阜阳市2022～2023学年度高一年级教学质量统测
数学参考答案

1. B　$A=\{-1,1,3,5,7\}$，$B=\{x|x>\frac{3}{2}\}$，故 $A\cap B=\{3,5,7\}$. 故选 B.

2. D　$z=\frac{2i}{1-2i}=\frac{2i(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)}=\frac{2i-4}{5}=-\frac{4}{5}+\frac{2}{5}i$，故 $\bar{z}=-\frac{4}{5}-\frac{2}{5}i$. 故选 D.

3. A　由 $0<x<\frac{\pi}{2}$，得 $-\frac{\pi}{2}<-x<0$，$-\frac{\pi}{8}<\frac{3\pi}{8}-x<\frac{3\pi}{8}$，则 $\cos(\frac{3\pi}{8}-x)=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，则 $\sin(\frac{\pi}{8}+x)=\sin[\frac{\pi}{2}-(\frac{3\pi}{8}-x)]=\cos(\frac{3\pi}{8}-x)=\frac{2\sqrt{2}}{3}$，故选 A.

4. C

5. B

6. C　由函数图象可知，最小正周期 $T=4(\frac{11\pi}{4}-\frac{5\pi}{4})=6\pi$，所以 $\omega=\frac{2\pi}{6\pi}=\frac{1}{3}$，将点 $(\frac{5\pi}{4},3)$ 代入 $f(x)=3\sin(\omega x+\varphi)$，得 $3=3\sin(\frac{1}{3}\times\frac{5\pi}{4}+\varphi)$，又 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{12}$，故 $f(x)=3\sin(\frac{1}{3}x+\frac{\pi}{12})$，故 A 错误；$f(\frac{3\pi}{4})=3\sin\frac{\pi}{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，故 B 错误；令 $f(x)\geqslant\frac{3}{2}$，则 $\sin(\frac{1}{3}x+\frac{\pi}{12})\geqslant\frac{1}{2}$，所以 $2k\pi+\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{1}{3}x+\frac{\pi}{12}\leqslant2k\pi+\frac{5\pi}{6}$，$k\in\mathbf{Z}$，解得 $6k\pi+\frac{\pi}{4}\leqslant x\leqslant6k\pi+\frac{9\pi}{4}$，$k\in\mathbf{Z}$，所以不等式 $f(x)\geqslant\frac{3}{2}$ 的解集为 $[6k\pi+\frac{\pi}{4},6k\pi+\frac{9\pi}{4}]$，$k\in\mathbf{Z}$，故 C 正确；将 $f(x)=3\sin(\frac{1}{3}x+\frac{\pi}{12})$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后，得到 $y=3\sin(\frac{1}{3}x+\frac{\pi}{18})$ 的图象，令 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant\frac{1}{3}x+\frac{\pi}{18}\leqslant2k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$，解得 $6k\pi-\frac{5\pi}{3}\leqslant x\leqslant6k\pi+\frac{4\pi}{3}$，$k\in\mathbf{Z}$，令 $k=1$，得 $\frac{13\pi}{3}\leqslant x\leqslant\frac{22\pi}{3}$，因为 $[6\pi,8\pi]\not\subseteq[\frac{13\pi}{3},\frac{22\pi}{3}]$，故 D 错误. 故选 C.

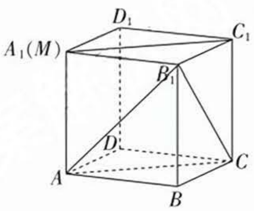
7. B　$a=\tan\frac{9\pi}{8}=\tan\frac{\pi}{8}<\tan\frac{\pi}{4}=1$，$b^3=2<(\frac{3}{2})^3=\frac{27}{8}$，$c=\log_2 3>\log_2 2\sqrt{2}=\frac{3}{2}$，所以 $a<b<c$，故选 B.

