

江西师大附中 2021 届高三三模考试卷

理科数学

一.选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.定义：若复数 z 与 z' 满足 $zz' = 1$ ，则称这两个复数互为倒数.已知复数 $z = -2i(4-i)$ ，

则该复数的倒数为 ()

- A. $-\frac{1}{34} + \frac{2}{17}i$ B. $-\frac{1}{34} - \frac{2}{17}i$ C. $\frac{1}{34} + \frac{2}{17}i$ D. $\frac{1}{34} - \frac{2}{17}i$

2.已知集合 $A = \{x | y = \log_2(x+1)\}$ ， $B = \left\{x \mid \frac{2+x}{x-3} \leq 0\right\}$ ，则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{0, 1, 2\}$ B. $(-1, 3)$ C. $(2, 3)$ D. $\{0, 2, 3\}$

3.在区间 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上随机地取一个数 x ，则事件“ $\cos x \geq \frac{1}{2}$ ”发生的概率为 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

4.设 $f(x) = \begin{cases} -x+1, & x \leq 0 \\ -x^2-1, & x > 0 \end{cases}$ ， $a = 0.7^{-0.5}$ ， $b = \log_{0.5} 0.7$ ， $c = \log_{0.7} 5$ ，则 ()

- A. $f(a) > f(b) > f(c)$ B. $f(b) > f(a) > f(c)$
C. $f(c) > f(a) > f(b)$ D. $f(c) > f(b) > f(a)$

5.已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $\log_2 a_3 + \log_2 a_{10} = 1$ ，且 $a_3 a_6 a_8 a_{11} = 16$ ，则该数列的公比为 ()

- A. 4 B. 2 C. ± 2 D. ± 4

6.设 α 和 β 是两个不重合的平面，能使这两个平面平行的是 ()

- A. α 内有无数条直线与 β 平行 B. α 内有两条相交直线与 β 平行
C. α 内有无数个点到 β 的距离相等 D. α 和 β 垂直于同一个平面

7.中心为 O 的双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线方程为 $y = 2x$ ，过右焦点

F 作 x 轴的垂线，与双曲线在第一象限的交点为 A ，若 $\triangle OAF$ 的面积是 $2\sqrt{5}$ ，则该双曲

线的实轴长是 ()

- A. 4 B. $2\sqrt{2}$ C. 1 D. 2

8. 已知函数 $f(x)$ 的图像关于原点对称, 且满足 $f(x+1)+f(3-x)=0$, 且当 $x \in (2, 4)$ 时

$f(x) = -\log_{\frac{1}{2}}(x-1) + m$, 若 $\frac{f(2021)-1}{2} = f(-1)$, 则 m 等于 ()

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. $-\frac{3}{4}$

9. 被誉为“中国现代数学之父”的著名数学家华罗庚先生倡导的“0.618 优选法”在生产和

科研实践中得到了非常广泛的应有, 0.618 就是黄金分割比 $m = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 的近似值, 黄金分割

比还可以表示成 $2\sin 18^\circ$, 则 $\frac{m\sqrt{4-m^2}}{2\cos^2 27^\circ - 1} = ()$

- A. 4 B. $\sqrt{5}+1$ C. 2 D. $\sqrt{5}-1$

10. 已知 F_1 和 F_2 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 若点 F_2 关于双曲线渐近

线的对称点 A 满足 $\angle F_1AO = \angle AOF_1$ (O 是坐标原点), 则双曲线的渐近线方程为 ()

- A. $y = \pm 2x$ B. $y = \pm \sqrt{3}x$ C. $y = \pm \sqrt{2}x$ D. $y = \pm x$

11. 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = BC = 1$, $BB_1 = \sqrt{2}$, 设点 A 关于直线 BD_1 的对称

点为 P , 则 P 与 C_1 两点之间的距离为 ()

- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$

12. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和为 T_n , $a_3 = 4$, $T_6 = 27$, 数列 $\{b_n\}$ 满足

$b_{n+1} = b_1 + b_2 + \dots + b_n$, $b_1 = b_2 = 1$, 设 $c_n = a_n + b_n$, 则数列 $\{c_n\}$ 的前 11 项的和为 ()

- A. 1062 B. 2124 C. 1101 D. 1100

二. 填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 设平面向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (-2, y)$, 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $|\vec{a} + 3\vec{b}| = \underline{\hspace{2cm}}$

