高三理科数学参考答案、提示及评分细则

1.D $\because \frac{1+i}{(1-i)^2}=\frac{1+i}{-2i}=\frac{(1+i)i}{-2i^2}=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$，$\therefore$复数$\frac{1+i}{(1-i)^2}$的虚部为$\frac{1}{2}$.

2.A $\because$集合$A=\{x\in Z|x^2-4x-5<0\}=\{0,1,2,3,4\}$，$B=\{x|4^x>2^m\}=\{x|x>\frac{m}{2}\}$，$\because A\cap B$有三个元素，$\therefore 1\leqslant\frac{m}{2}<2$，解得$2\leqslant m<4$，$\therefore$实数$m$的取值范围是$[2,4)$.

3.D 由已知易得：$l_{从甲地到乙}=600$，$l_{途中涉水}=x$，故物品遗落在河里的概率$P=\frac{x}{600}=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$，$\therefore x=200(m)$.

4.A 由$3>1$，指数函数$y=3^x$单调递增，因为$b=\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{3}{4}}=3^{-\frac{3}{4}}$且$3^{-\frac{3}{4}}<3^{\frac{1}{3}}<3^{\frac{2}{3}}$，即$a>c>b$.

5.B 若甲景区最后旅游，则乙、丙、丁三个景区任意排，故有$A_3^3=6$种，若甲景区不最后旅游，则丙景区最后旅游，故有$A_2^1A_2^2=4$种，根据分类计数原理，共有$6+4=10$种，二项式$(1+10x^2)^5$的展开式中x^2的系数为$C_5^1(10x^2)^2=80x^2$.

6.A $\because f(\sin\theta)=3-\cos2\theta=3-(1-2\sin^2\theta)=2+2\sin^2\theta$，$\therefore f(\cos\theta)=2+2\cos^2\theta=2+(1+\cos2\theta)=3+\cos2\theta$.

7.B 依次记甲、乙、丙、丁、戊、己、庚七人钱数为等差数列$\{a_n\}$的前7项，依题有$a_1+a_2=237$，$a_5+a_6+a_7=261$，则可求得数列$\{a_n\}$的公差$d=-7$，$a_1=122$，故乙的钱数为$a_2=a_1+d=122-7=115$.

8.D 由题知，该几何体可以扩为长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$，$AA_1=2\sqrt{6}$，$AB=4$，$BC=3$，其中三棱锥A_1-ABC为该几何体，最大棱长$A_1C=7$

9.B 设$M(x_0,y_0)(x_0\leqslant0)$，由抛物线性质知$\frac{y_0}{2}=\sqrt{3}$，$y_0=2\sqrt{3}$，代入抛物线$C:y^2=-4x$，得$x_0=-3$.

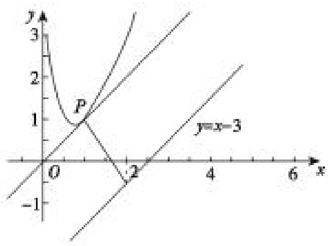
10.C 依题意，$A=2$，$\frac{3T}{4}=\frac{2\pi}{3}+\frac{\pi}{12}=\frac{9\pi}{12}$，故$T=\pi$，故$\omega=2$，故$f(x)=2\cos(2x+\varphi)$，将点$B\left(\frac{2\pi}{3},-2\right)$代入可得$2\cos\left(2\times\frac{2\pi}{3}+\varphi\right)=-2$，因为$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，解得$\varphi=-\frac{\pi}{3}$，故$f(x)=2\cos\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$，则$g(x)=f\left(x+\frac{5\pi}{6}\right)=2\cos\left[2\left(x+\frac{5\pi}{6}\right)-\frac{\pi}{3}\right]=2\cos\left(2x+\frac{5\pi}{3}-\frac{\pi}{3}\right)=2\cos\left(2x+\frac{4\pi}{3}\right)=-2\cos\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$，

令$2k\pi\leqslant 2x+\frac{\pi}{3}\leqslant\pi+2k\pi(k\in Z)$，解得$-\frac{\pi}{6}+k\pi\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{3}+k\pi(k\in Z)$.

故$g(x)$的单调递增区间为$\left[-\frac{\pi}{6}+k\pi,\frac{\pi}{3}+k\pi\right](k\in Z)$.

