青岛一中2023-2024学年度第一学期第一次模块考试　高三数学 解析

1、【答案】C【详解】由Venn图可知阴影部分对应的集合为$A\cap(C_UB)$，

$\because$集合$A=\{x|x(x-4)<0\}=\{x|0<x<4\}$，$B=\{x|\log_2(x-1)>1\}=\{x|x>3\}$，

$\therefore C_UB=\{x|x\leqslant 3\}$，即$A\cap(C_UB)=\{x|0<x\leqslant 3\}$，故选：C.

2、【答案】A【详解】由题意得$z=\dfrac{1}{i-i^2}=\dfrac{1}{1+i}=\dfrac{1-i}{(1+i)(1-i)}=\dfrac{1-i}{2}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}i$，则$\bar{z}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i$，所以$\bar{z}-z=i$.

3、【答案】D【详解】解：对于①，$(\vec{a}\cdot\vec{b})\cdot\vec{c}$运算的结果是与向量与$\vec{c}$共线的向量，$\vec{a}\cdot(\vec{b}\cdot\vec{c})$运算的结果是与向量与$\vec{a}$共线的向量，所以$(\vec{a}\cdot\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot(\vec{b}\cdot\vec{c})$不一定成立，故①不正确；

对于②，$|\vec{a}\cdot\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}|\cdot\left|\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle\right|\leq|\vec{a}||\vec{b}|$，故②不正确；

对于③，因为$|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{(\vec{a}+\vec{b})^2}$，所以$|\vec{a}+\vec{b}|^2=(\vec{a}+\vec{b})^2$，故③正确；

对于④，由$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}$得$|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=|\vec{b}|\cdot|\vec{c}|\cos\langle\vec{b},\vec{c}\rangle$，所以$|\vec{a}|\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=|\vec{c}|\cos\langle\vec{b},\vec{c}\rangle$，故④不正确，

所以①②④均不正确，只有③正确，　　故选：D.

4、【答案】C【详解】由题，$a_8=a_6+2^7$，$a_6=a_4+2^5$，$a_4=a_2+2^3=2+2^3$，所以$a_8=2+2^3+2^5+2^7=170$.

5、【答案】C 【详解】$f(x)=\sqrt{3}\sin 2x-2\cos^2 x+1=\sqrt{3}\sin 2x-(2\cos^2 x-1)=\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x$

$=2\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\dfrac{1}{2}\cos 2x\right)=2\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{6}\right)$，

对于A，当$x=\dfrac{\pi}{6}$时，$f(x)=f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=2\sin\dfrac{\pi}{6}=1$，而$f(x)_{\max}=2$，故A错误；

对于B，令$2k\pi-\dfrac{\pi}{2}\leq 2x-\dfrac{\pi}{6}\leq 2k\pi+\dfrac{\pi}{2}(k\in z)$，求得$k\pi-\dfrac{\pi}{6}\leq x\leq k\pi+\dfrac{\pi}{3}(k\in z)$

当$k=0$时，则$-\dfrac{\pi}{6}\leq x\leq\dfrac{\pi}{3}$，故B错误；

对于C，令$2k\pi+\dfrac{\pi}{2}\leq 2x-\dfrac{\pi}{6}\leq 2k\pi+\dfrac{3\pi}{2}(k\in z)$，求得$k\pi+\dfrac{\pi}{3}\leq x\leq k\pi+\dfrac{5\pi}{6}(k\in z)$

当$k=0$时，则$\dfrac{\pi}{3}\leq x\leq\dfrac{5\pi}{6}$，故C正确；

对于D，令$2x-\dfrac{\pi}{6}=k\pi+\dfrac{\pi}{2}(k\in z)$，求得$x=\dfrac{k\pi}{2}+\dfrac{\pi}{3}$，

当$k=0$时，$x=\dfrac{\pi}{3}$，当$k=-1$时，$x=-\dfrac{\pi}{6}$，故D错误；故选：C

6、【答案】B　【详解】①，若$\alpha//\beta,m\subset\alpha$，则$m//\beta$，①正确.

②，若$m//\alpha,n\subset\alpha$，则m，n有可能平行、相交或异面，②不正确.

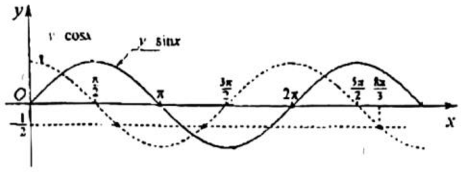
③，若$m\perp\alpha,m//n$，由线面垂直的判定定理可得，$n\perp\alpha$，③正确.