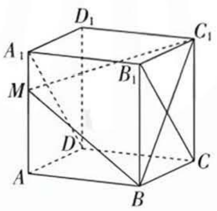
8. C　因为函数 $f(x+1)$ 是偶函数，所以定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称，$f(x)$ 对任意 $x_1,x_2\in[1,+\infty)(x_1\neq x_2)$，都有 $(x_2-x_1)[f(x_2)-f(x_1)]<0$，所以函数 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上单调递减，在 $(-\infty,1]$ 上单调递增，又 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称，所以 $f(\ln a)\geqslant f(-1)\Leftrightarrow|\ln a-1|\leqslant|-1-1|$，解得 $x\in[\frac{1}{e},e^3]$，故选 C.

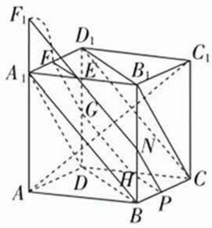
9. BD　对于 A，任意两个单位向量的模相等，其方向未必相同，故 A 错误；对于 B，由相反向量的概念可知，B 正确；对于 C，由 $\begin{cases}\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=m+2>0,\\2m\neq1,\end{cases}$ 得 $m>-2$ 且 $m\neq\frac{1}{2}$，故 C 错误；对于 D，由 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$，两边同时平方得 $2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$，即 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，而 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 为非零向量，故有 $\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，即 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{2}$，D 正确.

10. AB　易证 $f(x)$ 是偶函数，对于 A 选项，当 $\sin x$ 取负数，即 $\pi+2k\pi<x<2\pi+2k\pi, k\in\mathbf{Z}$ 时，$f(x)=-\frac{1}{2}\sin(2x)$，当 $\sin x$ 取正数，即 $0+2k\pi<x<\pi+2k\pi, k\in\mathbf{Z}$ 时，$f(x)=\frac{1}{2}\sin(2x)$，故当 $x=\frac{5\pi}{4}$ 时，$f(x)$ 取得最小值 $-\frac{1}{2}$. 对于 B 选项，当 $x\in[0,\frac{\pi}{8}]$ 时，$f(x)=\frac{1}{2}\sin(2x)$，所以 $f(x)$ 在 $[0,\frac{\pi}{8}]$ 上单调递增. 对于 C 选项，$f(\frac{\pi}{2})=f(\pi)=0$，故 C 错误. 对于 D 选项，因为 $f(\frac{\pi}{4})=\frac{1}{2}$，$f(0)=0$，故函数 $f(x)$ 的图象不可能关于直线 $x=\frac{\pi}{8}$ 对称.

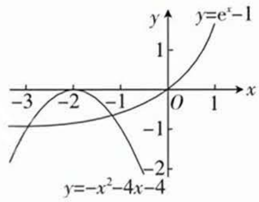
11. ABD　对于 A 选项，当 M 与 A_1 重合时，易得 $C_1M\parallel$ 平面 AB_1C，故 A 对. 对于 B 选项，易证 $C_1B\perp$ 平面 A_1B_1CD，则平面 $C_1MB\perp$ 平面 A_1B_1CD，故 B 对. 对于 C 选项，因为 $BC\parallel B_1C_1$，则异面直线 C_1M 与 BC 所成的角为 $\angle MC_1B_1$，易得三角形 MC_1B_1 为直角三角形，所以 $\cos\angle MC_1B_1=\frac{B_1C_1}{C_1M}=\frac{2}{C_1M}\in[\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{\sqrt{2}}{2}]$，故 C 错. 对于 D 选项，平面 α 截该正方体的截面图形为正三角形或六边形，其中截面三角形中面积最大为 $6\sqrt{2}$，若截面为六边形 $EFGHPN$，如图所示，将 $\triangle EFA_1$ 翻折至 $\triangle EF_1A_1$，使 F_1 在平面 ABB_1A_1 中，易证 F_1,E,N 三点共线，且 $F_1N=A_1B=2\sqrt{2}$，故 $EF+EN=2\sqrt{2}$，则六边形 $EFGHPN$ 的周长为定值 $6\sqrt{2}$. 综上，截面图形的周长最大值为 $6\sqrt{2}$，故 D 对.



