高三数学参考答案

1. A 【解析】本题考查集合，考查数学运算的核心素养.

因为 $M\cup N=\{1,2,3\}$，所以 $\complement_U(M\cup N)=\{4,5\}$.

2. D 【解析】本题考查复数，考查数学运算的核心素养.

$\frac{2+4i}{1-2i}=\frac{2(1+2i)^2}{(1-2i)(1+2i)}=\frac{-6+8i}{5}=-\frac{6}{5}+\frac{8}{5}i$.

3. D 【解析】本题考查平面向量的数量积，考查数学运算的核心素养.

因为 $(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=\boldsymbol{a}^2-2\boldsymbol{b}^2+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-\frac{4}{5}$，所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\frac{1}{5}$.

4. C 【解析】本题考查用样本估计总体，考查数据分析的核心素养.

由频率分布直方图可得，质量在区间 $[1.55,1.65)$ 内的柚子数量是 $100\times2.5\times0.1=25$.

5. D 【解析】本题考查椭圆，考查逻辑推理及数学运算的核心素养.

易知 $P(c,\frac{b^2}{a})$，$A(-a,0)$，$B(0,b)$，$k_{AB}=\frac{b}{a}$，$k_{OP}=\frac{b^2}{ac}$.

因为 $AB/\!/OP$，所以 $k_{AB}=k_{OP}$，则 $\frac{b}{a}=\frac{b^2}{ac}$，即 $b=c$，$a=\sqrt{b^2+c^2}=\sqrt{2}c$，

所以 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

6. B 【解析】本题考查三角恒等变换，考查数学运算的核心素养.

因为 $\sin\alpha+\cos\alpha=\sqrt{2}\sin(\alpha+\frac{\pi}{4})=\sqrt{2}\cos\beta$，所以 $\sin(\alpha+\frac{\pi}{4})=\cos\beta=\sin(\frac{\pi}{2}-\beta)$. 因为 $\alpha\in[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}]$，$\beta\in[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}]$，所以 $\alpha+\frac{\pi}{4}\in[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}]$，$\frac{\pi}{2}-\beta\in[0,\frac{\pi}{4}]$，所以 $\alpha+\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}-\beta=\pi$，则 $\alpha-\beta=\frac{\pi}{4}$.

7. C 【解析】本题考查函数的应用，考查数学建模的核心素养.

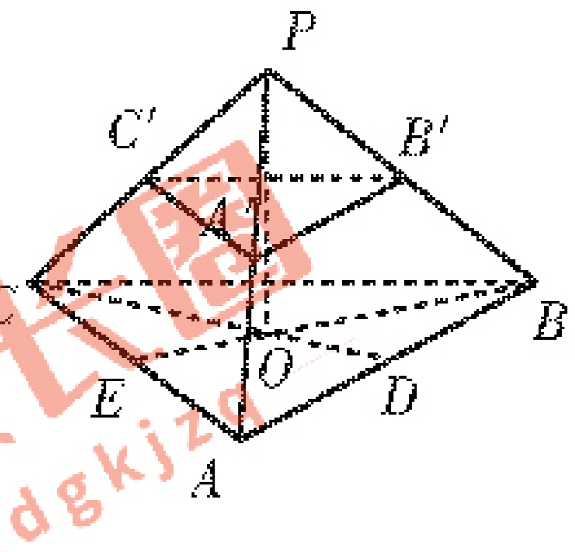
100 ℃的物块经过 t min 后的温度 $\theta_1=20+80e^{-\frac{t}{4}}$，60 ℃的物块经过 t min 后的温度 $\theta_2=20+40e^{-\frac{t}{4}}$. 要使得这两块物体的温度之差不超过 10 ℃，则 $20+80e^{-\frac{t}{4}}-(20+40e^{-\frac{t}{4}})\leqslant10$，解得 $t\geqslant8\ln2=5.52$.