④，若 $\alpha\perp\beta,\alpha\cap\beta=n,m\perp n$，因为 m 不一定在平面 α 内，所以 m 不一定垂直 β，④不正确．　故选：B.

7、【答案】A.【详解】$f(x)=\sin x+\sin 2x=\sin x+2\sin x\cos x=\sin x(1+2\cos x)$，

令 $f(x)=0$ 得 $\sin x=0$ 或 $\cos x=-\dfrac{1}{2}$，

作出 $y=\sin x$ 和 $y=\cos x$ 的图象：



$f(x)$ 在 $(0,a)$ 上有 4 个零点，则

$2\pi<a\le 2\pi+\dfrac{2\pi}{3}=\dfrac{8\pi}{3}$，故 a 的最大值为 $\dfrac{8\pi}{3}$

8、【答案】A　【详解】由题意可得：$t\le\dfrac{a_m-a_n}{m-n}$ 对任意的 $m>n$ 恒成立，

$a_n=3^n$，且具有性质 $P(t)$，则 $t\le\dfrac{3^m-3^n}{m-n}$ 恒成立，即 $\dfrac{(3^m-tm)-(3^n-tn)}{m-n}\ge 0$ 恒成立，

据此可知数列 $\{3^n-tn\}$ 是递增数列或常数列．

据此可得：$3^{n+1}-t(n+1)\ge 3^n-tn$，整理可得：$t\le 2\times 3^n$ 恒成立．

由于 $n\in\mathbf{N}^*$，故 $(2\times 3^n)_{\min}=2\times 3^1=6$，故 $t\le 6$，t 的最大值为 6. 本题选择 A 选项．

9、【答案】BC【详解】当 $\{a_n\}$ 为常数列且 $a_n=0$ 时，$a_{n+1}=-a_n$、$a_na_{n+2}=a_{n+1}^2$ 都成立，但不是等比数列，A、D 不符合要求；B：由 $a_1=S_1=2a_1-1$，则 $a_1=1$；当 $n\ge 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=2(a_n-a_{n-1})$，即 $a_n=2a_{n-1}$，故 $\{a_n\}$ 是首项为 1，公比为 2 的等比数列；

C：由 $\ln a_n+\ln a_{n+2}=\ln(a_na_{n+2})=2\ln a_{n+1}=\ln a_{n+1}^2$，即 $a_na_{n+2}=a_{n+1}^2$ 且 $a_n>0$，故 $\{a_n\}$ 是等比数列；　故选：BC

10、【答案】CD

【详解】对于 A，$f(1)=2$，$f(-1)=0$，即 $f(-1)\ne -f(1)$，则 $f(x)$ 不是奇函数，即 A 不正确；

对于 B，$x<0$ 时 $f(x)=-x^2+1$，$f(x)$ 在 $(-\infty,0)$ 上递增，$x\ge 0$ 时 $f(x)=x^2+1$，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上递增，并且 $-0^2+1=0^2+1$，于是得 $f(x)$ 在 R 上单调递增，对任意 $x_1,x_2\in R$，$x_1<x_2$，$f(x_1)<f(x_2)$，则 $(x_1-x_2)[f(x_1)-f(x_2)]>0$，B 不正确；

对于 C，$x>0$ 时 $-x<0$，$f(x)+f(-x)=(x^2+1)+[-(-x)^2+1]=2$，

$x<0$ 时，$-x>0$，$f(x)+f(-x)=(-x^2+1)+[(-x)^2+1]=2$，

$x=0$ 时，$f(x)+f(-x)=2f(0)=2$

综上得：对任意 $x\in R$，则有 $f(x)+f(-x)=2$ 成立，C 正确；

对于 D，因 $|f(0)|=1$，$m\cdot 0=0$，则 $y=|f(x)|$ 与 $y=mx$ 在 0 处无交点，

$x\neq 0$时，函数$y=|f(x)|$与$y=mx$无交点，则$|f(x)|>mx$．

当$x>0$时，$|f(x)|=x^2+1$，则有$x^2+1>mx\Rightarrow m<x+\frac{1}{x}\Rightarrow m<\left(x+\frac{1}{x}\right)_{min}$，$x+\frac{1}{x}\geq 2\sqrt{x\cdot\frac{1}{x}}=2$，$\therefore m<2$

