“皖豫名校联盟体”2022届高中毕业班第三次考试

理科数学

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、考生号填写在试卷和答题卡上，并将考生号条形码粘贴在答题卡的指定位置.
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{3,5,7,9,11,13,17\}$，$B=\{x|x=4n+1,n\in \mathbf{Z}\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{5,9,11\}$　　B. $\{5,9,11,17\}$　　C. $\{5,13,17\}$　　D. $\{5,9,13,17\}$

2. 已知 $z+2-i=z(2+i)$，则复数 $z=$

A. $-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$　　B. $\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i$　　C. $-\frac{3}{2}-\frac{3}{2}i$　　D. $\frac{3}{2}-\frac{3}{2}i$

3. 已知 $a=0.8^{\frac{2}{3}}$，$b=\log_9\frac{2}{3}$，$c=4^{0.1}$，则

A. $a<b<c$　　B. $a<c<b$　　C. $b<c<a$　　D. $b<a<c$

4. 对某位同学5次体育测试的成绩（单位：分）进行统计得到如下表格：

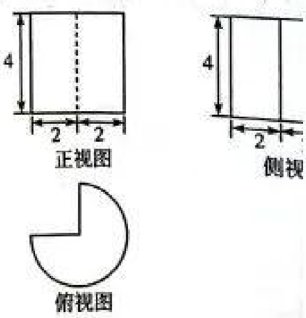
第 x 次	1	2	3	4	5
测试成绩 y	39	40	48	48	50

根据上表，可得 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y}=3x+\hat{a}$，下列结论不正确的是

A. $\hat{a}=36$　　B. 这5次测试成绩的方差为20.8

C. y 与 x 的线性相关系数 $r<0$　　D. 预测第6次体育测试的成绩约为54

5. 某几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为



A. $18\pi+12$　　B. $20\pi+12$

C. $18\pi+16$　　D. $20\pi+16$

6. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，其前 n 项和为 S_n，且满足 $a_6=17$，$S_5=a_2a_3$，则 $a_{12}=$

A. 28　　B. 30

C. 32　　D. 35

7. 某高山地区的大气压强 p(Pa)与海拔高度 h(m)近似满足函数关系 $p=p_0e^{-kh}$,其中 $k=0.000\ 126$,p_0 是海平面大气压强.已知在该地区甲、乙两处测得的大气压强分别为 p_1,p_2,且 $\frac{p_1}{p_2}=\frac{1}{2}$,那么甲、乙两处的海拔高度之差约为

(参考数据:$\ln 2\approx 0.693$)

A. 4 900 m　　B. 5 500 m　　C. 6 200 m　　D. 7 400 m

8. 已知抛物线 $C:y^2=4x$ 的焦点为 F,直线 l 与抛物线 C 交于 A,B 两点,线段 AB 的中点为(4,2),则点 F 到直线 l 的距离为

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$　　D. $2\sqrt{2}$

9. 已知函数 $f(x)=\sin^2\left(x+\frac{\pi}{12}\right)+\sin^2\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$,将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得函数 $g(x)$ 的图象,则 $g(x)$ 图象的一个对称中心为

A. $\left(-\frac{7\pi}{12},\frac{1}{2}\right)$　　B. $\left(-\frac{\pi}{12},1\right)$　　C. $\left(\frac{\pi}{12},1\right)$　　D. $\left(\frac{5\pi}{12},\frac{1}{2}\right)$

10. 已知平面向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$,$\boldsymbol{c}$ 均为单位向量,且 $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=1$,则 $(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c})$ 的取值范围是

A. $[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$　　B. $[-2,2]$　　C. $[-\sqrt{7},\sqrt{7}]$　　D. $[-3,3]$

11. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点为 F_1,F_2,渐近线上一点 P 满足 $\overrightarrow{PO}\cdot\overrightarrow{PF_2}=0$($O$ 为坐标原点),$\angle OPF_1=30°$,则双曲线 C 的离心率为

A. $\frac{5\sqrt{2}}{6}$　　B. $\frac{\sqrt{21}}{3}$　　C. $\frac{5}{3}$　　D. $\frac{7}{3}$

12. 在三棱锥 $P-ABC$ 中,$\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形,$PA=4$,$PB=PC=2\sqrt{3}$,以 AB 为直径的球的表面被 $\triangle PAC$ 截得的曲线长度为

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}\pi$　　B. $\frac{\sqrt{6}}{6}\pi$　　C. $\frac{2\sqrt{3}}{9}\pi$　　D. $\frac{2\sqrt{6}}{9}\pi$

二、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 若实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y-1\geq 0,\\x-2y+2\geq 0,\\2x-y-2\leq 0,\end{cases}$ 则 $z=3x+y$ 的最大值为________.

