



的几何体 I 是直棱柱, 中间的几何体 II 是棱台, 下面的几何体 III 也是棱台, 几何体 III 的下底面和几何体 II 的下底面均与几何体 I 的底面是全等的六边形, 几何体 III 的上底面面积是下底面面积的 9 倍, 若几何体 I、II、III 的高之比分别为 3:3:5, 则几何体 I、II、III 的体积之比为 ( )



- A. 3:9:25      B. 9:21:35      C. 3:39:65      D. 9:39:65

5. 已知  $\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{6}}{3}$ , 则  $\sin\left(\frac{\pi}{6} - 2\alpha\right) = ( )$

- A.  $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$       B.  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$       C.  $-\frac{1}{3}$       D.  $\frac{1}{3}$

6. 三棱锥  $P-ABC$  中,  $\triangle ABC$  是边长为  $2\sqrt{3}$  的正三角形,  $PA=4, PA \perp AB, D$  为  $BC$  中点且

$PD=5$ , 则该三棱锥外接球的表面积为 ( )

- A.  $16\pi$       B.  $32\pi$       C.  $48\pi$       D.  $64\pi$

7. 已知函数  $f(x)$  满足  $f(x) + f(-x) = 0, f(1+x) + f(1-x) = 0$ , 当  $x \in (0, 1)$  时,  $f(x) = 2^x - \sqrt{5}$ ,

则  $f(\log_4 80) = ( )$

- A.  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$       B.  $-\frac{4\sqrt{5}}{5}$       C.  $\sqrt{5}$       D.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$

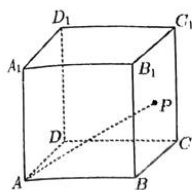
8. 已知函数  $f(x) = x + \frac{a}{2x}$ , 过点  $(1, 0)$  作曲线  $f(x)$  的两条切线, 切点为  $A(x_1, f(x_1)), B(x_2, f(x_2))$ ,

其中  $0 < x_1 < x_2$ . 若在区间  $(x_1, x_2)$  中存在唯一整数, 则  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $(-\infty, -2)$       B.  $[-1, -2)$       C.  $\left[-\frac{8}{3}, -2\right)$       D.  $\left(-\frac{8}{3}, -2\right)$

二. 多项选择题(本大题共4小题, 每小题5分, 共20分。在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得5分, 部分选对的得2分, 有选错的得0分)

9. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$ , 则( )
- A. 数列 $\{S_n\}$ 可能是等差数列                      B. 数列 $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 一定是等差数列
- C.  $S_5 = 4a_2 + a_7$                                       D.  $S_9 = 9S_3$
10. 已知函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin(2x + \varphi) + 1$  ( $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$ )的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 轴对称, 则( )
- A. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$ 中心对称
- B. 函数 $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right)$ 上是增函数
- C. 函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x) = \sqrt{3}\cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$
- D. 函数 $f(x)$ 的图象可由函数 $y = \sqrt{3}\sin 2x + 1$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度得到
11. 下列说法正确的有( )
- A.  $y = \frac{x^2 + 1}{x}$ 的最小值为2
- B. 已知 $x > 1$ , 则 $y = 2x + \frac{4}{x-1} - 1$ 的最小值为 $4\sqrt{2} + 1$
- C. 实数 $m, n > 0$ , 满足 $2m + n = 1$ ,  $\frac{2}{m+1} + \frac{9}{n+1}$ 的最小值为5
- D. 若正数 $x, y$ 为实数, 若 $x + 2y = 3xy$ , 则 $2x + y$ 的最小值为3
12. 如图, 点 $P$ 是棱长为2的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的表面上一个动点, 则以下不正确的是( )



- A. 当  $P$  在平面  $BCC_1B_1$  上运动时, 四棱锥  $A-PA_1D_1$  的体积不变
- B. 当  $P$  在线段  $AC$  上运动时,  $D_1P$  与  $A_1C_1$  所成角的取值范围是  $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right]$
- C. 使直线  $AP$  与平面  $ABCD$  所成的角为  $45^\circ$  的点  $P$  的轨迹长度为  $4\sqrt{2} + \frac{2\sqrt{2}}{3}\pi$
- D. 若  $F$  是  $A_1B_1$  的中点, 当  $P$  在底面  $ABCD$  上运动, 且满足  $PF \parallel$  平面  $B_1CD_1$  时,  $PF$  长度的最小值是  $\sqrt{5}$

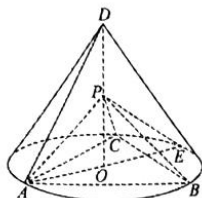
### 第 II 卷

#### 三. 填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分)

13. 已知向量  $\vec{a} = (3, 2)$ , 向量  $\vec{b} = (2, 1)$ , 若  $\vec{a} \perp (\lambda\vec{a} - \vec{b})$ , 则  $\lambda =$  \_\_\_\_\_.
14. 等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 + a_4 = 4$ ,  $a_3 + a_6 = 12$ , 则  $a_7 + a_{10} =$  \_\_\_\_\_.
5. 若两曲线  $y = x^2 - 1$  与  $y = a \ln x - 1$  存在公切线, 则正实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.
6. 在棱长为 2 的正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  内, 放入一个以  $AC_1$  为轴线的圆柱, 且圆柱的底面所在平面截正方体所得的截面为三角形, 则该圆柱体积的最大值为 \_\_\_\_\_.