当$-1\leq x<0$时，$|f(x)|=-x^2+1$，则有$-x^2+1>mx\Rightarrow m>-x+\frac{1}{x}\Rightarrow m>\left(-x+\frac{1}{x}\right)_{max}$．

Q $-x+\frac{1}{x}$在$-1\leq x<0$是减函数，$\left(-x+\frac{1}{x}\right)_{max}=-(-1)+\frac{1}{-1}=0$，$\therefore m>0$．

当$x<-1$时，$|f(x)|=x^2-1$，则有$x^2-1>mx\Rightarrow m>x-\frac{1}{x}\Rightarrow m>\left(x-\frac{1}{x}\right)_{max}$，Q $x-\frac{1}{x}$在$x<-1$是增函数，

$\left(x-\frac{1}{x}\right)_{max}=-1-\frac{1}{-1}=0$，$\therefore m>0$．综上$0<m<2$，D正确　　故选：CD.

11、【答案】AC【详解】对于A，因为$A+B=2C$，所以$C=\frac{\pi}{3}$，由余弦定理得，$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C=a^2+b^2-ab$，

又$a+b=2c$，所以$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2=a^2+b^2-ab$，所以$3(a-b)^2=0$，所以$a=b$，所以$A=B=C=\frac{\pi}{3}$，

所以$\triangle ABC$为等边三角形；

对于B，因为$\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$0<A<\pi$，所以$A=\frac{\pi}{3}$或$A=\frac{2\pi}{3}$，

当$A=\frac{\pi}{3}$时，$b=c$，所以$A=B=C=\frac{\pi}{3}$，所以$\triangle ABC$为等边三角形；

当$A=\frac{2\pi}{3}$时，$b=c$，所以$\triangle ABC$为等腰三角形；

对于C，因为$a+b=2c$且$a^2+b^2=2c^2$，所以$a^2+b^2=\frac{1}{2}(a+b)^2$，所以$(a-b)^2=0$，所以$a=b$，

又$a+b=2c$，所以$a=b=c$，所以$\triangle ABC$为等边三角形；

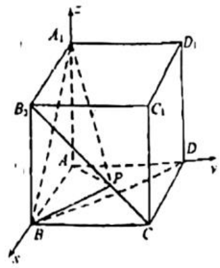
对于D，因为$\frac{a}{b}=\frac{\cos B}{\cos A}$，所以$\frac{\sin A}{\sin B}=\frac{\cos B}{\cos A}$，即$\sin A\cos A=\sin B\cos B$，所以$\sin 2A=\sin 2B$，

所以$2A=2B$或$2A+2B=180°$，所以$A=B$或$A+B=90°$，

当$A=B$时，$A=60°$，所以$A=B=C=60°$，所以$\triangle ABC$为等边三角形；

当$A+B=90°$时，$A=60°$，所以$B=30°,C=90°$，所以$\triangle ABC$为直角三角形；

故答案为：AC



12、【答案】ABD【详解】建立空间直角坐标系如图所示，则

$A(0,0,0),B(3,0,0),D(0,3,0),A_1(0,0,3)$ $C(3,3,0),B_1(3,0,3),D_1(0,3,3)$，

对于A，因为$B_1P=2PC$，所以$\overrightarrow{B_1P}=\frac{2}{3}\overrightarrow{B_1C}=\frac{2}{3}(0,3,-3)=(0,2,-2)$，所以$P(3,2,1)$，

故$\overrightarrow{AP}=(3,2,1),|\overrightarrow{AP}|=\sqrt{9+4+1}=\sqrt{14}$，故A说法正确；

对于B，对于B，由三棱锥等体积法可知B说法正确；

对于C，假设直线A_1P与BD所成的角可能是$\frac{\pi}{6}$，则

设 $\overrightarrow{B_1P}=\lambda\overrightarrow{B_1C}=(0,3\lambda,-3\lambda)(0\le\lambda\le1)$，则 $P(3,3\lambda,3-3\lambda)$，所以 $\overrightarrow{A_1P}=(3,3\lambda,-3\lambda)$，

又 $\overrightarrow{BD}=(-3,3,0)$，所以 $\left|\cos\left\langle\overrightarrow{A_1P},\overrightarrow{BD}\right\rangle\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{A_1P}\cdot\overrightarrow{BD}\right|}{\left|\overrightarrow{A_1P}\right|\cdot\left|\overrightarrow{BD}\right|}=\dfrac{|-9+9\lambda|}{3\sqrt{2}\cdot3\sqrt{1+2\lambda^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，