14. 已知 $(x+a)^7\left(\frac{1}{x^3}-2\right)$ 的展开式中各项系数和为 -128,则该展开式中 x^3 的系数是________.

15. 已知 $\triangle ABC$ 中,角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,若 $2\sin C=c\sin B$,$a\cos B-c=1$,$\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$,则 $a=$________.

16. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,且 $f(x+1)$ 是偶函数,当 $0\leq x\leq 1$ 时 $f(x)=-\log_2(x+1)$.设 $g(x)=|f(x)|+f(|x|)$,若关于 x 的方程 $g(x)-mx-2=0$ 有 5 个不同的实根,则实数 m 的取值范围是________.

三、解答题：共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22，23题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共60分．

17．（12分）

设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$S_n+a_n=2$.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

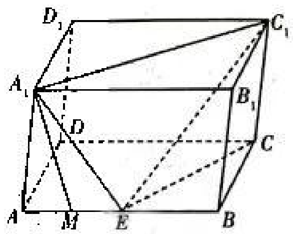
（Ⅱ）设数列$\{(2n+1)a_n\}$的前n项和为T_n，证明：$\frac{1}{2}T_n-2S_n<1$.

18．（12分）

如图所示，在四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，四边形$ABCD$为矩形，$CD=2AD=4$，四边形A_1ADD_1为菱形，$\angle A_1AD=60°$，平面$A_1ADD_1\perp$平面$ABCD$，点E为线段AB的中点，M为线段AE的中点．

（Ⅰ）证明：$CE\perp A_1M$；

（Ⅱ）求平面A_1C_1E与平面CC_1E所成锐二面角的余弦值．



19．（12分）

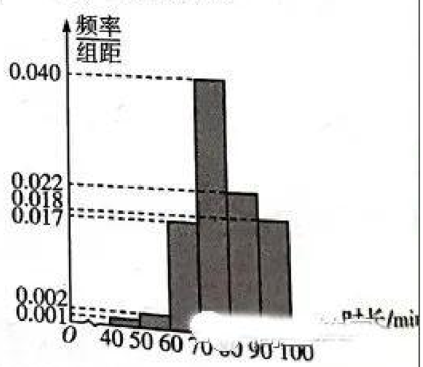
2022年2月4日至20日，第24届冬季奥林匹克运动会在北京成功举办．某学校随机调查了部分学生，统计他们观看开幕式的时长（单位：min）情况，样本数据按照[40，50)，[50，60)，…，[90，100]进行分组，得到如图所示的频率分布直方图．

（Ⅰ）估计该校学生观看开幕式时长的平均数（每组数据以该组区间的中点值为代表）；

（Ⅱ）由频率分布直方图可知该校学生观看开幕式的时长X近似服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$（其中μ近似为样本平均数，σ取10.8），求该校学生观看开幕式的时长位于区间(56.8，89.2)内的概率；

（Ⅲ）从该校所有学生中随机选取3人，记观看开幕式不少于80 min的人数为Y，用样本中各区间的频率代替每名学生观看时长位于相应区间的概率，求Y的分布列和期望．

附：若$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则$P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)=0.6827$，$P(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma)=0.9545$.



20.（12分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{1}{3}$，其右焦点为 F，左顶点为 A，点 P 是椭圆 C 上异于点 A 的一个动点，且当 $PF\perp x$ 轴时，$\triangle APF$ 的面积为 $\frac{16}{3}$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的标准方程；

（Ⅱ）若直线 AP 交直线 $l:x=9$ 于点 Q，直线 l 与 x 轴交于点 T，证明：$\angle PFQ=\angle QFT$.

21.（12分）

已知函数 $f(x)=x\ln x-3x$.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的极值；

（Ⅱ）若不等式 $f(x)\geqslant mx^2-3x+\frac{2}{m}$ 恒成立，求实数 m 的最小值.

（二）选考题：共10分．请考生在第22，23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分.

22.［选修4－4：坐标系与参数方程］（10分）

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=1+t,\\y=t-6\end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，圆 C_2 的极坐标方程为 $\rho-\frac{3}{\rho}=6\sin\theta-4\cos\theta$.

（Ⅰ）求 C_1 的普通方程和 C_2 的直角坐标方程；

（Ⅱ）过 C_1 上一点 P 作 C_2 的一条切线 l，切点为 Q，当 $|PQ|$ 最小时，求 $\triangle C_2PQ$ 外接圆的参数方程.

23.［选修4－5：不等式选讲］（10分）

已知函数 $f(x)=|3x+3|-|2x-6|$.

（Ⅰ）求不等式 $f(x)\geqslant x-4$ 的解集；

（Ⅱ）设 $f(x)$ 的最小值为 m，若正实数 a,b,c 满足 $a+b+c=-m$，求 $\frac{a^2}{c}+\frac{b^2}{a}+\frac{c^2}{b}$ 的最小值.