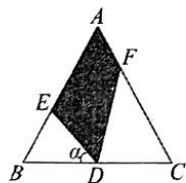
共 4 页

19. (本小题 12 分) 如图,  $D$  为圆锥的顶点,  $O$  是圆锥底面的圆心,  $AE$  为底面直径, 且  $AB = AD$ ,  $\triangle ABC$  是底面  $\odot O$  的内接正三角形,  $P$  为线段  $DO$  上一点,  $PO = \lambda DO$ ,  $PA \perp$  平面  $PBC$ .



- (1) 求  $\lambda$  的值;  
(2) 求  $PB$  与平面  $PEC$  所成角的正弦值.

20. (本小题 12 分) 如图为一块边长为 2km 的等边三角形地块  $ABC$ , 现对这块地进行改造, 计划从  $BC$  的中点  $D$  出发引出两条成  $60^\circ$  角的线段  $DE$  和  $DF$  ( $\angle EDF = 60^\circ$ ,  $E, F$  分别在边  $AB, AC$  上), 与  $AB$  和  $AC$  围成四边形区域  $AEDF$ , 在该区域内种上花草进行绿化改造, 设  $\angle BDE = \alpha$ .



- (1) 当  $\alpha = 60^\circ$  时, 求花草绿化区域  $AEDF$  的面积;  
(2) 求花草绿化区域  $AEDF$  的面积  $S(\alpha)$  的取值范围.

四. 解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题 10 分) 已知  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ,

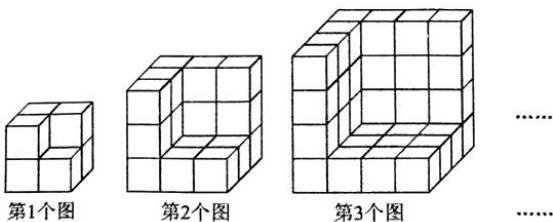
$$\text{且 } 2\cos C(a\cos B + b\cos A) = c.$$

(1) 求  $C$ ;

(2) 若  $c = \sqrt{7}$ ,  $\triangle ABC$  的面积为  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ , 求  $\triangle ABC$  的周长.

18. (本小题 12 分) 如图, 第  $n$  个图形是由棱长为  $n+1$  的正方体挖去棱长为  $n$  的正方体得到的,

记其体积为  $\{a_n\}$ .

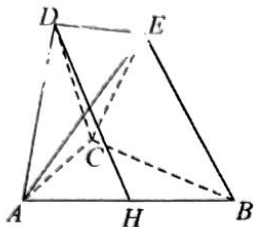


(1) 求证:  $a_n = 3n^2 + 3n + 1$ ;

(2) 求和:  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$ .

高三数学

21. (本小题 12 分) 如图, 空间几何体  $ABCDE$  中,  $\triangle ACD$  是边长为 2 的等边三角形,  $EB = EC = \sqrt{6}$ ,  $BC = 2\sqrt{3}$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ , 平面  $ACD \perp$  平面  $ABC$ , 且平面  $EBC \perp$  平面  $ABC$ ,  $H$  为  $AB$  中点.



- (1) 证明:  $DH \parallel$  平面  $BCE$ ;
- (2) 求二面角  $E-AB-C$  平面角的余弦值.

22. (本小题 12 分) 已知函数  $f(x) = e^{2x} + (a-2)e^x - ax - 1$ .

- (1) 讨论  $f(x)$  的单调性;
- (2) 若  $g(x) = f(x) + (2-a)e^x$  在区间  $(0, +\infty)$  上存在唯一零点  $x_0$ , 求证:  $x_0 < a-2$ .

## 关于我们

齐鲁家长圈系业内权威、行业领先的自主选拔在线旗下子平台，集聚高考领域权威专家，运营团队均有多年高考特招研究经验，熟知山东新高考及特招政策，专为山东学子服务！聚焦山东新高考，提供新高考资讯、新高考政策解读、志愿填报、综合评价、强基计划、专项计划、双高艺体、选科、生涯规划等政策资讯服务，致力于做您的山东高考百科全书。

第一时间获取山东高考升学资讯，关注**齐鲁家长圈**微信号：**sdgkjzq**。



微信搜一搜

齐鲁家长圈

打开“微信 / 发现 / 搜一搜”搜索