8. A 【解析】本题考查导数在研究函数中的应用，考查逻辑推理及数学运算的核心素养.

设函数 $f(x)=\ln x+\frac{1}{x}-1$，$f'(x)=\frac{x-1}{x^2}$，所以 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增，则 $f(x)\geqslant f(1)=0$，所以 $\ln x\geqslant1-\frac{1}{x}$，当且仅当 $x=1$ 时，等号成立. 令 $x=\frac{9}{8}$，则 $\ln\frac{9}{8}>\frac{1}{9}$. 设函数 $g(x)=\ln x-\frac{x}{e}$，$g'(x)=\frac{e-x}{ex}$，所以 $g(x)$ 在 $(0,e)$ 上单调递增，在 $(e,+\infty)$ 上单调递减，则 $g(x)\leqslant g(e)=0$，所以 $g(3)=\ln3-\frac{3}{e}<0$，即 $\ln3<\frac{3}{e}<\frac{10}{9}$，所以 $3<e^{\frac{10}{9}}$，$\frac{1}{9}>$

$e^{-\frac{20}{9}}$. 故 $a>b>c$.

9. ABD 【解析】本题考查棱台,考查直观想象的核心素养.



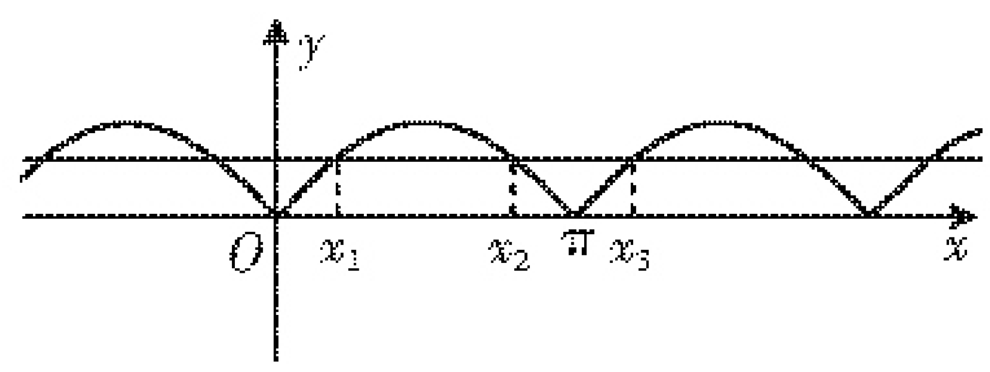
延长 CC',AA',BB' 交于点 P,设 AB,AC 的中点分别为 D,E,连接 CD,BE 并交于点 O,连接 PO. 在△PAC 中,$C'A'\parallel CA$,所以 $\frac{C'A'}{CA}=\frac{PC'}{PC}$,可得 $PC'=1$,$PC=2$. 同理可得 $PA=PB=2$,所以三棱锥 $P-ABC$ 为正三棱锥. 又 $PC^2+PA^2=AC^2$,所以 $PC\perp PA$,即 $CC'\perp AA'$,A 正确. 易得 $AB\perp$平面 POC,所以 $CC'\perp AB$,B 正确. 因为 $PO\perp$平面 ABC,所以$\angle PCO$ 为直线 CC'与平面 ABC 所成的角. 易知 $CD=\sqrt{6}$,$CO=\frac{2\sqrt{6}}{3}$,$PO=\frac{2\sqrt{3}}{3}$,$\cos\angle PCO=\frac{CO}{PC}=\frac{\sqrt{6}}{3}$,C 错误.

因为 C'为 PC 的中点,所以三棱台 $ABC-A'B'C'$的高为$\frac{1}{2}PO=\frac{\sqrt{3}}{3}$,D 正确.

10. ABD 【解析】本题考查三角函数及等差数列,考查逻辑推理及数学运算的核心素养.

因为函数 $y=|\sin x|-t$ 有零点,所以 $t\in[0,1]$.

画出函数 $y=|\sin x|$与 $y=t$ 的图象,如图所示.



当 $t=0$ 或 1 时,经验证,符合题意.