11.C 因为点P为以F_1F_2为直径的圆与双曲线的右支的交点，所以$|PF_1|=2a+|PF_2|$，结合$|PF_1|=\frac{1}{2}(|PF_2|+|F_1F_2|)=\frac{1}{2}(|PF_2|+2c)$得$|PF_1|=2c-2a$，$|PF_2|=2c-4a$，又因为点$P$在以$F_1F_2$为直径的圆上，所以$|PF_1|^2+|PF_2|^2=|F_1F_2|^2$，即$(2c-2a)^2+(2c-4a)^2=(2c)^2$，化简得双曲线的离心率$e=\frac{c}{a}=5$.

12.A 由题意作图如图，当点P是曲线的切线中与直线$y=x-3$平行的直线的切点时，距离最小；



曲线$y=\frac{3}{2}x^2-2\ln x$，故令$y'=3x-\frac{2}{x}=1$解得$x=1$.

故点P的坐标为$(1,\frac{3}{2})$，故点P到直线$y=x-3$的最小值为：$\frac{|1-\frac{3}{2}-3|}{\sqrt{2}}=\frac{7\sqrt{2}}{4}$.

13. $\frac{5}{6}$　$f(-4)+f(-1)=\frac{2}{-4}+3^{-1}-(-1)=-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+1=\frac{5}{6}$.

14. -1　由$(m+2n)\perp(m-2n)$,得$(m+2n)\cdot(m-2n)=0$,即 $m^2-(2n)^2=0$,$|m|^2=4|n|^2$,所以$(2a)^2+(a+1)^2=4(0+a^2)$,即$(a+1)^2=0$,解得 $a=-1$.

15. 8149　$a_{n+1}+1=2(a_n+1)$,$a_1+1=2$,$a_n+1=2^n$,$\therefore na_n=n\cdot 2^n-n$,$S_9=T_9-\frac{9(9+1)}{2}=T_9-45=8149$.

16. $\frac{1}{2}$　连结 MN,因为 $EF\perp$平面 $BDD'B'$,所以 $EF\perp MN$,四边形 $MENF$ 的对角线 EF 是固定的,所以要使面积最小,则只需 MN 的长度最小即可,此时当 M 为棱的中点时,即 $x=\frac{1}{2}$时,此时 MN 长度最小,对应四边形 $MENF$ 的面积最小.

17. 解:(1)在△ABC中,由 $2\sin\frac{7\pi}{6}\sin(\frac{\pi}{6}+C)+\cos C=-\sin(\frac{\pi}{6}+C)+\cos C=-\frac{1}{2}$, …………………… 1分

可得 $\sin(\frac{\pi}{6}+C)-\cos C=\frac{1}{2}$,$\sin(C-\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$, …………………… 4分

又$\because -\frac{\pi}{6}<C-\frac{\pi}{6}<\frac{5\pi}{6}$,$\therefore C-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{6}$,$\therefore C=\frac{\pi}{3}$. …………………… 6分

(2) 在△ABC中,由余弦定理可知 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$,则 $a^2+b^2-ab=13$, …………………… 7分

又 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=3\sqrt{3}$,可得 $ab=12$,那么$(a+b)^2-3ab=a^2+b^2-ab=13$,可得 $a+b=7$. …………………… 10分

由正弦定理$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=\frac{\sqrt{13}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{2\sqrt{39}}{3}$可得 $\sin A+\sin B=\frac{a+b}{\frac{2\sqrt{39}}{3}}=\frac{7}{\frac{2\sqrt{39}}{3}}=\frac{7\sqrt{39}}{26}$. …………………… 12分

18. 解:(1)该校 50 名学生成绩的平均值 $\bar{x}=45\times0.08+55\times0.20+65\times0.32+75\times0.20+85\times0.12+95\times0.08=68.2$.
…………………… 3分

(2)这 50 名学生成绩在[80,100]内的频率为 0.20,则这 50 名学生成绩在[80,100]内的人数为 $50\times(0.08+0.12)=10$; …………………… 6分

(3)$\because P(69-3\times7<X\leqslant69+3\times7)=0.9974$,$\therefore P(\xi\geqslant90)=\frac{1}{2}(1-0.9974)=0.0013$,

$\because 0.0013\times20000=26$.

