. z_2-12z_1 为纯虚数

D. 在复平面内，复数 $20z_1+z_2$ 所对应的点位于第四象限

10. 记等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，则根据下列条件能够确定 S_{21} 的值的是

A. $a_{11}=10$　　B. $a_4+a_{19}=10$

C. $a_7=10, S_{13}=130$　　D. $S_7=100, S_{14}=300$

11. 已知函数 $f(x)=\sin^k x+\cos^k x$，则下列结论中正确的是

A. 若 $k=3$，则 $f(x)$ 的图象关于点$\left(-\frac{\pi}{4},0\right)$对称

B. 若 $k=4$，则 $f(x)$ 的最小正周期为 π

C. 若 $k=6$，则 $y=2f(x)-1$ 在区间$\left[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right]$上有 2 个零点

D. 若 $k=2$，则方程 $f(x)=(2\sin x+1)\sin x$ 的最小的 20 个正实数根之和为 130π

12. 已知实数 m,n 满足$\dfrac{me^m}{4n^2}=\dfrac{\ln n+\ln 2}{e^m}$,且 $e^{2m}=\dfrac{1}{m}$,则

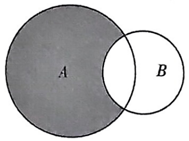
A. $n=\dfrac{e^m}{2}$　　B. $mn^2=$.

C. $m+n<\dfrac{7}{5}$　　D. $1<2n-m^2<\dfrac{3}{2}$

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 已知向量 $\boldsymbol{m}=(2,-3)$,$\boldsymbol{n}=(-1,2)$,$\boldsymbol{p}=(\lambda,3)$,若$(\boldsymbol{m}+3\boldsymbol{n})\perp\boldsymbol{p}$,则 $\lambda=$________.

14. 已知集合 $A=\{x|x=-2t^2+5t,t\in\mathbf{R}\}$,$B=\left\{x\left|\dfrac{2x-3}{x+1}<1\right.\right\}$,则 Venn 图中阴影部分表示的集合为________.



15. 若 $\sin^2\alpha+\sin\alpha\cos\alpha=\dfrac{3}{5}$,且 $\alpha\in\left(-\dfrac{\pi}{8},\dfrac{3\pi}{8}\right)$,则 $\tan 2\alpha=$________.

16. 已知函数$f(x)=\dfrac{|(1-2a)x+4a+2|}{x-2}+2a$ 在区间$[3,6]$上的最大值为 5,则实数 a 的取值范围为________.

四、解答题:共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知函数$f(x)=x^3-3ax+2$,且曲线 $y=f(x)$ 在点$(1,f(1))$处的切线 l 与直线 $x-9y=0$ 相互垂直.

(Ⅰ)求 l 的方程;

(Ⅱ)求$f(x)$的极值.

18. (12 分)

已知等差数列$\{a_n\}$的公差为整数,$a_3=9$,设其前 n 项和为 S_n,且$\left\{\dfrac{S_n}{a_n+1}\right\}$是公差为$\dfrac{1}{2}$的等差数列.

(Ⅰ)求$\{a_n\}$的通项公式;

(Ⅱ)若 $b_n=a_{2n-1}-80$,求数列$\{|b_n|\}$的前 n 项和 T_n.

19. (12 分)

在锐角$\triangle ABC$ 中,角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,已知 $bc\sin C=(c^2+b^2-a^2)\cdot\sin\left(B+\dfrac{\pi}{3}\right)$.

(Ⅰ)求 A;

(Ⅱ)若 $a=6$,求$\triangle ABC$ 周长的最大值.

20. (12 分)

设 $\omega>0,0<\varphi<\pi$,已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$的图象在区间$(0,3\pi)$内恰有 4 条对称轴,且函数 $g(x)=f(x)-\sqrt{3}\cos(\omega x+\varphi)$为偶函数.

(Ⅰ)求 φ 的值以及 ω 的取值范围;

(Ⅱ)当 ω 取得最大值时,将$f(x)$的图象上所有点的横坐标缩小为原来的$\dfrac{7}{9}$,再将所得图象向右平移$\dfrac{7\pi}{12}$个单位长度,得到函数 $h(x)$的图象,求函数 $h(x)$在区间$\left[\pi,\dfrac{3\pi}{2}\right]$上的值域.

21. (12 分)

已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n,且 $4S_n=a_n+3$.

(Ⅰ)求 S_n;

(Ⅱ)若$(1+S_{2n})c_n+S_{2n}=1$,记数列$\{c_n\}$的前 n 项和为 Q_n,求证:$\dfrac{n}{7}<Q_n<\dfrac{n}{7}+\dfrac{1}{14}$.

22. (12 分)

已知函数$f(x)=(x+m)e^{2x}-x^2$.

(Ⅰ)若$f(x)$在区间$[0,+\infty)$上无零点,求实数 m 的取值范围;

(Ⅱ)若对任意 $x\in[0,+\infty)$,不等式$f(x)\geqslant(x+m)\ln(x+m)$恒成立,求实数 m 的取值范围.