当 $t\in(0,1)$时,由题意可得 $x_2-x_1=x_3-x_2$. 因为 $x_2+x_1=\pi$,$x_2+x_3=2\pi$,所以 $x_1=\frac{\pi}{4}$,$x_2=\frac{3\pi}{4}$,$x_3=\frac{5\pi}{4}$,$t=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

11. ACD 【解析】本题考查抽象函数,考查逻辑推理的核心素养.

令 $x=y=0$,则 $f(0)=0$,A 正确. 当 $x\neq0$ 且 $y\neq-1$ 时,由$(y+1)f(x)=xf(y+1)$,得$\frac{f(x)}{x}=\frac{f(y+1)}{y+1}$. 令函数 $g(x)=\frac{f(x)}{x}$,则 $g(y+1)=\frac{f(y+1)}{y+1}$,所以 $g(x)=g(y+1)$,所以 $g(x)$为常函数. 令 $g(x)=k$,则 $f(x)=kx$,所以 $f(x)$是奇函数,C 正确. $f(x)$没有极值,D 正确. 当 $k\neq0$ 时,$f(1)=k\neq0$,B 错误.

12. ABD 【解析】本题考查直线和圆的方程,考查直观想象、逻辑推理及数学运算的核心素养.

圆 C_k 的圆心都在直线 $x+y+2=0$ 上,A 正确. 由题意可得 C_k 的方程为$(x+\frac{k}{2}+\frac{5}{2})^2+(y-\frac{k}{2}-\frac{1}{2})^2=\frac{(k+1)^2}{2}$,故圆 C_{99}的方程为$(x+52)^2+(y-50)^2=5000$,B 正确.

若圆 C_k 与 y 轴有交点,则$\frac{k}{2}+\frac{5}{2}\leqslant\frac{\sqrt{2}(k+1)}{2}$,解得 $k\geqslant4\sqrt{2}+3\approx8.6$. 因为 $k\in\mathbf{N}_+$,所以 $k\geqslant9$,C 错误.

由$(x+\frac{k}{2}+\frac{5}{2})^2+(y-\frac{k}{2}-\frac{1}{2})^2=\frac{(k+1)^2}{2}$,令 $x=-2$,可得 y 的较大根为 $k+1$,故$|B_kB_{k+1}|=1$,D 正确.

13. 9 **【解析】本题考查二项式定理,考查数学运算的核心素养.**

$T_{r+1}=C_9^r(\sqrt{x})^{9-r}(\frac{1}{x^2})^r=C_9^r x^{\frac{9-5r}{2}}$. 令$\frac{9-5r}{2}=2$,解得 $r=1$,则 x^2 项的系数为 $C_9^1=9$.

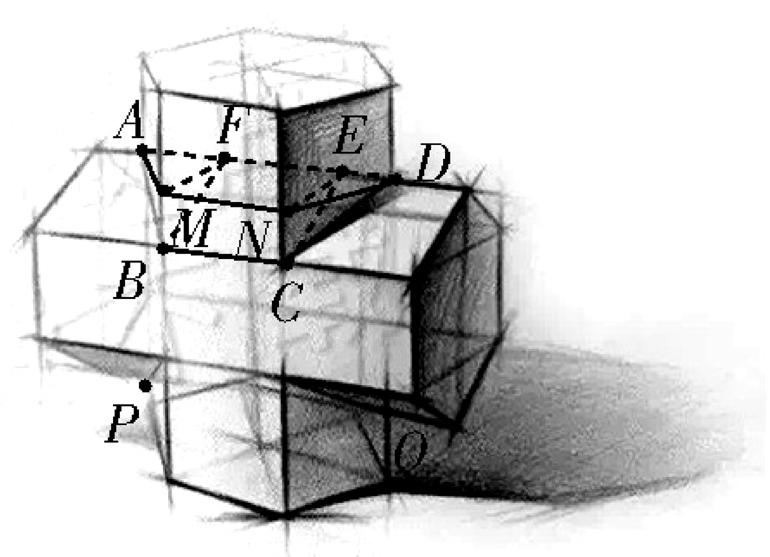
14. $(0,+\infty)$ **【解析】本题考查分段函数,考查逻辑推理的核心素养.**

画出 $f(x)$的图象(图略),数形结合可得$\begin{cases}2x>0,\\2x>x-1,\end{cases}$解得 $x>0$.