14. 若二项式 $(\frac{\sqrt{5}}{5}x^2 + \frac{1}{x})^6$ 的展开式中的常数项为 m , 则 $\int_1^m x^2 dx = \underline{\hspace{2cm}}$

15. 已知圆 C 的方程为 $(x-1)^2 + y^2 = 1$, P 是椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 上一点, 过点 P 作圆 C 的两

条切线, 切点分别为 A 和 B , 则 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 的最小值是_____

16. 若函数 $f(x) = \begin{cases} -x+6, & x \leq 2 \\ 3+\log_a x, & x > 2 \end{cases}$ ($a > 0, a \neq 1$) 的值域为 $[4, +\infty)$, 则实数 a 的取值范

围为_____

三. 解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17 题到 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答; 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分

17. (12 分) 已知锐角 $\triangle ABC$ 同时满足下列四个条件中的三个: ① $A = \frac{\pi}{3}$; ② $a = 13$; ③ $c = 15$;

④ $\sin C = \frac{1}{3}$

(1) 请指出这三个条件, 并说明理由;

(2) 求该三角形的面积.

18. (12 分) 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, $AD \parallel BC$, $\angle ADC = 90^\circ$,

平面 $PAD \perp$ 底面 $ABCD$, Q 为 AD 的中点, M 是棱 PC 上的点, $PA = PD = 2$,

$BC = \frac{1}{2}AD = 1$, $CD = \sqrt{3}$.

(1) 求证: 平面 $MQB \perp$ 平面 PAD ;

(2) 若 $BM \perp PC$, 求直线 AP 与 BM 所成角的余弦值;

(3) 若二面角 $M-BQ-C$ 大小为 60° , 求 QM 的长.

19. (12 分) 为培养学生对传统文化的热爱, 某校从理科班抽取 60 人, 从文科班抽取 50 人参加传统文化知识竞赛.

(1) 根据题目条件完成下面 2×2 列联表, 并据此判断是否有 99% 的把握认为传统文化知识竞赛成绩与学生的文理分科有关.

	优秀人数	非优秀人数	总计
理科			
文科		30	
总计	60		

(2) 现已知 A , B , C 三人获得优秀的概率分别为 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$, 设随机变量 X 表示 A ,

B , C 三人中获得优秀的人数, 求 X 的分布列及期望 $E(X)$.

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, $n = a+b+c+d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879

20. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1 和 F_2 , 过焦点 F_2 且

垂直于 x 轴的直线与椭圆 C 相交所得的弦长为 1, 椭圆 C 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 点 P 是椭圆 C 上位于 x 轴上方的动点, 若直线 F_1P 和 F_2P 与直线 $y = 3$ 分别交于 G 和 H 两点, 设直线 F_1P 和 F_2P 的斜率分别为 k_1 和 k_2 , 若线段 GH 的长度小于 $10\sqrt{3}$, 求 $k_1 \cdot k_2$ 的最大值.

21. (12 分) 若方程 $f(x) = x$ 有实数根 x_0 , 则称 x_0 为函数 $f(x)$ 的一个不动点. 已知函数

$$f(x) = e^{x-\ln x} + (a+1) - a \ln x.$$

(1) 若 $a = -e$, 求证: $f(x)$ 有唯一不动点;

(2) 若 $f(x)$ 有两个不动点, 求实数 a 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一个题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

已知椭圆 $C: \begin{cases} x = 2 \cos \varphi \\ y = \sin \varphi \end{cases}$ (φ 是参数), A 和 B 是 C 上的动点, 且满足 $OA \perp OB$ (O 是坐

标原点). 以 O 为极点、以 x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 点 D 的极坐标为 $(-4, \frac{\pi}{3})$.

(1) 求线段 AD 的中点 M 的轨迹 E 的普通方程;

(2) 利用椭圆 C 的极坐标方程证明 $\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2}$ 为定值, 并求 $\triangle AOB$ 面积的最大值.

23. (10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

设函数 $f(x) = |2x+1| - |x-4|$.

(1) 解不等式 $f(x) > 0$;

(2) 若 $f(x) + 3|x-4| > |m-2|$ 对一切实数 x 均成立, 求 m 的取值范围

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95% 以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承 “专业、专注、有态度” 的创办公理念，不断探索 “K12 教育+互联网+大数据” 的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教研单位提供 “衔接和桥梁纽带” 作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网 “年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。



微信搜一搜



自主选拔在线