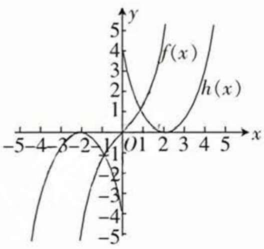




12. BCD　对于 A，作出函数 $y=e^x-1$ 和 $y=-x^2-4x-4$ 的图象，如图所示.



当 $m>0$ 时，函数 $f(x)$ 只有 1 个零点.
当 $-2<m\leqslant 0$ 时，函数 $f(x)$ 有 2 个零点，
当 $m\leqslant -2$ 时，函数 $f(x)$ 只有 1 个零点，故 A 错误.
对于 B，当 $m\leqslant -3$ 时，函数 $f(x)$ 单调递增，故 B 正确.
对于 C，当 $m=0$ 时，由 $f(t)=0$，得 $t_1=-2, t_2=0$，
当 $f(x)=t_1=-2$ 时，方程有两个解，
当 $f(x)=t_2=0$ 时，方程有两个解，
所以方程 $f(f(x))=0$ 有 4 个不同的实数根，故 C 正确.
对于 D，当 $m=0$ 时，方程 $f(x)+f(-x)=0$ 的根为 $f(x)=-f(-x)$ 的根，
令 $h(x)=-f(-x)$，作出 $f(x)$，$h(x)$ 的图象，



可得函数 $f(x)$ 与 $h(x)$ 的图象有三个交点，其中包括 $x=0$，即方程 $f(x)+f(-x)=0$ 有 3 个根. 故选 BCD.

13. 3　由已知得 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|^2=|\boldsymbol{a}|^2-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+|\boldsymbol{b}|^2=|\boldsymbol{b}|^2-|\boldsymbol{b}|+1=7$，$|\boldsymbol{b}|>0$，解得 $|\boldsymbol{b}|=3$.

14. $\frac{7}{4}$

15. $\frac{7\pi}{3}$　由题意知，四边形 $ABCD$ 的外接圆与三角形 ABC 的外接圆相同，设 $\angle BAD=\theta$，

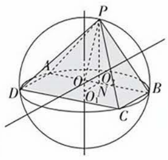
则 $\angle BCD=\pi-\theta$，所以 $BD^2=1+4-4\cos\theta=4+9-12\cos(\pi-\theta)$，

即 $16\cos\theta=-8$，$\cos\theta=-\frac{1}{2}$，所以 $DB=\sqrt{7}$，$\theta=\frac{2\pi}{3}$.

由正弦定理可得 $2R=\frac{\sqrt{7}}{\sin\frac{2\pi}{3}}$，$R=\sqrt{\frac{7}{3}}$，

所以 $\triangle ABC$ 外接圆的面积 $S=\pi R^2=\frac{7\pi}{3}$.

16. $\frac{61}{12}\pi$　如图，设 AB 的中点为 N，矩形 $ABCD$ 的外接圆圆心为 O_1，三角形 PAB 的外接圆圆心为 O_2，因为 $AD\perp AH$，$AD\perp AB$，$AH\cap AB=A$，可得 $AD\perp$ 平面 PAB，易得平面 $PAB\perp$ 平面 $ABCD$，故四边形 OO_1NO_2 为矩形，在等腰 $\triangle PAB$ 中，$PN=\sqrt{\frac{7}{3}-1}=\frac{2}{\sqrt{3}}$，则 $\triangle PAB$ 的外接圆半



径 r 满足 $r^2=(\frac{2}{\sqrt{3}}-r)^2+1^2$，解得 $r=\frac{7}{4\sqrt{3}}$，则球 O 的半径 $R=OP=\sqrt{OO_2{}^2+PO_2{}^2}=\sqrt{\frac{61}{48}}$，

故球 O 的表面积为 $\frac{61}{12}\pi$.

17. 解：(1)若选①. 由 $\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$，得 $c\sin B=b\sin C$，故 $\cos A=\frac{1}{2}$，又 $0<A<\pi$，所以 $A=\frac{\pi}{3}$.