15. 1 **【解析】本题考查抛物线,考查数学运算的核心素养.**

设 $A(-\sqrt{a},a)$,$B(\sqrt{a},a)$,$D(m,m^2)$,则$\overrightarrow{AD}=(m+\sqrt{a},m^2-a)$,$\overrightarrow{BD}=(m-\sqrt{a},m^2-a)$. 因为$\triangle ABD$ 为直角三角形,所以$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BD}=(m+\sqrt{a})(m-\sqrt{a})+(m^2-a)^2=0$,即 $m^2-a+(m^2-a)^2=0$. 因为 $m^2-a\neq0$,所以 $m^2=a-1\geqslant0$,$a\geqslant1$. $S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}|AB|\cdot(a-m^2)=\sqrt{a}\geqslant1$.

16. $\frac{232\sqrt{3}}{3}$ **【解析】本题考查几何体的体积,考查直观想象及数学运算的核心素养.**



过直线 AD 和直线 PQ 分别作平面 α,平面 β(图略),平面 α 和平面 β 都平行于竖直的正六棱柱的底面,则该竖直的正六棱柱夹在平面 α 和平面 β 之间的部分的体积为$\frac{3\sqrt{3}}{2}\times2^2\times4=24\sqrt{3}$. 如图,将多面体 $ABCDNM$ 分成三部分,$V_{A-BFM}=V_{D-CEN}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}\times1=\frac{\sqrt{3}}{6}$,三棱柱 $BFM-CEN$ 的体积为$\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}\times2=\sqrt{3}$,所以多面体 $ABCDNM$ 的体积为$\frac{\sqrt{3}}{6}\times2+\sqrt{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

两个正六棱柱重合部分的体积为 $24\sqrt{3}-4\times\frac{4\sqrt{3}}{3}=\frac{56\sqrt{3}}{3}$.

一个正六棱柱的体积为$\frac{3\sqrt{3}}{2}\times2^2\times8=48\sqrt{3}$.

故该几何体的体积为 $2\times48\sqrt{3}-\frac{56\sqrt{3}}{3}=\frac{232\sqrt{3}}{3}$.

17. 解:(1)在 $Rt\triangle ABD$ 中,$AB=\sqrt{BD^2-AD^2}=10$,$\cos B=\frac{5\sqrt{7}}{14}$. ………………………… 2 分

在$\triangle ABC$ 中,$AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cos B=25$,解得 $AC=5$. ………………… 5 分

(2)在$\triangle ACD$ 中,$\frac{AC}{\sin\angle ADC}=\frac{CD}{\sin\angle CAD}$,所以 $AC=2\sqrt{7}\sin\angle ADC=2\sqrt{7}\sin\angle ADB$. ……
………………………………………………………………………………… 7 分

在$\triangle ABD$中，$\angle BAD=90^\circ$，$\sin\angle ADB=\dfrac{AB}{BD}$，所以$AB=4\sqrt{7}\sin\angle ADB$. …………… 9分

故$\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{4\sqrt{7}\sin\angle ADB}{2\sqrt{7}\sin\angle ADB}=2$. …………………………………………………………………………… 10分

18. 解：(1)当E为PD的中点时，$AE\,/\!/$平面PBC. 理由如下：…………………………………………… 1分

设F为PC的中点，连接EF，FB，AE. ………………………………………………………………… 2分

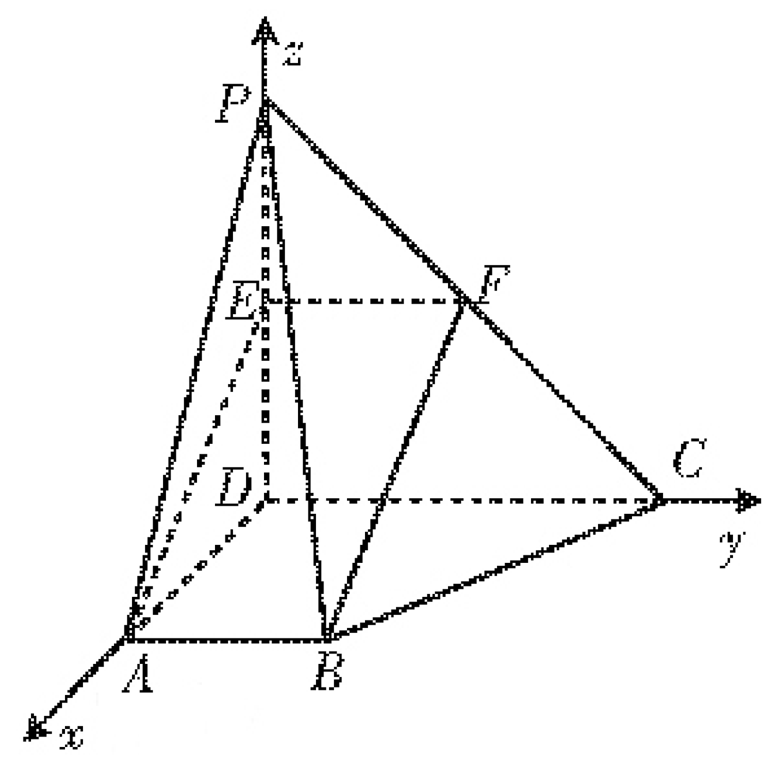
在$\triangle PCD$中，$EF\,/\!/\,CD$，$EF=\dfrac{1}{2}CD$.

