1．A

根据交集定义直接计算即可.

集合$A=\{-2,0,2\},B=\{0,2,4\}$，则$A\cap B=\{0,2\}$.

故选：A

2．A

由不等式的基本性质逐一判断即可.

A 选项：$a>b$，则$a+3>b+3$，故 A 正确；

B 选项：$a>b$，则$-a<-b$，所以$3-a<3-b$，故 B 错误；

C 选项：当$a>b>0$或$0>a>b$时，$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$，则$\frac{3}{a}<\frac{3}{b}$，故 C 错误；

D 选项：当$0>a>b$时，$a^2<b^2$，故 D 错误.

故选：A.

3．C

根据复数的模的计算公式，即可求得答案.

因为$z=3-i$，所以$|z|=\sqrt{3^2+(-1)^2}=\sqrt{10}$.

故选：C.

4．B

全称命题的否定是特称命题，任意改为存在，再把结论否定.

由题意$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+x+1>0$，否定是$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+x+1\le 0$

故选：B.

5．B

由题意利用任意角的三角函数的定义，求得 sinα 的值.

解：角 α 的终边经过点$P(2,-1)$，则 $\sin\alpha=\frac{-1}{\sqrt{(-1)^2+2^2}}=-\frac{\sqrt{5}}{5}$，

故选 B.

本题主要考查任意角的三角函数的定义，属于基础题.

6．D

函数定义域满足$\frac{1}{x-1}\ge 0$，$x-1\ne 0$，解得答案.

函数$f(x)=\sqrt{\frac{1}{x-1}}$的定义域满足：$\frac{1}{x-1}\ge 0$，$x-1\ne 0$，解得$x>1$.

故选：D

7．A

利用对数函数的单调性得到$a<0$，$0<b<1$，$c>1$，得到答案.

$a=\log_3\frac{1}{2}<\log_3 1=0$； $0<\log_3 1<b=\log_3 2<\log_3 3=1$； $c=\log_2 3>\log_2 2=1$，

所以$a<b<c$.

故选：A

8．C

$f(x)=x^{-2}$在$(0,+\infty)$上单调递减，A 错误，$f(x)=x^{\frac{1}{2}}$不是偶函数，B 错误，定义判断 C 正确，$f(x)=x^3$函数为奇函数，D 错误，得到答案.

对选项 A：$\alpha=-2$，$f(x)=x^{-2}$，函数在$(0,+\infty)$上单调递减，错误；

对选项 B：$\alpha=\frac{1}{2}$，$f(x)=x^{\frac{1}{2}}$，函数定义域为$[0,+\infty)$，不是偶函数，错误；

对选项 C：$\alpha=2$，$f(x)=x^2$，函数定义域为R，$f(-x)=(-x)^2=f(x)$，函数为偶函数，且在$(0,+\infty)$上单调递增，正确；

对选项 D：$\alpha=3$，$f(x)=x^3$，函数定义域为R，$f(-x)=(-x)^3=-f(x)$，函数为奇函数，错误；

故选：C

9．B 根据三角函数同角的函数关系式，结合齐次式法求值，可得答案.

由题意$\tan\alpha=-3$，可知$\cos\alpha\neq 0$，

则$\frac{\sin\alpha+2\cos\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}=\frac{\tan\alpha+2}{\tan\alpha-1}=\frac{-3+2}{-3-1}=\frac{1}{4}$，

故选：B

10．C

计算$A*B=\{0,-1,1\}$，得到元素个数.

$A=\{0,1\},B=\{0,-1\}$，则$A*B=\{0,-1,1\}$，则$A*B$中元素的个数为3

故选：C

11．A

利用奇函数性质代入数据计算得到答案.

因为函数$f(x)$为奇函数，且当$x>0$时，$f(x)=\log_3(2x+1)$，

所以$f(-1)=-f(1)=-\log_3(2+1)=-1$.

故选：A.

12．D

确定$\sin A>0$，再利用二倍角公式计算得到答案.

$A\in(0,\pi)$，$\sin A>0$，$\cos 2A=1-2\sin^2 A=-\frac{3}{5}$，解得$\sin A=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

故选：D

13．A

利用已知条件求出幂函数$f(x)$的解析式，然后代值计算可得出$f(2)$的值.