若选②. 由 $\cos(B+C)=\cos(\pi-A)=-\cos A$，$\cos 2A=2\cos^2 A-1$，

代入条件可得，$2\cos^2 A+3\cos A-2=0$，解得 $(2\cos A-1)(\cos A+2)=0$，又 $-1<\cos A<1$，

所以 $\cos A=\frac{1}{2}$，又 $0<A<\pi$，所以 $A=\frac{\pi}{3}$.

若选③. 由 $\boldsymbol{m}/\!/\boldsymbol{n}$，可得 $\sqrt{3}b\cos A=a\sin B$，由正弦定理易得 $\sqrt{3}\sin B\cos A=\sin A\sin B$，因为 $\sin B>0$，所以 $\sqrt{3}\cos A=\sin A$，显然 $\cos A\neq 0$，即 $\tan A=\sqrt{3}$，又 $0<A<\pi$，所以 $A=\frac{\pi}{3}$.
……………………………………………………………………………………………5分

(2)因为 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{\sqrt{3}}{4}bc=\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以 $bc=2$，

由余弦定理得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A=b^2+c^2-bc\geqslant bc=2$，即 $a\geqslant\sqrt{2}$，

当且仅当"$b=c=\sqrt{2}$"时，"$=$"成立，故 a 的最小值为 $\sqrt{2}$. ……………………………10分

18. (1)证明：由 $SD\perp AD$，$SD\perp DC$，

知 $SD\perp$ 平面 $ABCD$，又 $AP\subset$ 平面 $ABCD$，$\therefore SD\perp AP$，

又 $\because BS\perp AP$，$BS\cap SD=S$，$\therefore AP\perp$ 平面 SBD，

而 $AP\subset$ 平面 SAP，$\therefore$ 平面 $SAP\perp$ 平面 SBD. ……………………………………6分

(2)解：由(1)知，$AP\perp BD$，易证 $\triangle ABD\backsim\triangle BPA$，

$\therefore\frac{AD}{AB}=\frac{AB}{BP}$，则 $\frac{1}{2}BC^2=4$，即 $BC=2\sqrt{2}$，

故四棱锥 $S-ABCD$ 的体积 $V=\frac{1}{3}AB\cdot BC\cdot SD=\frac{8\sqrt{2}}{3}$. ……………………………12分

19. 解：(1)由 $(0.012+0.022+0.028+0.018+x+0.008+0.002)\times 10=1$，可得 $x=0.01$，

即直方图中 x 的值为 0.01. ……………………………………………………………………4分

(2)平均分约为 $85\times 0.12+95\times 0.22+105\times 0.28+115\times 0.18+125\times 0.1+135\times 0.08+145\times 0.02=107.4$.

因为 $(0.012+0.022+0.028)\times 10=0.62>0.5$，所以第 50 百分位数在[100,110)内.

设第 50 百分位数为 a，则 $0.62-0.028(110-a)=0.5$，解得 $a=105.7$，所以第 50 百分位数约为 105.7. ……………………………………………………………………………………8分

(3)样本中分数在[130,140)的学生有 $0.08\times 100=8$ 名，分数在[140,150)的学生有 $0.02\times 100=2$ 名.

按分层抽样分别抽取 4 人和 1 人，分别记为 a_1,a_2,a_3,a_4,b，

从中任选 2 人有 10 种可能结果：$a_1a_2,a_1a_3,a_1a_4,a_1b,a_2a_3,a_2a_4,a_2b,a_3a_4,a_3b,a_4b$.

其中事件 $A=$"恰有 1 人成绩在[130,140)中"有 4 种可能结果，即 a_1b,a_2b,a_3b,a_4b，

故 $P(A)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$. ……………………………………………………………………12分

(2)$\because f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})+1$,$\therefore g(x)=f(\frac{\pi x}{4})=2\sin(\frac{\pi}{2}x+\frac{\pi}{6})+1$,$T=4$,……6分

$g(1)+g(2)+g(3)+g(4)=g(5)+g(6)+g(7)+g(8)=\cdots=g(2017)+g(2018)+g(2019)+g(2020)$,