因为$CD=2AB$，$AB\,/\!/\,CD$，所以$EF\,/\!/\,AB$，$EF=AB$，

所以四边形$EFBA$为平行四边形，所以$AE\,/\!/\,BF$. ……………………………………………………… 4分

因为$BF\subset$平面PBC，所以$AE\,/\!/$平面PBC. ……………………………………………………… 5分

(2)以D为坐标原点，DA，DC，DP所在直线分别为x，y，z轴，建立如图所示的空间直角坐标系. ……………………………………… 6分



设$PD=CD=AD=2AB=2$，则$P(0,0,2)$，$C(0,2,0)$，$B(2,1,0)$，

$\overrightarrow{PB}=(2,1,-2)$，$\overrightarrow{PC}=(0,2,-2)$.

设平面PBC的法向量为$\boldsymbol{m}=(x,y,z)$，

则$\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{PB}=0,\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{PC}=0,\end{cases}$即$\begin{cases}2x+y-2z=0,\\ 2y-2z=0,\end{cases}$

令$y=2$，则$\boldsymbol{m}=(1,2,2)$. ……………………………………………………………………………… 8分

设G为AP的中点，连接DG(图略)，易证得$DG\perp$平面PAB，所以$\overrightarrow{DG}$是平面PAB的一个法向量.

又$D(0,0,0)$，$G(1,0,1)$，所以$\overrightarrow{DG}=(1,0,1)$. ……………………………………………………… 10分

设平面PBC与平面PAB的夹角为θ，

$\cos\theta=|\cos\langle\boldsymbol{m},\overrightarrow{DG}\rangle|=\left|\dfrac{\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{DG}}{|\boldsymbol{m}|\,|\overrightarrow{DG}|}\right|=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

所以$\theta=\dfrac{\pi}{4}$，即平面PBC与平面PAB的夹角的大小为$\dfrac{\pi}{4}$. ……………………………………… 12分

19. (1)证明：令$n=1$，可得$a_2=2$. …………………………………………………………………………… 1分

因为$2a_{n+1}-a_n=n+2$①，所以$2a_n-a_{n-1}=n+1(n\geqslant 2)$②.

①－②得$2a_{n+1}-a_n-(2a_n-a_{n-1})=1$，即$2(a_{n+1}-a_n-1)=a_n-a_{n-1}-1$. …………… 3分

因为$a_2-a_1-1=0$，所以数列$\{a_{n+1}-a_n-1\}$为常数列. ………………………………………… 5分

(2)解：由(1)可得$a_{n+1}-a_n-1=0$，所以$\{a_n\}$是公差为1的等差数列，

所以$a_n=n$. ………………………………………………………………………………………………… 7分

因为$b_n=\dfrac{n}{4^{n-1}}$，所以$T_n=\dfrac{1}{4^0}+\dfrac{2}{4^1}+\dfrac{3}{4^2}+\cdots+\dfrac{n}{4^{n-1}}$③，……………………………… 8分

$\dfrac{1}{4}T_n=\dfrac{1}{4^1}+\dfrac{2}{4^2}+\dfrac{3}{4^3}+\cdots+\dfrac{n}{4^n}$④.