$\therefore$全市前 26 名的排名(从高到低)最低是 90,这 50 人中 90 分以上的有 $50\times0.08=4$ 人. …………………… 7分

随机变量 X 可取 0,1,2, …………………… 8分

$P(X=0)=\frac{C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{3}$,$P(X=1)=\frac{C_6^1\cdot C_4^1}{C_{10}^2}=\frac{8}{15}$,$P(X=2)=\frac{C_4^2}{C_{10}^2}=\frac{2}{15}$, …………………… 10分

X	0	1	2
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{2}{15}$

$\therefore E(X)=0\times\frac{1}{3}+1\times\frac{8}{15}+2\times\frac{2}{15}=\frac{4}{5}$. …………………… 12分

19. (1)证明:在梯形 $ABCD$ 中,$\because AB/\!/CD$,设 $AD=CD=BC=1$,

又$\because \angle BCD=\frac{2\pi}{3}$,$\therefore AB=2$, …………………… 2分

$\therefore AC^2=AB^2+BC^2-2AB\cdot BC\cdot\cos\frac{\pi}{3}=3$.

$\therefore AB^2=AC^2+BC^2$. 则 $BC\perp AC$. ………………………………………………… 3 分

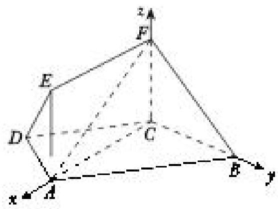
又 $EF/\!/AC$,$\therefore EF\perp BC$,

$\because ACFE$ 为矩形,$\therefore EF\perp CF$,而 $CF\cap BC=C$, ………………………………………… 4 分

$\therefore EF\perp$ 平面 BCF. ………………………………………………………………………… 5 分

$\because EF/\!/AC$,$\therefore EF\perp$平面 BCF. ……………………………………………………………… 6 分

(2)解:分别以直线 CA,CB,CF 为 x 轴,y 轴,z 轴建立如图所示的空间直角坐标系,



设 $AD=CD=BC=CF=1$,

则 $C(0,0,0)$,$A(\sqrt{3},0,0)$,$B(0,1,0)$,$F(0,0,1)$,

$\therefore \overrightarrow{AB}=(-\sqrt{3},1,0)$,$\overrightarrow{BF}=(0,-1,1)$. …………………………………… 8 分

设 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$ 为平面 FAB 的一个法向量,

由$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AB}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BF}=0\end{cases}$得$\begin{cases}-\sqrt{3}x+y=0,\\ -y+z=0\end{cases}$,取 $x=1$,则 $\boldsymbol{n}=(1,\sqrt{3},\sqrt{3})$. ……………………………… 9 分

$\because \boldsymbol{m}=(1,0,0)$是平面 FCB 的一个法向量,

$\therefore \cos\langle\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}\rangle=\frac{\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{m}}{|\boldsymbol{n}||\boldsymbol{m}|}=\frac{1}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}}{7}$. ……………………………………………………… 11 分

由题知,二面角 $A-FB-C$ 为锐二面角,$\therefore$二面角 $A-FB-C$ 的余弦值为$\frac{\sqrt{7}}{7}$. ……………………… 12 分

20. 解:(1)当 $a=5$ 时,$f(x)=2\ln x+x^2-5x$. ………………………………………………… 1 分

$f'(x)=\frac{2x^2-5x+2}{x}=\frac{(2x-1)(x-2)}{x}(x>0)$,

令 $f'(x)>0$,解得 $x>2$ 或 $0<x<\frac{1}{2}$,令 $f'(x)<0$,解得$\frac{1}{2}<x<2$. ………………………………… 4 分

$\therefore f(x)$的单调递增区间$(0,\frac{1}{2})$,$(2,+\infty)$;$f(x)$的单调递减区间$(\frac{1}{2},2)$. ……………………… 5 分

(2)由题意可知:$k=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}>1$,$\therefore\frac{[f(x_2)-x_2]-[f(x_1)-x_1]}{x_2-x_1}>0$, …………………………… 6 分

令 $g(x)=f(x)-x$,则 $g(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增,$\therefore g'(x)=f'(x)-1\geqslant 0$, ……………………… 8 分