$g(1)+g(2)+g(3)+g(4)=4$,

$\therefore g(1)+g(2)+g(3)+g(4)+\cdots+g(2023)=505\times4+g(1)+g(2)+g(3)=2020+2=2022$. ……12分

21. 解:(1)在$\triangle OPQ$中,$OP=30$,$OQ=30\sqrt{3}$,$\angle POQ=\frac{\pi}{2}$,所以$\angle OPQ=\frac{\pi}{3}$,

在$\triangle OAP$中,$OP=30$,$PA=15$,所以$\angle OPA=\frac{\pi}{3}$,由余弦定理得$OA=15\sqrt{3}$,

所以$OA^2+PA^2=OP^2$,即$OA\perp PB$,所以$\angle POA=\frac{\pi}{6}$,

所以$\triangle OPB$为正三角形,所以$\triangle OPB$的周长为90,即防护网的总长度为90 m. ……5分

(2)设$\angle POA=\theta(\theta\in(0,\frac{\pi}{3}))$,

$\angle POB=\theta+\frac{\pi}{6}$,$\angle OAP=\frac{2\pi}{3}-\theta$,$\angle OAP=\frac{\pi}{2}-\theta$.

又在$\triangle OPA$中,由$\frac{OA}{\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{OP}{\sin(\theta+\frac{\pi}{3})}$,得$OA=\frac{15\sqrt{3}}{\sin(\theta+\frac{\pi}{3})}$,

在$\triangle OPB$中,由$\frac{OB}{\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{OP}{\sin(\frac{\pi}{2}-\theta)}$,得$OB=\frac{15\sqrt{3}}{\cos\theta}$,

所以$S_{\triangle OAB}=\frac{1}{2}OA\cdot OB\cdot\sin\frac{\pi}{6}=\frac{675}{4\sin(\theta+\frac{\pi}{3})\cos\theta}=\frac{675}{2\sin(2\theta+\frac{\pi}{3})+\sqrt{3}}$,

所以当且仅当$2\theta+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}$,即$\theta=\frac{\pi}{12}$时,$\triangle OAB$的面积取得最小值$675(2-\sqrt{3})\text{m}^2$. ……12分

22. 解:(1)设$e^x[f(x)-e^x]=a$,则$f(x)=\frac{a}{e^x}+e^x$为奇函数,故$f(0)=a+1=0$,

$a=-1$,则$f(x)=e^x-e^{-x}$,此时$f(-x)=e^{-x}-e^x=-f(x)$,满足题意.

故$f(x)=e^x-e^{-x}$. ……5分

(2)设$e^x[g(x)-e^x]=b$,则$g(x)=\frac{b}{e^x}+e^x$为偶函数,故$g(-x)=g(x)$,

即$be^x+e^{-x}=be^{-x}+e^x$,解得$b=1$,则$g(x)=e^x+\frac{1}{e^x}(-1\leqslant x\leqslant1)$,

$g(2x)-2eg(x)+n>0$,即$e^{2x}+\frac{1}{e^{2x}}-2e(e^x+\frac{1}{e^x})+n>0$,

即$(e^x+\frac{1}{e^x})^2-2e(e^x+\frac{1}{e^x})+n-2>0$.

设$e^x+\frac{1}{e^x}=k$,$x\in[-1,1]$,则$e^x\in[\frac{1}{e},e]$,函数$y=x+\frac{1}{x}$在$[\frac{1}{e},1]$上单调递减,在$[1,e]$上单调递增,故$e^x+\frac{1}{e^x}=k\in[2,e+\frac{1}{e}]$.

所以$(e^x+\frac{1}{e^x})^2-2e(e^x+\frac{1}{e^x})+n-2=k^2-2ek+n-2>0$,

即$n>-k^2+2ek+2$在$k\in[2,e+\frac{1}{e}]$上恒成立,函数$y=-k^2+2ek+2$在$[2,e]$上单调递增,在$[e,e+\frac{1}{e}]$上单调递减,则$(-k^2+2ek+2)_{max}=e^2+2$,故$n>e^2+2$. ……12分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。