③$-$④得 $\frac{3}{4}T_n=\frac{1}{4^0}+\frac{1}{4^1}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\cdots+\frac{1}{4^{n-1}}-\frac{n}{4^n}$

$=\frac{\frac{1}{4^0}(1-\frac{1}{4^n})}{1-\frac{1}{4}}-\frac{n}{4^n}$

$=\frac{4}{3}-\frac{3n+4}{3\cdot 4^n}$, ………………………………………………………………………… 11 分

所以 $T_n=\frac{16}{9}-\frac{3n+4}{9\cdot 4^{n-1}}$. …………………………………………………………………… 12 分

20. 解：(1) $f'(x)=2x-a-\frac{1}{\sqrt{x}}$. ………………………………………………………………… 2 分

$f'(4)=8-a-\frac{1}{2}=\frac{13}{2}$，解得 $a=1$. ………………………………………………………… 4 分

(2) $f(x)=x^2-x-2\sqrt{x}+b$，$f'(x)=\frac{2x\sqrt{x}-\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$. ………………………………………… 5 分

令函数 $g(x)=2x\sqrt{x}-\sqrt{x}-1$，$g'(x)=3\sqrt{x}-\frac{1}{2\sqrt{x}}=\frac{6x-1}{2\sqrt{x}}$. ……………………………… 6 分

当 $x>\frac{1}{6}$ 时，$g'(x)>0$；当 $0<x<\frac{1}{6}$ 时，$g'(x)<0$.

所以 $g(x)$ 在 $(0,\frac{1}{6})$ 上单调递减，在 $(\frac{1}{6},+\infty)$ 上单调递增. ……………………………… 7 分

因为 $g(0)=-1$，$g(1)=0$，所以当 $x>1$ 时，$g(x)>0$，即 $f'(x)>0$；当 $0<x<1$ 时，$g(x)<0$，即 $f'(x)<0$.

所以 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，在 $(1,+\infty)$ 上单调递增. ……………………………………… 9 分

当 $0<b\leqslant 1$ 时，$f(x)$ 在 $[0,b]$ 上的最小值为 $f(b)=b^2-b-2\sqrt{b}+b=0$，解得 $b=2^{\frac{2}{3}}>1$，舍去.
…… 10 分

当 $b>1$ 时，$f(x)$ 在 $[0,b]$ 上的最小值为 $f(1)=-2+b=0$，解得 $b=2$，

此时 $f(x)=x^2-x-2\sqrt{x}+2$，$f(0)=2$，$f(2)=4-2\sqrt{2}<2$，符合题意. ……………… 11 分

综上，b 的值为 2. ……………………………………………………………………………… 12 分

21. 解：(1) 因为渐近线方程为 $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$，所以 $\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，即 $b=\frac{\sqrt{3}}{2}a$. ……………………… 1 分

$c^2=a^2+b^2=\frac{7}{4}a^2=7$，$a=2$，$b=\sqrt{3}$. ……………………………………………………… 3 分

故 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$. ……………………………………………………………… 4 分

(2) 因为点 $(m,\sqrt{3}k)$ 在双曲线 C 上，所以 $\frac{m^2}{4}-\frac{(\sqrt{3}k)^2}{3}=1$，即 $m^2-4k^2=4$. ………… 5 分

联立 $\begin{cases}\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1,\\ y=kx+m,\end{cases}$ 得 $(3-4k^2)x^2-8kmx-4m^2-12=0$.

设 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$.

$\Delta=48(m^2-4k^2+3)=336>0$. ………………………………………… 6 分

$x_1+x_2=\dfrac{8km}{3-4k^2}$，$x_1x_2=\dfrac{-4m^2-12}{3-4k^2}$. ………………………………………… 7 分

$y_1y_2=k^2x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2$

$=\dfrac{(-4m^2-12)k^2}{3-4k^2}+\dfrac{8k^2m^2}{3-4k^2}+m^2$

$=\dfrac{3(m^2-4k^2)}{3-4k^2}=\dfrac{12}{3-4k^2}$. ………………………………………… 8 分

$x_2-x_1=\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{(\dfrac{8km}{3-4k^2})^2+\dfrac{4(4m^2+12)}{3-4k^2}}=\dfrac{4\sqrt{3m^2-12k^2+9}}{|3-4k^2|}=\dfrac{4\sqrt{21}}{|3-4k^2|}$.