整理得 $4\lambda^2+4\lambda+1=0$，解得 $\lambda=-\dfrac{1}{2}\notin[0,1]$，矛盾，

所以直线 A_1P 与 BD 所成的角不可能是 $\dfrac{\pi}{6}$，故 C 说法错误；

对于 D，$\overrightarrow{A_1B_1}=(3,0,0),\overrightarrow{A_1B}=(3,0,-3)$，由选项 C 知 $\overrightarrow{A_1P}=(3,3\lambda,-3\lambda)$，

设平面 BA_1P，平面 B_1A_1P 的一个法向量分别为 $\vec{a}=(x_1,y_1,z_1),\vec{b}=(x_2,y_2,z_2)$，所以 $\begin{cases}\vec{a}\cdot\overrightarrow{A_1B}=0\\ \vec{a}\cdot\overrightarrow{A_1P}=0\end{cases}$，$\begin{cases}\vec{b}\cdot\overrightarrow{A_1B_1}=0\\ \vec{b}\cdot\overrightarrow{A_1P}=0\end{cases}$，

即 $\begin{cases}3x_1-3z_1=0\\ 3x_1+3\lambda y_1-3\lambda z_1=0\end{cases}$，$\begin{cases}3x_2=0\\ 3x_2+3\lambda y_2-3\lambda z_2=0\end{cases}$，

分别令 $z_1=1,z_2=1$，则 $x_1=1,y_1=1-\dfrac{1}{\lambda},x_2=0,y_2=1$，故 $\vec{a}=\left(1,1-\dfrac{1}{\lambda},1\right),\vec{b}=(0,1,1)$，

设二面角 $B-A_1P-B_1$ 的平面角为 θ，则 $\sin\theta=\dfrac{\sqrt{33}}{6}$，故 $\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$，

故由 $|\cos\theta|=\dfrac{|\vec{a}\cdot\vec{b}|}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\dfrac{\left|2-\dfrac{1}{\lambda}\right|}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2+\left(1-\dfrac{1}{\lambda}\right)^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$，解得 $\lambda=\dfrac{1}{3}$ 或 $\lambda=\dfrac{5}{7}$，

即 $\overrightarrow{B_1P}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{B_1C}$ 或 $\overrightarrow{B_1P}=\dfrac{5}{7}\overrightarrow{B_1C}$，故 D 说法正确。　故选：ABD.

13、【答案】-1　【详解】由题意可得 $A=2,\dfrac{\pi}{3}-\dfrac{\pi}{12}=\dfrac{T}{4}$，可得 $T=\pi$，则 $\omega=\dfrac{2\pi}{T}=2$，所以 $\omega=2$，

则 $f(x)=2\sin(2x+\varphi)$，

又函数 $f(x)$ 图象过点 $\left(\dfrac{\pi}{12},2\right)$，所以 $f\left(\dfrac{\pi}{12}\right)=2\sin\left(\dfrac{\pi}{6}+\varphi\right)=2$，所以 $\dfrac{\pi}{6}+\varphi=2k\pi+\dfrac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}$，

则 $\varphi=2k\pi+\dfrac{\pi}{3},k\in\mathbf{Z}$，所以 $f(x)=2\sin\left(2x+2k\pi+\dfrac{\pi}{3}\right)=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$，

所以 $f\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=2\sin\left(-\dfrac{\pi}{2}+\dfrac{\pi}{3}\right)=2\sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)=-1$.　故答案为：-1

14、【答案】-2023　【详解】因为 $S_n+a_n=n(n\in\mathbf{N}^*)$，即 $S_n=n-a_n$.

当 $n=1$ 时，$2a_1=1$，即 $a_1=\dfrac{1}{2}$；

当 $n\ge2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=n-a_n-(n-1-a_{n-1})=-a_n+a_{n-1}+1$，

所以 $2a_n=1+a_{n-1}$，所以 $a_n-1=\dfrac{1}{2}(a_{n-1}-1)$. 又 $a_1-1=-\dfrac{1}{2}\ne0$，

所以数列$\{a_n-1\}$是等比数列，首项为$-\frac{1}{2}$，公比为$q=\frac{1}{2}$，

所以$a_n-1=-\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=-\frac{1}{2^n}$，所以$a_n=1-\frac{1}{2^n}$，所以$\log_2(1-a_{2023})=\log_2\frac{1}{2^{2023}}=-2023$.