设$f(x)=x^m$，则$f(3)=3^m=27$，则$m=3$，$\therefore f(x)=x^3$，故$f(2)=8$.

故选：A.

14．C

根据弧度制与角度制互化公式，结合扇形的弧长进行求解即可.因为$30°=\frac{\pi}{6}\text{rad}$，

所以扇形的弧长为$\frac{\pi}{6}\times 1=\frac{\pi}{6}$，

故选：C

15．B

利用函数$f(x)$的解析式计算出$f(3)$、$f(4)$的值，即可计算出$f(3)+f(4)$的值.

因为$f(x)=\begin{cases}3x+1, x\geq 4\\ f(x^2), x<4\end{cases}$，则$f(3)=f(9)=3\times 9+1=28$，$f(4)=3\times 4+1=13$，

因此，$f(3)+f(4)=41$.

故选：B.

16．B

令函数$f(x)=\lg(2x)+x-2$，结合零点存在定理及对数运算性质即可得出$f(n)>0, f(n+1)<0$，

求解即可.

令函数$f(x)=\lg(2x)+x-2$，由$f(1)=\lg 2-1=\lg 2-\lg 10=\lg\frac{1}{5}<0$，$f(2)=\lg 4>0$，故$n=1$.

故选：B

17．B

由关于 x 的方程$mx^2+2x+1=0$有两个实数解写出命题 q 的等价命题，后判断命题 p 与 q 的关系即可.

关于 x 的方程$mx^2+2x+1=0$有两个实数解$\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\4-4m\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow m\in(-\infty,0)\cup(0,1]$，则命题 q：$m\in(-\infty,0)\cup(0,1]$.又 p：$m\in(-\infty,1]$，故 p 是 q 的必要不充分条件.

故选：B

18．B

根据指数幂、对数的运算公式进行求解即可

$32^{-\frac{1}{5}}+\log_9 3=(2^5)^{-\frac{1}{5}}+\frac{1}{2}\log_3 3=2^{5\times\left(-\frac{1}{5}\right)}+\frac{1}{2}=2^{-1}+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$，故选：B

19．C

利用基本不等式进行求解即可.

因为 x，y 是正数，

所以有$\left(\frac{1}{x}+\frac{2}{y}\right)(x+2y)=5+\frac{2y}{x}+\frac{2x}{y}\geq 5+2\sqrt{\frac{2y}{x}\cdot\frac{2x}{y}}=9$，

当且仅当$\frac{2y}{x}=\frac{2x}{y}$时取等号，即当且仅当$x=y=3$时取等号，

故选：C

20．B

利用函数的奇偶性及单调性可得$|2a|<|a+1|$，进而即得.

因为$f(x)$为定义在 R 上的偶函数，在$[0,+\infty)$上为增函数，

由$f(2a)<f(a+1)$可得$f(|2a|)<f(|a+1|)$，

$\therefore|2a|<|a+1|$，

解得$-\frac{1}{3}<a<1$.

故选：B.

21．C

利用两角差的正弦公式即可求得$\sin\alpha$的值

由$\beta\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right),\sin\beta=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，可得$\cos\beta=-\sqrt{1-\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)^2}=-\frac{1}{3}$

由$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right),\beta\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，可得$\alpha+\beta\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$，

又$\sin(\alpha+\beta)=\frac{7}{9}$，则$\cos(\alpha+\beta)=-\sqrt{1-\left(\frac{7}{9}\right)^2}=-\frac{4\sqrt{2}}{9}$

则$\sin\alpha=\sin\left[(\alpha+\beta)-\beta\right]=\sin(\alpha+\beta)\cos\beta-\cos(\alpha+\beta)\sin\beta$

$=\frac{7}{9}\times\left(-\frac{1}{3}\right)-\left(-\frac{4\sqrt{2}}{9}\right)\times\frac{2\sqrt{2}}{3}=\frac{1}{3}$故选：C

22．D

根据不等式的性质，结合特殊值法进行求解即可.