因为 $x_1x_2=\dfrac{-4m^2-12}{3-4k^2}<0$，所以 $3-4k^2>0$，所以 $x_2-x_1=\dfrac{4\sqrt{21}}{3-4k^2}$. ………………… 10 分

$k_1k_2=\dfrac{y_1}{x_1+2}\cdot\dfrac{y_2}{x_2-2}=\dfrac{y_1y_2}{x_1x_2+2(x_2-x_1)-4}$

$=\dfrac{\dfrac{12}{3-4k^2}}{\dfrac{-4m^2-12}{3-4k^2}+\dfrac{8\sqrt{21}}{3-4k^2}-4}=\dfrac{12}{-4m^2-12+8\sqrt{21}-12+16k^2}$

$=\dfrac{12}{-16-24+8\sqrt{21}}=-\dfrac{15+3\sqrt{21}}{8}$.

故 k_1k_2 为定值，定值为 $-\dfrac{15+3\sqrt{21}}{8}$. ………………………………………… 12 分

22. 解：(1) 不妨假设 A 球队参与的 3 场比赛结果为 A 与 B 比赛，B 胜；A 与 C 比赛，C 胜；A 与 D 比赛，A 胜. 此时，A，B，C 各积 3 分，D 积 0 分.

在剩下的三场比赛中：

若 B 与 C 比赛平局，则 B，C 积分各加 1 分，都高于 A 的积分，A 淘汰.

若 B 与 D 比赛平局，C 与 D 比赛的结果无论如何，都有两队的积分高于 A，A 淘汰.

若 C 与 D 比赛平局，同理可得 A 一定会淘汰.

综上，若要 A 出线，剩下的三场比赛不可能出现平局. ………………………………………… 3 分

若 B 与 C 比赛，B 胜；B 与 D 比赛，B 胜；C 与 D 比赛，D 胜，则 B 出线，A，C，D 争夺第二名，A 出线的概率为 $\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{81}$.

若 B 与 C 比赛，C 胜；B 与 D 比赛，D 胜；C 与 D 比赛，C 胜，则 C 出线，A，B，D 争夺第二名，A 出线的概率为 $\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{81}$.

其他情况 A 均淘汰.

故 A 最终出线的概率为$\frac{1}{81}+\frac{1}{81}=\frac{2}{81}$. ………………………………………………………… 6 分

(2)前三场比赛中 A,D 球队的积分之和为 6.

剩下的三场比赛为 A 与 D 比赛,B 与 D 比赛,B 与 C 比赛,其中 B 与 C 比赛的结果与 A,D 球队的积分之和无关. ………………………………………………………………………………………… 7 分

若 A 与 D 比赛中,A,D 球队得到的积分之和为 3,B 与 D 比赛中,A,D 球队得到的积分之和为 3,则 $X=12$,其概率为$\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$.

若 A 与 D 比赛中,A,D 球队得到的积分之和为 3,B 与 D 比赛中,A,D 球队得到的积分之和为 1,则 $X=10$,其概率为$\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$. ………………………………………………………… 8 分

若 A 与 D 比赛中,A,D 球队得到的积分之和为 3,B 与 D 比赛中,A,D 球队得到的积分之和为 0,则 $X=9$,其概率为$\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$.

若 A 与 D 比赛中,A,D 球队得到的积分之和为 2,B 与 D 比赛中,A,D 球队得到的积分之和为 3,则 $X=11$,其概率为$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$. ………………………………………………………… 9 分

若 A 与 D 比赛中,A,D 球队得到的积分之和为 2,B 与 D 比赛中,A,D 球队得到的积分之和为 1,则 $X=9$,其概率为$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$.

若 A 与 D 比赛中,A,D 球队得到的积分之和为 2,B 与 D 比赛中,A,D 球队得到的积分之和为 0,则 $X=8$,其概率为$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$. ………………………………………………………… 10 分

X 的分布列为

X	8	9	10	11	12
P	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$

$E(X)=8\times\frac{1}{9}+9\times\frac{1}{3}+10\times\frac{2}{9}+11\times\frac{1}{9}+12\times\frac{2}{9}=10$. ………………………………… 12 分