

参照秘密级管理★启用前

2023-2024 学年度第一学期高三期中检测

数 学

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考生号、座号等填写在答题卡和试卷指定位置上.
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 若集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{x | x < 3, x \in \mathbb{N}^*\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{1, 2\}$ B. $\{1, 2, 3\}$ C. $\{0, 1, 2, 3\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

2. 已知复数 z 满足 $(1+2i)z = 3-2i$, 则复数 z 的虚部为

- A. $\frac{8}{5}$ B. $-\frac{8}{5}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $-\frac{1}{5}$

3. 命题 “ $|x| > 2$ ” 的一个充分不必要条件是

- A. $-2 < x < 2$ B. $-4 < x \leq -2$ C. $x > -2$ D. $x > 2$

4. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_{n+1} = \frac{1+a_n}{1-a_n} (n \in \mathbb{N}^*)$, 则 $a_{2023} =$

- A. $\frac{1}{2}$ B. 3 C. -2 D. $-\frac{1}{3}$

5. 已知 O 为 $\triangle ABC$ 的外心, 且 $\overrightarrow{AO} = \lambda \overrightarrow{AB} + (1-\lambda) \overrightarrow{AC}$. 若向量 \overrightarrow{BA} 在向量 \overrightarrow{BC} 上的投影向量为 $\frac{3}{4} \overrightarrow{BC}$, 则 $\cos \angle AOC$ 的值为

- A. 1 B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

6. 杭州亚运会共设 40 个竞赛大项, 包括 31 个奥运项目和 9 个非奥运项目, 共设杭州赛区、宁波赛区、温州赛区、金华赛区、绍兴赛区、湖州赛区, 现需从 6 名管理者中选取 4 人分别到温州、金华、绍兴、湖州四个赛区负责志愿者工作, 要求四个赛区各有一名管理者, 且 6 人中甲不去温州赛区, 乙不去金华赛区, 则不同的选择方案共有

- A. 108 种 B. 216 种 C. 240 种 D. 252 种

7. 已知函数 $y=f(x)$ 是 \mathbb{R} 上的偶函数, $f(x-1)+f(x+3)=0$, 当 $x \in [-2,0]$ 时, $f(x)=2^x-2^{-x}+x$, 则

- A. $f(x)$ 的图象关于直线 $x=2$ 对称
 B. 4 是 $f(x)$ 的一个周期
 C. $f(2023)=\frac{5}{2}$
 D. $f\left(\frac{1}{2}\right) > f(0.5^{0.2})$

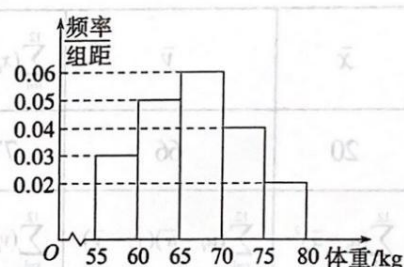
8. 设函数 $f(x)=\begin{cases} x+|\ln x|-2, & x>0 \\ \sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)-\frac{1}{2}, & -\pi \leq x \leq 0 \end{cases}$ 有 7 个不同的零点, 则正实数 ω 的取值范围为

- A. $\left[\frac{13}{4}, \frac{17}{4}\right)$ B. $\left[\frac{17}{4}, \frac{21}{4}\right)$ C. $\left[\frac{49}{12}, \frac{65}{12}\right)$ D. $\left[\frac{65}{12}, \frac{73}{12}\right)$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 教育部办公厅“关于进一步加强中小学生体质健康管理工作的通知”中指出, 各地要加强对中小学生体质健康重要性的宣传, 中小学校要通过体育与健康课程、大课间、课外体育锻炼、体育竞赛、班团队活动、家校协同联动等多种形式加强教育引导, 让家长和学生科学认识体质健康的影响因素, 了解运动在增强体质、促进健康、预防肥胖与近视、锤炼意志、健全人格等方面的重要作用, 提高学生体育与健康素养, 增强体质健康管理的意识与能力. 某学校共有 2000 名男生, 为了了解这部分

学生的身体发育情况, 学校抽查了 100 名男生的体重情况, 根据所得数据绘制样本的频率分布直方图如图所示, 则



- A. 样本的众数为 67.5
 B. 样本的 80% 分位数为 72.5
 C. 样本的平均数为 66
 D. 该校男生中不高于 60 公斤的学生大约为 300 人