A：当$c=0$时，显然$ac^2>bc^2$不正确，因此本选项说法不正确；

B：当$a=c=1,b=d=0$时，显然 a-c>b-d 不正确，因此本选项说法不正确；

C：当$a=c=0,b=d=-1$时，显然 ac>bd 不正确，因此本选项说法不正确；

D：根据不等式的性质可知该选项说法正确，

故选：D

23．B

根据指数型函数的单调性，结合指数运算的性质进行求解即可.

当$x=0$时，$y=1+b$，

因为$y=a^x+b$的图像不过第一象限，

所以有$\begin{cases}0<a<1\\1+b\le 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}0<a<1\\b\le -1\end{cases}$，

故选：B

24．D

根据平方法，结合二倍角的正弦公式、同角的三角函数关系式进行求解即可.

$\sin\alpha-\cos\alpha=\sqrt{2}\Rightarrow\sin^2\alpha+\cos^2\alpha-2\sin\alpha\cos\alpha=2\Rightarrow 1-\sin2\alpha=2\Rightarrow\sin2\alpha=-1$，

故选：D

25．B

根据偶函数的性质，结合对数和指数运算性质进行求解即可.

当$0<x<1$时，$f(x)=\frac{1}{2}\Rightarrow\log_{\frac{1}{2}}x=\frac{1}{2}\Rightarrow x=\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

当$x\geq1$时，$f(x)=\frac{1}{2}\Rightarrow\left|\left(\frac{1}{2}\right)^x-\frac{1}{2}\right|=\frac{1}{2}\Rightarrow\left(\frac{1}{2}\right)^x-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$，或$\left(\frac{1}{2}\right)^x-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$，当$\left(\frac{1}{2}\right)^x-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$时，

$\left(\frac{1}{2}\right)^x=1\Rightarrow x=0$不满足$x\geq1$；

当$\left(\frac{1}{2}\right)^x-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}$时，$\left(\frac{1}{2}\right)^x=0$显然方程无实根，

所以当$x>0$时，$f(x)=\frac{1}{2}$有一个实数解，

因为$f(x)$是定义在$\{x|\ x\in R,x\neq0\}$上的偶函数，

所以函数$f(x)$的图象关于纵轴，

因此当$x<0$时，$f(x)=\frac{1}{2}$也有一个实数解，

所以$f(x)=\frac{1}{2}$的根的个数为2，

故选：B

关键点睛：利用偶函数的性质是解题的关键.

26．C

$\because\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=\sqrt{ab},\therefore a>0$，$b>0,\because\sqrt{ab}=\frac{1}{a}+\frac{2}{b}\geq2\sqrt{\frac{1}{a}\times\frac{2}{b}}=2\sqrt{\frac{2}{ab}},\therefore ab\geq2\sqrt{2}$，（当且仅当$b=2a$时取等号），所以$ab$的最小值为$2\sqrt{2}$，故选C.

考点：基本不等式

【名师点睛】基本不等式具有将“和式”转化为“积式”和将“积式”转化为“和式”的放缩功能，因此可以用在一些不等式的证明中，还可以用于求代数式的最值或取值范围．如果条件等式中，同时含有两个变量的和与积的形式，就可以直接利用基本不等式对两个正数的和与积进行转化，然后通过解不等式进行求解．

27．B

用换元法设$\frac{1}{x}+2=t$，注意新变量的范围，带入解析式求出$f(x)$，再求出$f(6)$即可.

根据题意，函数$f\left(\frac{1}{x}+2\right)=x+3$，

令$\frac{1}{x}+2=t,x\neq0$，解得$x=\frac{1}{t-2},t\neq2$，

所以$f(t)=\frac{1}{t-2}+3,t\neq2$，

所以$f(x)=\frac{1}{x-2}+3,x\neq2$

将$x=6$代入上式，

可得$f(6)=\frac{13}{4}$.

故选：B.

28．B

由题意可得函数$f(x)$在$[5,20]$上单调递减，再根据二次函数的单调性即可得解.

因为对$\forall x_1$，$x_2\in[5,20]$，$x_1\neq x_2$，都有$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$，

所以函数$f(x)$在$[5,20]$上单调递减，

又函数$f(x)=4x^2-kx-8$开口向上，且对称轴为$x=\frac{k}{8}$，

所以$\frac{k}{8}\geq20$，解得$k\geq160$，

所以实数 k 的取值范围是$[160,+\infty)$.