15、【答案】$\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$ 【详解】由题：在四面体$A-BCD$中，$AB=AC=AD,\angle BAC=\angle BAD=\angle CAD=60$，

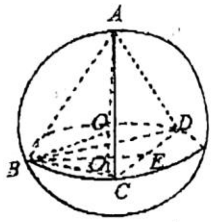
所以$\triangle BAC,\triangle BAD,\triangle CAD$均为等边三角形，且边长均为$\sqrt{2}$，

所以四面体$A-BCD$是正四面体，棱长为$\sqrt{2}$，

如图：根据正四面体特征，点A在底面正投影O_1是底面正三角形的中心，外接球球心O在线段AO_1上，

设外接球半径为R，取CD中点E

过点B,C,D的截面圆的半径$r=O_1B=\frac{2}{3}BE=\frac{2}{3}\times\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{3}$，



在$\triangle O_1AB$中，$O_1A=\sqrt{BA^2-BO_1^2}=\sqrt{2-\frac{2}{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

则球心到截面BCD的距离$d=OO_1=\frac{2\sqrt{3}}{3}-R$

在$\triangle O_1OB$中，$O_1B^2+OO_1^2=OB^2$，$\left(\frac{\sqrt{6}}{3}\right)^2+\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}-R\right)^2=R^2$，解得$R=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

所以球的体积$V=\frac{4}{3}\pi\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3=\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$.

16、【答案】②③④

【详解】由图像可知实的图像在区间$(-\infty,-1)$、$(-1,1)$、$(1,+\infty)$函数值分别为正、负、正，而虚的图像在区间$(-\infty,-1)$、$(-1,1)$、$(1,+\infty)$分别单调递增、单调递减、单调递增，由导数与函数单调性的关系易知实的是$f'(x)$的图像，虚线是$f(x)$的图像. 所以①错误，②正确；

因为$g(x)=0$，即$f(x)=0$，由图可知$f(x)$恰有三个零点，故④正确；

又因为$g'(x)=\frac{f'(x)e^x-e^xf(x)}{(e^x)^2}=\frac{f'(x)-f(x)}{e^x}$，

由图像可知$x=-\frac{3}{2}$、0、3时，$f'(x)=f(x)$，即$g'(x)=0$，

又在区间$(-\infty,-\frac{3}{2})$上，$f'(x)$的图像在$f(x)$的图像的上方，即$f'(x)-f(x)>0$

在区间$(-\frac{3}{2},0)$上，$f'(x)$的图像在$f(x)$的图像的下方，即$f'(x)-f(x)<0$

在区间$(0,3)$上，$f'(x)$的图像在$f(x)$的图像的上方，即$f'(x)-f(x)>0$

在区间$(3,+\infty)$上，$f'(x)$的图像在$f(x)$的图像的下方，即$f'(x)-f(x)<0$

所以$-\frac{3}{2}$、0、3分别为极大值点、极小值点、极大值点，即函数$g(x)$有三个极值点。所以③正确

故答案为②③④

17、【详解】解：(1) 函数 $f(x)=\sqrt{3}\cos(2x-\frac{\pi}{3})-2\sin x\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x+\frac{3}{2}\sin 2x-\sin 2x$

$=\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$， ——2分

所以 $f(x)$ 的最小正周期为 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$， ——3分

令 $2x+\frac{\pi}{3}=k\pi$，$k\in Z$，解得 $x=\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{6}$，$k\in Z$，

$\therefore f(x)$ 的对称中心为 $\left(\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{6},0\right)(k\in Z)$； ——5分

(2) 当 $x\in(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{4}]$ 时，$2x+\frac{\pi}{3}\in(-\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}]$，

$\therefore -\frac{1}{2}<\sin(2x+\frac{\pi}{3})\le 1$，

$\therefore f(x)$ 的值域为 $\left(-\frac{1}{2},1\right]$. ——10分

18、【详解】(1) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d ($d\neq 0$)，则 $S_3=3a_1+\frac{3\times 2}{2}d=15$，

$\therefore a_1+d=5$，$a_4=5+2d$，$a_{13}=5+11d$，

$\because a_1$，a_4，a_{13} 成等比数列，

$\therefore (5+2d)^2=(5-d)(5+11d)$，解得 $d=0$（舍去）或 $d=2$， ——4分

故 $a_1=5-d=3$.

