

2023—2024 学年度上学期高三年级一调考试

数 学

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。共 4 页,总分 150 分,考试时间 120 分钟。

第 I 卷(选择题 共 60 分)

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

- 集合 $\{x | -3 < 2x - 1 \leq 3, x \in \mathbf{Z}\}$
A. $\{-1, 2\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$
- 已知 $\frac{2}{3} < m < 1$, 则复数 $m(3+i) - (2-i)$ 在复平面内对应的点位于
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
- 若非零向量 \vec{AB} 与 \vec{AC} 满足 $\left(\frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} + \frac{\vec{AC}}{|\vec{AC}|}\right) \cdot \vec{BC} = 0$, 且 $\frac{\vec{AB}}{|\vec{AB}|} \cdot \frac{\vec{AC}}{|\vec{AC}|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $\triangle ABC$ 为
A. 三边均不相等的三角形 B. 直角三角形
C. 底边和腰不相等的等腰三角形 D. 等边三角形
- “ $a > b$ ”的一个充分条件是
A. $e^a > 2$ B. $\ln \frac{a}{b} > 0$ C. $a^a > b^b$ D. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
- 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中, M 为 BC 中点, AC 与 MD 相交于点 P , 若 $\vec{AP} = x\vec{AB} + y\vec{AD}$, 则 $x + y =$
A. 1 B. $\frac{4}{3}$
C. $\frac{5}{3}$ D. 2
- 已知 α 为第三象限角, $\sin(2019\pi - \alpha) = -\frac{\sqrt{5}}{3}$, 则 $\sin 2\alpha + \cos^2 \alpha + 1 =$
A. $\frac{4\sqrt{5}+13}{9}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{4}$ D. $-\frac{13}{9}$
- 已知 $f(x) = x^2 + |x+1|$, 不等式 $f(x) \geq (m+2)x - 1$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围是
A. $[-3 - 2\sqrt{2}, 0]$ B. $[-3 - 2\sqrt{2}, 3 + 2\sqrt{2}]$
C. $[-2\sqrt{2} - 1, 2\sqrt{2} - 1]$ D. $[-4, 2\sqrt{2} - 1]$
- 已知在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_5 = \frac{3\pi}{8}$, 设函数 $f(x) = \left(4\cos^2 \frac{x}{2} - 2\right) \sin x + \cos 2x + 2$, 记 $y_n = f(a_n)$, 则数列 $\{y_n\}$ 的前 9 项和为
A. 0 B. 10 C. 16 D. 18

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分。

- 已知复数 z, z_1, z_2, \bar{z} 是 z 的共轭复数, 则下列说法正确的是
A. $z \cdot \bar{z} = |z|^2$ B. 若 $|z| = 1$, 则 $z = \pm 1$
C. $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$ D. 若 $|z-1| = 1$, 则 $|z+1|$ 的最小值为 1
- 已知 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, $AB=2, AC=4, \angle CAB=120^\circ$, P 是 $\triangle ABC$ 所在平面内的一点, 则下列结论正确的是
A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$ B. \vec{AC} 在 \vec{AB} 方向上的投影向量等于 \vec{AB}
C. $\vec{GA} \cdot \vec{GB} = \frac{4}{3}$ D. $\vec{AP} \cdot (\vec{BP} + \vec{CP})$ 的最小值为 $-\frac{3}{2}$
- 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \pi$) 的图象的一条对称轴为直线 $x = \frac{2\pi}{3}$, $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$, 且 $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{3}\right)$ 上单调递减, 则下列说法正确的是
A. 点 $\left(-\frac{7\pi}{12}, 0\right)$ 是 $f(x)$ 的一个对称中心 B. $\omega = \frac{14}{5}$
C. $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{5\pi}{12}, 0\right)$ 上单调递增 D. $f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = -1$
- 若 $a > 1, b > 1$, 且 $ab = e^2$, 则
A. $2e \leq a + b < e^2 + 1$ B. $0 < \ln a \cdot \ln b \leq 1$
C. $2\sqrt{2} - 1 \leq \ln a + \log_2 b < 2$ D. $a^{\ln b}$ 的最大值为 e

第 II 卷(非选择题 共 90 分)

三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

- 已知平面向量 $a = (-2, 4), b = (-3, 1)$, 若 $a - \lambda b$ 与 b 垂直, 则实数 $\lambda =$ _____.
- 已知 $x, y, z \in \mathbf{R}, x^2 + y^2 + z^2 = 2$, 则 $x + 2y + 2z$ 的最大值为 _____.
- 已知关于 x 的方程 $ax^2 - 2|x| + a = 0$ 有 4 个不同的实数解, 则实数 a 的取值范围是 _____.
- 已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $2a_n S_n = 1 + a_n^2, b_n = \log_2 \frac{S_{n+2}}{S_n}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 则下列结论正确的是 _____.
① $a_n < a_{n+1}$; ② $\{S_n^2\}$ 是等差数列; ③ $S_n \leq e^{\sqrt{n}-1}$; ④ 满足 $T_n \geq 3$ 的 n 的最小正整数为 10.