10. 正数 a, b 满足 $a < b, a+b=2$, 则

- A. $1 < b < 2$ B. $2^{a-b} > 1$ C. $\sqrt{a}+\sqrt{b} < 2$ D. $\frac{1}{a}+\frac{2}{b} \geq 3$

11. 甲罐中有 3 个红球, 4 个黑球, 乙罐中有 2 个红球, 3 个黑球, 先从甲罐中随机取出一个球放入乙罐, 以 A 表示事件“由甲罐取出的球是红球”, 再从乙罐中随机取出一球, 以 B 表示事件“由乙罐取出的球是红球”, 则

- A. $P(A)=\frac{3}{7}$ B. $P(B)=\frac{17}{42}$
 C. 事件 A 与事件 B 相互独立 D. $P(B|A)=\frac{1}{2}$

12. 已知偶函数 $f(x) = \cos(2\omega x + \varphi) - \sqrt{3} \sin(2\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的周期为 π , 将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 下列结论正确的是 ()

A. $g(x) = 2\cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

B. 函数 $g(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{6}$ 对称

C. 不等式 $g(x) \geq 1$ 的解集为 $\left\{x \mid k\pi \leq x \leq k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

D. $g(x) = \frac{1}{2}f^2\left(\frac{x}{2}\right)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上有两个相异实根

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 在 $\left(x - \frac{2}{\sqrt{x}}\right)^5$ 的展开式中含 x^2 项的系数是_____.

14. 已知向量 $\vec{a} = (-2, \sin\alpha)$, $\vec{b} = (\cos\alpha, 1)$, 且 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $\frac{\sin 2\alpha}{3 - 2\sin^2\alpha} =$ _____.

15. 若项数为 n 的数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_i = a_{n+1-i}$ ($i = 1, 2, 3, \dots, n$), 我们称其为 n 项的“对称数列”. 例如: 数列 1, 2, 2, 1 为 4 项的“对称数列”; 数列 1, 2, 3, 2, 1 为 5 项的“对称数列”. 设数列 $\{c_n\}$ 为 $2k+1$ 项的“对称数列”, 其中 c_1, c_2, \dots, c_{k+1} 是公差为 -2

的等差数列, 数列 $\{c_n\}$ 的最小项等于 -10 , 记数列 $\{c_n\}$ 的前 $2k+1$ 项和为 S_{2k+1} , 若 $S_{2k+1} = -50$, 则 k 的值为_____.

16. 若对任意的 $x_1, x_2 \in \left[1, \frac{\pi}{2}\right]$, $x_1 < x_2$, $\frac{x_2 \sin x_1 - x_1 \sin x_2}{x_1 - x_2} > a$ 恒成立, 则实数 a 的最大值为_____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c . 从下面①②③中选取两个作为条件, 证明另外一个成立.

① $a^2 - c^2 = bc$; ② $\sin A = \sqrt{3} \sin C$; ③ $b + b \cos A = \sqrt{3} a \sin B$.

注: 若选择不同的组合分别解答, 则按第一个计分.

18. (12分) 已知函数 $f(x) = \left(\frac{1}{x} + 1\right) \ln(1+x)$.

(1) 求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调增区间.

19. (12分) 第19届亚运会于2023年9月23日至10月8日在杭州举行, 为弘扬奥林匹克和亚运精神, 增强锻炼身体意识, 某学校举办一场羽毛球比赛. 已知羽毛球比赛的单打规则是: 若发球方胜, 则发球方得1分, 且继续在下一回合发球; 若接球方胜, 则接球方得1分, 且成为下一回合发球方. 现甲、乙二人进行羽毛球单打比赛, 若甲发球, 甲得分的概率为 $\frac{3}{5}$, 乙得分的概率为 $\frac{2}{5}$; 若乙发球, 乙得分的概率为 $\frac{4}{5}$, 甲得分的概率为 $\frac{1}{5}$. 每回合比赛的结果相互独立. 经抽签决定, 第一回合由甲发球.