所以 $a_n=3+(n-1)\times 2=2n+1$. ——6分

(2) 根据 (1) 知 $a_{2^n-n}=2(2^n-n)+1=2^{n+1}-(2n-1)$， ——7分

$\therefore T_n=(2^2+2^3+\cdots+2^{n+1})-[1+3+\cdots+(2n-1)]=\frac{4(1-2^n)}{1-2}-\frac{(1+2n-1)n}{2}=2^{n+2}-n^2-4$. ——9分

$\because 2^n-n>0$，$\therefore a_{2^n-n}=2(2^n-n)+1>0$，$\therefore T_n$ 单调递增，又 $\because T_9<2020$，$T_{10}>2020$，

所以 T_n 大于 2020 的最小自然数 n 为 10. ——12分

19、【详解】解：选择条件①：由正弦定理可得 $\sin A\sin C=\sin C\cos\left(A-\frac{\pi}{6}\right)$，

由于 $\sin C\neq 0$，可得 $\sin A=\cos\left(A-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos A+\frac{1}{2}\sin A$，

化简可得$\frac{1}{2}\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos A$，即$\tan A=\sqrt{3}$，

因为$A\in(0,\pi)$，所以$A=\frac{\pi}{3}$， ——6分

由余弦定理可得$a^2=b^2+c^2-bc=(b+c)^2-3bc$，解得$bc=12$，

$\therefore\begin{cases}b+c=4\sqrt{3}\\bc=12\end{cases}$，解得$b=c=2\sqrt{3}$，因此$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=3\sqrt{3}$； ——12分

选择条件②：因为$\sqrt{3}\sin\frac{B+C}{2}=\sqrt{3}\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{A}{2}\right)=\sqrt{3}\cos\frac{A}{2}$，即$\sqrt{3}\cos\frac{A}{2}=\sin A$，

由正弦二倍角公式可得，$\sqrt{3}\cos\frac{A}{2}=2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}$，

$\because A\in(0,\pi)$，则$\frac{A}{2}\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，所以，$\cos\frac{A}{2}\neq0$，所以$\sin\frac{A}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以$\frac{A}{2}=\frac{\pi}{3}$即$A=\frac{2\pi}{3}$，——6分

由余弦定理可得$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=b^2+c^2+bc=(b+c)^2-bc$，

由已知可得$bc=(b+c)^2-a^2=36$，

由基本不等式可得$bc\le\left(\frac{b+c}{2}\right)^2=12$，所以不存在满足条件的$\triangle ABC$； ——12分

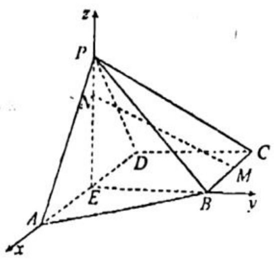
选择条件③：由余弦二倍角公式可得：$2\cos^2A+3\cos A-2=0$，解得$\cos A=\frac{1}{2}$或-2（舍去），

因为$A\in(0,\pi)$，所以$A=\frac{\pi}{3}$， ——6分

由余弦定理得：$a^2=b^2+c^2-bc=(b+c)^2-3bc$，解得$bc=12$，

$\therefore\begin{cases}b+c=4\sqrt{3}\\bc=12\end{cases}$，解得$b=c=2\sqrt{3}$，因此$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=3\sqrt{3}$； ——12分

20、【详解】



（Ⅰ）连接BE，则$BC=\frac{1}{2}AD=DE$，因为$AD//BC$，所以四边形$BCDE$为平行四边形；所以$BE=CD=2$，

因为$PA=AD=2\sqrt{5}$，$AD=4$，且E为AD的中点，所以$PE\perp AD$，所以$PE=\sqrt{PD^2-DE^2}=\sqrt{20-4}=4$，所以

$PE^2+BE^2=PB^2$，即$PE\perp BE$，又因为$AD\cap BE=E$，所以$PE\perp$平面$ABCD$； ——4分

（Ⅱ）以E为原点，EA为x轴，EB为y轴，EP为z轴建立如图所示的空间直角坐标系，则

$A(2,0,0)$，$B(0,2,0)$，$C(-2,2,0)$，$P(0,0,4)$，所以$\overrightarrow{AB}=(-2,2,0)$，$\overrightarrow{PB}=(0,2,-4)$，$\overrightarrow{BC}=(-2,0,0)$，