$\therefore\frac{2x^2-ax+2}{x}-1\geqslant 0$ 在$(0,+\infty)$上恒成立,$\therefore a\leqslant 2x+\frac{2}{x}-1$ 在$(0,+\infty)$上恒成立, ………………… 10 分

$\because 2x+\frac{2}{x}\geqslant 4$,当 $x=1$ 时取等号,$\therefore a\leqslant 3$. ………………………………………………… 12 分

21. 解:(1)由题意得:$\frac{1}{a^2}+\frac{(\frac{\sqrt{6}}{2})^2}{b^2}=1$,$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,$a^2=b^2+c^2$, ………………………………… 2 分

解得:$\begin{cases}a^2=4\\ b^2=2\end{cases}$,故椭圆 C 的方程为:$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1$. ………………………………………… 4 分

(2)设直线 AP 的方程为 $y=k_{OM}(x+2)$,

代入 $x^2+2y^2=4$ 得$(2k_{OM}^2+1)x^2+8k_{OM}^2x+8k_{OM}^2-4=0$,它的两个根为$-2$ 和 x_P,

可得 $x_P=\dfrac{2-4k_{OM}^2}{2k_{OM}^2+1}$，$y_P=\dfrac{4k_{OM}}{2k_{OM}^2+1}$，从而 $k_{BP}=\dfrac{\dfrac{4k_{OM}}{2k_{OM}^2+1}}{\dfrac{2-4k_{OM}^2}{2k_{OM}^2+1}-2}=-\dfrac{1}{2k_{OM}}$ ………………………… 6 分

因为 $BP/\!/ON$，所以 $k_{OM}k_{ON}=-\dfrac{1}{2}$， ………………………… 7 分

设 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，

若直线 MN 的斜率存在，设直线 MN 的方程为 $y=kx+m$，代入 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$，

得 $(2k^2+1)x^2+4kmx+2m^2-4=0$，

则 $x_1+x_2=-\dfrac{4km}{2k^2+1}$，$x_1x_2=\dfrac{2m^2-4}{2k^2+1}$，

$k_{OM}\cdot k_{ON}=\dfrac{y_1y_2}{x_1x_2}=\dfrac{k^2x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2}{x_1x_2}=\dfrac{m^2-4k^2}{2m^2-4}=-\dfrac{1}{2}$.

化简得 $m^2=2k^2+1$. ………………………… 10 分

$S_{\triangle OMN}=\dfrac{1}{2}|m|\cdot|x_1-x_2|=\dfrac{1}{2}|m|\cdot\dfrac{\sqrt{8(4k^2+2-m^2)}}{2k^2+1}=\sqrt{2}$.

所以△OMN 的面积等于 $\sqrt{2}$. ………………………… 12 分

22. 解：(1) 直线 l 的极坐标方程分别是 $\rho\sin\theta=8$，圆 C 的极坐标方程分别是 $\rho=4\sin\theta$；………………………… 4 分

(2) $\dfrac{|OP|}{|OQ|}=\dfrac{4\sin\alpha}{\dfrac{8}{\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}}=\dfrac{1}{4}\sin2\alpha$. 因为 $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，所以 $\dfrac{|OP|}{|OQ|}$ 的取值范围是 $\left(0,\dfrac{1}{4}\right]$. ………………………… 10 分

23. (1) 解：$\because a=1$ 时，$f(x)=|2x-3|+|x+3|=\begin{cases}3x, x>\dfrac{3}{2},\\ 6-x, -3\leqslant x\leqslant\dfrac{3}{2},\\ -3x, x<-3.\end{cases}$

$\therefore$ 当 $f(x)<6$ 得 $\dfrac{3}{2}<x<2$ 或 $0<x\leqslant\dfrac{3}{2}$

$\therefore f(x)<6$ 的解集为 $\{x|0<x<2\}$. ………………………… 5 分

(2) 证明：$f(a+1)=|2a+2-3|+|a^2+a+3|=|2a-1|+|a^2+a+3|$

$\geqslant|(a^2+a+3)-(2a-1)|=|a^2-a+4|$，

又 $a^2-a+4=(a-\dfrac{1}{2})^2+\dfrac{15}{4}\geqslant\dfrac{15}{4}$，

当 $a=\dfrac{1}{2}$ 时，取“$=$”，$\therefore f(a+1)\geqslant\dfrac{15}{4}$. ………………………… 10 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。