(1) 求第三回合甲发球的概率;

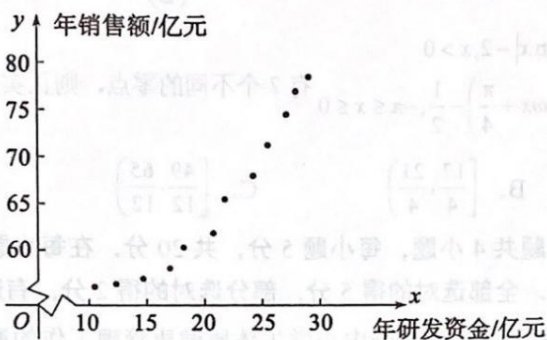
(2) 设前三个回合中, 甲的总得分为 X , 求 X 的分布列及期望.

20. (12分) 已知公差为 d 的等差数列 $\{a_n\}$ 和公比 $q > 0$ 的等比数列 $\{b_n\}$ 中, $a_1 = b_1 = 1$, $a_2 + b_3 = 8$, $a_3 + b_2 = 9$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 删去数列 $\{b_n\}$ 中的第 a_i 项 (其中 $i=1, 2, 3, \dots$), 将剩余的项按从小到大的顺序排成新数列 $\{c_n\}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

21. (12分) 为传承和发扬淄博陶瓷, 某陶瓷公司计划加大研发力度. 为确定下一年度投资计划, 需了解年研发资金 x_i (亿元) 与年销售额 y_i (亿元) 的关系. 该公司对历史数据进行对比分析, 建立了两个函数模型: ① $y = \alpha + \beta x^2$, ② $y = e^{\lambda x + t}$, 其中 $\alpha, \beta, \lambda, t$ 均为常数, e 为自然对数的底数.



现该公司收集了近 12 年的年研发资金 x_i 和年销售额 y_i 的数据, $i = 1, 2, \dots, 12$, 并对这些数据作了初步处理, 得到了散点图及一些统计量的值. 令 $u_i = x_i^2 (i = 1, 2, \dots, 12)$, $v_i = \ln y_i (i = 1, 2, \dots, 12)$, 经计算得如下数据:

\bar{x}	\bar{y}	$\sum_{i=1}^{12} (x_i - \bar{x})^2$	$\sum_{i=1}^{12} (y_i - \bar{y})^2$	\bar{u}	\bar{v}
20	66	770	200	460	4.20
$\sum_{i=1}^{12} (u_i - \bar{u})^2$	$\sum_{i=1}^{12} (u_i - \bar{u})(y_i - \bar{y})$	$\sum_{i=1}^{12} (v_i - \bar{v})^2$	$\sum_{i=1}^{12} (x_i - \bar{x})(v_i - \bar{v})$		
3125000	21500	0.308	14		

(1) 设 $\{u_i\}$ 和 $\{y_i\}$ 的相关系数为 r_1 , $\{x_i\}$ 和 $\{v_i\}$ 的相关系数为 r_2 , 请从相关系数的角度, 选择一个拟合程度更好的模型;

(2) 根据 (1) 的选择及表中数据, 建立 y 关于 x 的回归方程 (计算过程中保留到 0.001, 最后结果精确到 0.01);

(3) 为进一步了解人们对新款式瓷器喜爱程度 (分为“比较喜欢”和“不太喜欢”) 是否跟年龄 (分为“小于 30 岁”和“不小于 30 岁”) 有关, 公司从该地区随机抽取 600 人进行调查, 调查数据如下表:

	比较喜欢	不太喜欢	合计
年龄小于 30 岁	200	100	300
年龄不小于 30 岁	150	150	300
合计	350	250	600

根据小概率 $\alpha = 0.001$ 的独立性检验, 分析该地区对新款式瓷器喜爱程度是否与年龄有关.

附: ① 相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$,

回归直线 $\hat{y} = a + bx$ 中斜率和截距的最小二乘估计公式分别为:

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x};$$

② $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}, n = a+b+c+d;$

α	0.15	0.1	0.05	0.025	0.01	0.001
χ_{α}	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	10.828

③ 参考数据: $308 = 4 \times 77.$

22. (12分) 已知函数 $f(x) = x^2(\ln x - a)$, a 为实数.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若函数 $f(x)$ 在 $x=e$ 处取得极值, $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数, 且 $f'(x_1) = f'(x_2)$, $x_1 < x_2$, 证明: $2 < x_1 + x_2 < e$.

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注**齐鲁家长圈**微信号：**sdgkjzq**。



打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索