设平面PAB的法向量为$\vec{m}=(x_1,y_1,z_1)$，则$\begin{cases}\vec{m}\cdot\overrightarrow{AB}=0\\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{PB}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}-2x_1+2y_1=0\\ 2y_1-4z_1=0\end{cases}$，取$\vec{m}=(2,2,1)$，设平面$PBC$的法向量为$\vec{n}=(x_2,y_2,z_2)$，则$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{BC}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{PB}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}-2x_2=0\\ 2y_2-4z_2=0\end{cases}$，取$\vec{n}=(0,2,1)$，

所以$\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle=\dfrac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\dfrac{2\times0+2\times2+1\times1}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}\times\sqrt{0^2+2^2+1^2}}=\dfrac{5}{3\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$，

所以二面角$A-PB-C$的正弦值为$\sqrt{1-\left(\dfrac{\sqrt{5}}{3}\right)^2}=\dfrac{2}{3}$；　　　　———8分

（Ⅲ）设$EN=t\left(t\in(0,4)\right)$，则$N(0,0,t)$，而$M(-1,2,0)$，所以$\overrightarrow{NM}=(-1,2,t)$，由（Ⅱ）知平面$PAB$的法向量为$\vec{m}=(2,2,1)$，设直线与平面$PAB$所成的角为$\theta$，则

$\sin\theta=\left|\cos\langle\overrightarrow{NM},\vec{m}\rangle\right|=\left|\dfrac{-1\times2+2\times2+(-t)\times1}{\sqrt{(-1)^2+2^2+(-t)^2}\times\sqrt{2^2+2^2+1^2}}\right|=\dfrac{\sqrt{6}}{18}$，

化简得$5t^2-24t+19=0$，解得：$t=1$或$t=\dfrac{19}{5}$，故线段EN的长度为1或$\dfrac{19}{5}$.　———12分

21、【详解】(1) 由$S_{n+1}=3S_n+2$可得$S_n=3S_{n-1}+2(n\ge2)$，

两式相减可得$a_{n+1}=3a_n(n\ge2)$，故数列$\{a_n\}$从第3项开始是以首项为a_2，公比$q=3$的等比数列.

又由已知$S_{n+1}=3S_n+2$，令$n=1$，得$S_2=3S_1+2$，即$a_1+a_2=3a_1+2$，得$a_2=2a_1+2=6$，故$a_n=2\cdot3^{n-1}(n\ge2)$；

又$a_1=2$也满足上式，则数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=2\cdot3^{n-1}(n\in\mathbf{N}^*)$；　-------3分

由$b_1=2$，$\dfrac{b_{n+1}}{b_n}=\dfrac{n+2}{n}$得：$\dfrac{b_2}{b_1}=\dfrac{3}{1},\dfrac{b_3}{b_2}=\dfrac{4}{2},\dfrac{b_4}{b_3}=\dfrac{5}{3},\cdots,\dfrac{b_{n-1}}{b_{n-2}}=\dfrac{n}{n-2},\dfrac{b_n}{b_{n-1}}=\dfrac{n+1}{n-1}$，

以上n个式子相乘，可得$\dfrac{b_n}{b_1}=\dfrac{3}{1}\times\dfrac{4}{2}\times\dfrac{5}{3}\cdots\dfrac{n}{n-2}\times\dfrac{n+1}{n-1}=\dfrac{n(n+1)}{2}$，$b_n=n(n+1)(n\ge2)$，

又$b_1=2$满足上式，所以$\{b_n\}$的通项公式$b_n=n(n+1)(n\in\mathbf{N}^*)$　　　———6分

(2) 若在a_n与a_{n+1}之间插入n个数，使这$n+2$个数组成一个公差为c_n的等差数列，

则$a_{n+1}-a_n=(n+1)c_n$，即为$2\cdot3^n-2\cdot3^{n-1}=(n+1)c_n$，

整理得$c_n=\dfrac{4\cdot3^{n-1}}{n+1}$，所以$b_nc_n=4\cdot n\cdot3^{n-1}$，　　　———8分

$T_n=b_1c_1+b_2c_2+b_3c_3+\cdots+b_{n-1}c_{n-1}+b_nc_n$

$=4\cdot1\cdot3^0+4\cdot2\cdot3^1+4\cdot3\cdot3^2+\cdots+4\cdot(n-1)3^{n-2}+4\cdot n\cdot3^{n-1}$

$=4\left(1\cdot3^0+2\cdot3^1+3\cdot3^2+\ldots+(n-1)3^{n-2}+n\cdot3^{n-1}\right)$

$3T_n=4\left[1\cdot3^1+2\cdot3^2+\ldots+(n-1)3^{n-1}+n\cdot3^n\right]$，

两式相减得：$-2T_n=4\left(3^0+3^1+3^2\ \ldots..+3^{n-1}-n\cdot3^n\right)=4\left(\frac{1-3^n}{1-3}-n\cdot3^n\right)$，