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

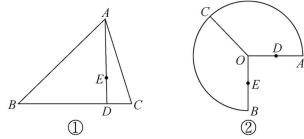
- (10 分)
已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足 $a_1 + a_3 + a_5 = 15, S_7 = 49$.
(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = a_n \cdot 3^n$, 求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

班级
姓名
得分

18. (12分)

(1)如图①,在 $\triangle ABC$ 中, AD 为 BC 边上的高, $\vec{AE}=2\vec{ED}$, $\angle BAC=\frac{\pi}{3}$, $AB=3$, $AC=2$,求 $\vec{AE} \cdot \vec{CE}$ 的值;

(2)如图②,半径为1,圆心角为 $\frac{3\pi}{2}$ 的圆弧 AB 上有一点 C ,若 D, E 分别为线段 OA, OB 的中点,当 C 在圆弧 AB 上运动时,求 $\vec{CE} \cdot \vec{DE}$ 的取值范围.

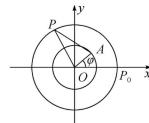


19. (12分)

如图,在平面直角坐标系 xOy 中,角 φ 的终边与单位圆的交点为 A ,圆 $C: x^2 + y^2 = 3$ 与 x 轴正半轴的交点是 P_0 .若圆 C 上一动点从 P_0 开始,以 π rad/s的角速度逆时针做圆周运动, t 秒后到达点 P .设 $f(t) = |AP|^2$.

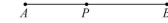
(1)若 $\varphi = \frac{\pi}{3}$ 且 $t \in (0, 2)$,求函数 $f(t)$ 的单调递增区间;

(2)若 $f(\frac{1}{3}) = 2$, $\frac{\pi}{3} < \varphi < \frac{5\pi}{6}$,求 $f(\frac{5}{6})$.



20. (12分)

某城市受空气污染影响严重,现欲在该城市中心 P 的两侧建造 A, B 两个空气净化站(如图, A, P, B 三点共线), A, B 两站对该城市的净化度分别为 $a, 1-a$,其中 $a \in (0, 1)$.已知对该城市总净化效果为 A, B 两站对该城市的净化效果之和,且每站净化效果与净化度成正比,与中心 P 到净化站之间的距离成反比.现已知 $AB=1$,且当 $AP = \frac{3}{4}$ 时, A 站对该城市的净化效果为 $\frac{2a}{3}$, B 站对该城市的净化效果为 $1-a$.



(1)设 $AP=x$, $x \in (0, 1)$,求 A, B 两站对该城市的总净化效果 y ;

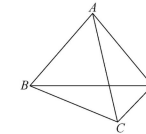
(2)无论 A, B 两站建在何处,若要求 A, B 两站对该城市的总净化效果至少达到 $\frac{2}{3}$,求 a 的取值范围.

21. (12分)

如图,已知在平面四边形 $ABCD$ 中, $AB \perp AD$, $BC \perp CD$.在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,且_____.在① $b \cos(\frac{\pi}{2} - C) = \sqrt{3} c \cos B$; ② $2S_{\triangle ABC} = \sqrt{3} \vec{BA} \cdot \vec{BC}$; ③ $\tan A + \tan C + \sqrt{3} = \sqrt{3} \tan A \tan C$ 这三个条件中任选一个,补充在上面的横线中,并回答下列问题.

(1)求 B ;

(2)若 $BD=2$,求 $\triangle ACD$ 周长的取值范围.



22. (12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=0$,且 $\frac{a_{n+1}+a_n+2}{a_n a_{n+1}+a_{n+1}} = -2$.数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n = \frac{1}{a_n+1}$, $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n .

(1)判断数列 $\{b_n\}$ 是否为等差数列,并求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2)设数列 $\{\frac{1}{S_n}\}$ 的前 n 项和为 T_n ,证明: $T_n < \frac{7}{4}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：
www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线