

2023 届高三二轮复习联考(二) 全国卷 理科数学试题

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟,满分 150 分

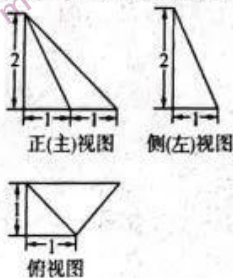
一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A = \{x \mid |x| \leq 2\}$, 集合 $B = \{x \mid y = \log_2(1-x)\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $\{x \mid 1 < x \leq 2\}$ B. $\{x \mid x \leq -2\}$ C. $\{x \mid -2 \leq x < 1\}$ D. $\{x \mid x \geq 2\}$
2. 已知复数 $z = (1+i) \cdot (m-2i)$ 在复平面内对应的点落在第一象限, 则实数 m 的取值范围为
 A. $m > 2$ B. $0 < m < 2$ C. $-2 < m < 2$ D. $m < -2$
3. “ $a+1 > b-2$ ”是“ $a > b$ ”的
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 抛物线 $y = x^2$ 的焦点坐标为
 A. $(0, -\frac{1}{4})$ B. $(0, \frac{1}{4})$ C. $(-\frac{1}{4}, 0)$ D. $(\frac{1}{4}, 0)$
5. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{a_n}{2a_n + 1}$, 则 $a_7 =$
 A. $\frac{1}{7}$ B. $\frac{1}{8}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{1}{10}$
6. 某工艺品修复工作分为两道工序, 第一道工序是复型, 第二道工序是上漆。现甲、乙两位工匠要完成 A, B, C 三件工艺品的修复工作, 每件工艺品先由甲复型, 再由乙上漆, 每道工序所需的时间(单位: h)如下:

原料	时间	工序	A	B	C
		复型	9	16	10
		上漆	15	8	14

则完成这三件工艺品的修复工作最少需要

- A. 43 h B. 46 h C. 47 h D. 49 h
7. 一个四棱锥的三视图如图所示, 则四棱锥中最长棱的棱长为



- A. $\sqrt{6}$ B. 3 C. $2\sqrt{2}$ D. $3\sqrt{2}$

二轮复习联考(二) 全国卷 理科数学试题 第 1 页(共 4 页)

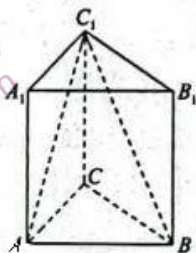
8. 声音是由物体振动产生的声波, 纯音的数学模型是函数 $y = A \sin \omega t$, 我们听到的声音是由纯音合成的, 称之为复合音. 若一个复合音的数学模型是函数 $f(x) = \cos 2x + |\sin x|$, 则下列结论正确的是

- A. $f(x)$ 是奇函数
B. $f(x)$ 的最小正周期为 2π
C. $f(x)$ 的最大值为 $\frac{3}{2}$
D. $f(x)$ 在区间 $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ 上单调递减

9. 已知点 P 为直线 $l: x - y + 1 = 0$ 上的动点, 若在圆 $C: (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 1$ 上存在两点 M, N , 使得 $\angle MPN = 60^\circ$, 则点 P 的横坐标的取值范围为

- A. $[-2, 1]$ B. $[-1, 3]$ C. $[0, 2]$ D. $[1, 3]$

10. 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ, AB = AA_1 = 4$, 平面 ABC_1 截三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的外接球所得截面的面积为



- A. $\frac{16}{5}\pi$ B. $\frac{28}{5}\pi$ C. $\frac{36}{5}\pi$ D. 8π

11. 设正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $4S_n = a_n^2 + 2a_n - 8$, 从 $\{a_n\}$ 中选出以 a_1 为首项, 以原次序组成等比数列 $a_{k_1}, a_{k_2}, \dots, a_{k_m}, \dots, (k_i = 1)$. 记 $\{a_{k_i}\}$ 是其中公比最小的原次序组成等比数列, 则 $k_m =$

- A. $2m - 2$ B. $2m + 2$ C. $2^m - 1$ D. $2^m + 1$

12. 设函数 $f(x)$ 在 \mathbf{R} 上存在导数 $f'(x)$, 对任意的 $x \in \mathbf{R}$, 有 $f(x) - f(-x) = 2\sin x$, 且在 $[0, +\infty)$ 上 $f'(x) > \cos x$. 若 $f(\frac{\pi}{2} - t) - f(t) > \cos t - \sin t$, 则实数 t 的取值范围为

- A. $(-\infty, \frac{\pi}{4})$ B. $(\frac{\pi}{4}, +\infty)$ C. $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2})$ D. $(\frac{\pi}{2}, +\infty)$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 曲线 $f(x) = xe^x - 3x + 1$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线方程是 _____ (结果用一般式表示).

14. 在边长为 6 的正 $\triangle ABC$ 中, 若点 D 满足 $\vec{BD} = 2\vec{DC}$, 则 $\vec{AD} \cdot \vec{BC} =$ _____.