所$T_n=2(n\cdot3^n+\frac{1-3^n}{2})=1+(2n-1)3^n(n\in N^*)$ ————12 分

22、【详解】(1) 解：因为$f(x)=\ln x+\frac{m}{x}$，所以$f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{m}{x^2}$，

设切点$P\left(x_0,\ln x_0+\frac{m}{x_0}\right)$，因切线方程为$x+2y-4=0$，

所以$k=-\frac{1}{2}=f'(x_0)=\frac{1}{x_0}-\frac{m}{x_0^2}$①，

又$\ln x_0+\frac{m}{x_0}=-\frac{1}{2}x_0+2$②，

由①得$\frac{m}{x_0}=1+\frac{x_0}{2}$③，将③代入②得$\ln x_0+x_0-1=0$，

令$h(x)=\ln x+x-1$，则$h'(x)=\frac{1}{x}+1>0$，所以$h(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，

又$h(1)=\ln1+1-1=0$，

所以$x_0=1$，$f(1)=\ln1+m=m$，

所以切点$P(1,m)$，代入切线方程得$1+2m-4=0$，解得$m=\frac{3}{2}$. ————4 分

(2) 解：因为$f(x)=\ln x+\frac{m}{x}(x>0)$，

所以$f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{m}{x^2}=\frac{x-m}{x^2}$，因为$x>0$，

当$m\le0$时，$f'(x)>0$，则$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增；

所以$f(x)$在$[1,2]$上单调递增，则$f(x)_{\min}=f(1)=m$；

当$m>0$时，$x\in(0,m)$有$f'(x)<0$，$x\in(m,+\infty)$有$f'(x)>0$，

所以$f(x)$在$(0,m)$上单调递减，在$(m,+\infty)$上单调递增，

则当$m\ge2$时，$f(x)$在$[1,2]$上单调递减，则$f(x)_{\min}=f(2)=\ln2+\frac{m}{2}$；

当$0<m\le 1$时，$f(x)$在$[1,2]$上单调递增，则$f(x)_{\min}=f(1)=m$；

当$1<m<2$时，$f(x)$在$[1,m]$上单调递减，在$[m,2]$上单调递增，

则$f(x)_{\min}=f(m)=\ln m+1$.

综上可得$f(x)_{\min}=\begin{cases}\ln 2+\dfrac{m}{2},m\ge 2\\ \ln m+1,1<m<2.\\ m,m\le 1\end{cases}$ ——8分

(3) 解：由（2）可知，当$m\le 0$时，$f(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增，则$f(x)$至多有一个零点，不符合题意；

又当$m>0$时，$f(x)$在$(0,m)$上单调递减，在$(m,+\infty)$上单调递增，

所以$f(x)_{\min}=f(m)$，若$f(x)$由两个相异零点，则必有$f(m)<0$，

即$f(m)=\ln m+1<0$，则$0<m<\frac{1}{e}$.

又$f(1)=\ln 1+m=m>0$，所以$f(x)$在$(m,1)$上存在一个零点，

又$f(m^2)=\ln m^2+\frac{1}{m}=2\ln m+\frac{1}{m}$，

下证$u(t)=2\ln t+\frac{1}{t}$在$(0,1)$上大于零恒成立，

因为$u'(t)=\frac{2}{t}-\frac{1}{t^2}=\frac{2t-1}{t^2}$，所以当$0<t<\frac{1}{2}$时$u'(t)<0$，当$\frac{1}{2}<t<1$时$u'(t)>0$，

即$u(t)$在$\left(0,\frac{1}{2}\right)$上单调递减，在$\left(\frac{1}{2},1\right)$上单调递增，

所以$u(t)_{\min}=u\left(\frac{1}{2}\right)=2\ln\frac{1}{2}+2=2(1-\ln 2)>0$，即$2\ln t+\frac{1}{t}>0$在$t\in(0,1)$上恒成立，

即$f(m^2)=2\ln m+\frac{1}{m}>0$，所以$f(x)$在$(m^2,m)$上存在一个零点，

即$f(x)$在$(0,+\infty)$上存在两个零点，所以$0<m<\frac{1}{e}$. ——12分

关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注**齐鲁家长圈**微信号：**sdgkjzq**。