故选：B.

29．(1) $f(x)=\frac{2^x-1}{2^x+1}$

(2) $(-4,0]$

（1）根据函数的奇偶性求得当 $x<0$ 时的解析式，即可得到结果；

（2）根据定义证明函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，然后再结合 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，化简不等式，求解即可得到结果.

（1）设 $x<0$，则 $-x>0$，因为 $x\geq0$ 时，$f(x)=\frac{2^x-1}{2^x+1}$，

所以 $f(-x)=\frac{2^{-x}-1}{2^{-x}+1}=\frac{1-2^x}{1+2^x}$

又因为 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，即 $f(x)=-f(-x)=-\frac{1-2^x}{1+2^x}=\frac{2^x-1}{2^x+1}$

所以当 $x<0$ 时，$f(x)=\frac{2^x-1}{2^x+1}$

综上，$f(x)$ 的表达式为 $f(x)=\frac{2^x-1}{2^x+1}$

（2）由（1）可知，$f(x)=\frac{2^x-1}{2^x+1}=1-\frac{2}{2^x+1}$，

设在 $\mathbf{R}$ 上任取两个自变量 x_1,x_2，令 $x_1<x_2$

则 $f(x_1)-f(x_2)=\left(1-\frac{2}{2^{x_1}+1}\right)-\left(1-\frac{2}{2^{x_2}+1}\right)$

$=\frac{2}{2^{x_2}+1}-\frac{2}{2^{x_1}+1}=\frac{2\left(2^{x_1}-2^{x_2}\right)}{\left(2^{x_2}+1\right)\left(2^{x_1}+1\right)}$

因为 $x_1<x_2$，则 $2^{x_1}-2^{x_2}<0$，所以 $f(x_1)-f(x_2)<0\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$

所以函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增.

即 $f(2ax+3)+f\left(1-ax^2\right)>0\Rightarrow f(2ax+3)>-f\left(1-ax^2\right)$，

由 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，可得 $-f\left(1-ax^2\right)=f\left(ax^2-1\right)$

即 $f(2ax+3)>f\left(ax^2-1\right)$，由函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，

可得 $2ax+3>ax^2-1\Rightarrow ax^2-2ax-4<0$ 恒成立，

当 $a=0$ 时，即 $-4<0$，满足；

当 $a\neq0$ 时，即 $\begin{cases}a<0\\ \Delta=4a^2+16a<0\end{cases}$，解得 $-4<a<0$

综上，a的取值范围为$(-4,0]$

30．(1)$\frac{1}{2}$

(2)$\frac{39\sqrt{3}}{98}$

（1）发掘角关系再利用诱导公式，降幂公式化简求值即可.

（2）先将β用$(\alpha+\beta)-\alpha$来表示，代入$\sin\beta$，利用两角和差公式求解即可.

（1）$\frac{\sin110°\sin20°}{\cos^2155°-\sin^2155°}=\frac{\sin70°\sin20°}{\cos310°}=\frac{\cos20°\sin20°}{\cos50°}=\frac{\frac{1}{2}\sin40°}{\sin40°}=\frac{1}{2}$（2）$\because\alpha$、$\beta$都为锐角，$\therefore$ $0<\alpha+\beta<\pi$，

又$\cos(\alpha+\beta)=\frac{5\sqrt{3}}{14}$，$\sin\alpha=\frac{1}{7}$

$\therefore\sin(\alpha+\beta)=\sqrt{1-\cos^2(\alpha+\beta)}=\sqrt{1-\left(\frac{5\sqrt{3}}{14}\right)^2}=\frac{11}{14}$，

$\cos\alpha=\sqrt{1-\left(\frac{1}{7}\right)^2}=\frac{4\sqrt{3}}{7}$，

$\therefore\sin\beta=\sin\left[(\alpha+\beta)-\alpha\right]=\sin(\alpha+\beta)\cos\alpha-\sin\alpha\cos(\alpha+\beta)$

$=\frac{11}{14}\times\frac{4\sqrt{3}}{7}-\frac{1}{7}\times\frac{15\sqrt{3}}{14}=\frac{39\sqrt{3}}{98}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。