15. 近两年来, 多个省份公布新高考改革方案, 其中部分省份实行“3+1+2”的高考模式, “3”为全国统一高考的语文、数学、外语 3 门必考科目, “1”由考生在物理、历史两门科目中选考 1 门科目, “2”由考生在思想政治、地理、化学、生物 4 门科目中选考 2 门科目, 则甲、乙两名考生恰有两门选考科目相同的概率为 _____.

16. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 F , 双曲线 C 的一条渐近线与圆 $O: x^2 + y^2 = a^2$ 在第二象限的交点为 M , 圆 O 在点 M 处的切线与 x 轴的交点为 N , 若 $\sin \angle MNF = \sqrt{7} \sin \angle MFN$, 则双曲线 C 的离心率为 _____.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。
(一)必考题:60 分。

17.(12 分)在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\frac{\sin A}{\cos B \cos C} = \frac{2\sqrt{3}a^2}{a^2 + b^2 - c^2}$ 。

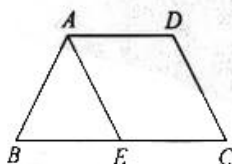
(1)求角 B 的大小;

(2)若 $a + c = 2\sqrt{6}a \sin C$, 且 $b = 3$, 求 $\triangle ABC$ 的面积 S 。

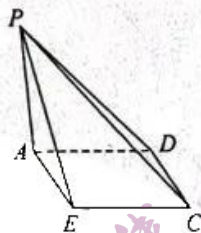
18.(12 分)如图①,在等腰梯形 $ABCD$ 中,点 E 为边 BC 上的一点, $AD \parallel BC, AD = CD = 1$, $\triangle ABE$ 是一个等边三角形,现将 $\triangle ABE$ 沿着 AE 翻折至 $\triangle APE$, 如图②。

(1)在翻折过程中,求四棱锥 $P-AECD$ 体积的最大值;

(2)当四棱锥 $P-AECD$ 体积最大时,求平面 AEP 与平面 PCD 的夹角的余弦值。



图①



图②

19.(12 分)旅游承载着人们对美好生活的向往.随着近些年人们收入和消费水平不断提高,对品质生活的需求也日益升级,旅游市场开启了快速增长的时代.某旅游景区为吸引旅客,提供了 A, B 两条路线方案.该景区为进一步了解旅客对这两条路线的选择情况和满意度评价(“好”或“一般”),对 300 名的旅客的路线选择和评价进行了统计,如下表:

	A 路线		B 路线		合计
	好	一般	好	一般	
男		20	55		120
女	90			40	180
合计		50		75	300

(1)填补上面的统计表中的空缺数据,并讨论能否在犯错误概率不超过 0.001 的前提下认为对 A, B 两条路线的选择与性别有关?

(2)某人计划到该景区旅游,预先在网上了解两条路线的评价,假设他分别看了两条路线各三条评价(评价好或一般的可能性以前面统计的比例为参考),若评价为“好”的计 5 分,评价为“一般”的计 2 分,以期望值作为参考,那么你认为这个人会选择哪一条线路.请用计算说明理由.

附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n=a+b+c+d$ 。

$P(K^2 \geq k_0)$	0.100	0.050	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	6.635	10.828

20. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，焦距为 $2\sqrt{3}$ ，过 F_1 的直线 m 与椭圆 C 相交于 A, B 两点，且 $\triangle ABF_2$ 的周长为 8。

(1) 求椭圆 C 的方程；

(2) 若过点 $G(1, 0)$ 的动直线 n 与椭圆 C 相交于 M, N 两点，直线 l 的方程为 $x=4$ 。过点 M 作 $MP \perp l$ 于点 P ，过点 N 作 $NQ \perp l$ 于点 Q 。记 $\triangle GPQ, \triangle GPM, \triangle GQN$ 的面积分别为 S, S_1, S_2 。问是否存在实数 λ ，使得 $\lambda \sqrt{S_1 \cdot S_2} - S = 0$ 成立？若存在，请求出 λ 的值；若不存在，请说明理由。

21. (12分) 已知函数 $f(x) = \left(ax - \frac{3}{4}\right)e^x - \frac{be^x}{e^x + 1}$ ，其中 $a, b \in \mathbf{R}$ ， e 是自然对数的底数。

(1) 当 $b=0$ 时，讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

(2) 当 $b=1$ 时，若对任意的 $x \in [-2, +\infty)$ ， $f(x) \geq -\frac{5}{4}$ 恒成立，求 a 的值。

(二) 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22. [选修 4-4：坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 6 - \frac{\sqrt{3}}{2}t, \\ y = \frac{1}{2}t \end{cases}$ (其中 t 为参数)，以坐标原点

为极点， x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 6\cos \theta$ 。

(1) 求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程；

(2) 设直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点，点 P 是曲线 C 上的动点，求 $\triangle PAB$ 面积的最大值。

23. [选修 4-5：不等式选讲] (10 分)

(1) 已知函数 $f(x) = |x+1| + |2x-4|$ ，解不等式 $f(x) \geq 6$ ；

(2) 已知正实数 a, b, c 满足 $a+2b+4c=8$ ，求 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ 的最小值。

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线