“皖豫名校联盟体”2022 届高中毕业班第三次考试

理科数学 · 答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.

1. D	2. B	3. D	4. C	5. C	6. D
7. B	8. A	9. B	10. A	11. B	12. C

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 8　　14. -63

15. $\sqrt{7}$　　16. $\left(-\frac{1}{4},-\frac{1}{6}\right)\cup\left(\frac{1}{6},\frac{1}{4}\right)$

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. 解析　（Ⅰ）当 $n=1$ 时，$S_1+a_1=2a_1=2$，所以 $a_1=1$. ……（1 分）

当 $n\geqslant 2$ 时，$S_{n-1}+a_{n-1}=2$，

所以 $a_n+a_n-a_{n-1}=0$，即 $a_n=\frac{1}{2}a_{n-1}$. ……（3 分）

所以数列 $\{a_n\}$ 是首项为 1，公比为 $\frac{1}{2}$ 的等比数列，故 $a_n=\frac{1}{2^{n-1}}$. ……（5 分）

（Ⅱ）由（Ⅰ）得 $(2n+1)a_n=\frac{2n+1}{2^{n-1}}$. ……（6 分）

所以 $T_n=3\times 1+5\times\frac{1}{2}+7\times\frac{1}{2^2}+\cdots+(2n-1)\times\frac{1}{2^{n-2}}+(2n+1)\times\frac{1}{2^{n-1}}$.

$\frac{1}{2}T_n=3\times\frac{1}{2}+5\times\frac{1}{2^2}+7\times\frac{1}{2^3}+\cdots+(2n-1)\times\frac{1}{2^{n-1}}+(2n+1)\times\frac{1}{2^n}$, ……（8 分）

两式相减得 $\frac{1}{2}T_n=1+2\times\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^{n-2}}\right)-(2n+1)\times\frac{1}{2^n}$, ……（9 分）

又因为 $S_n=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^{n-1}}$, ……（10 分）

所以 $\frac{1}{2}T_n-2S_n=1-\frac{2n+1}{2^n}<1$. ……（12 分）

18. 解析　（Ⅰ）如图，取 AD 的中点 O，连接 A_1O，OM，DE，

因为四边形 A_1ADD_1 为菱形，$\angle A_1AD=60^\circ$，所以 $A_1O\perp AD$. ……（1 分）

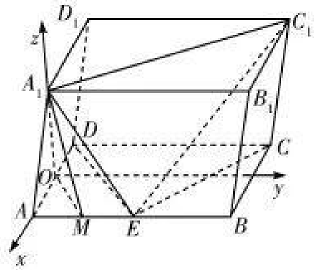
因为平面 $A_1ADD_1\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $A_1ADD_1\cap$ 平面 $ABCD=AD$，

所以 $A_1O\perp$ 平面 $ABCD$，因为 $EC\subset$ 平面 $ABCD$，所以 $A_1O\perp EC$. ……（3 分）

易知 $EC\perp ED$，$OM/\!/ED$，所以 $EC\perp OM$. ……（4 分）

因为 $A_1O\cap OM=O$，所以 $EC\perp$ 平面 A_1OM，……（5 分）

因为 $A_1M\subset$ 平面 A_1OM，所以 $CE\perp A_1M$. ……



(Ⅱ)由(Ⅰ)知 $A_1O\perp$ 平面 $ABCD$,以点 O 为坐标原点,以 OA,OA_1 所在直线分别为 x 轴,z 轴,以平面 $ABCD$ 内过点 O 且垂直于 OA 的直线为 y 轴,建立如图所示的空间直角坐标系,

则 $A_1(0,0,\sqrt{3}),C(-1,4,0),C_1(-2,4,\sqrt{3}),E(1,2,0)$,

所以 $\overrightarrow{EC}=(-2,2,0),\overrightarrow{CC_1}=(-1,0,\sqrt{3}),\overrightarrow{A_1E}=(1,2,-\sqrt{3}),\overrightarrow{EC_1}=(-3,2,\sqrt{3})$. …………………… (7 分)

设平面 CC_1E 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x_1,y_1,z_1)$,

则 $\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{EC}=0,\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{CC_1}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}-x_1+y_1=0,\\ -x_1+\sqrt{3}z_1=0,\end{cases}$ 令 $x_1=\sqrt{3}$,得 $\boldsymbol{m}=(\sqrt{3},\sqrt{3},1)$. …………………………………… (9 分)

设平面 A_1C_1E 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x_2,y_2,z_2)$,

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{EC_1}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{A_1E}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}-3x_2+2y_2+\sqrt{3}z_2=0,\\ x_2+2y_2-\sqrt{3}z_2=0,\end{cases}$ 令 $y_2=\sqrt{3}$,得 $\boldsymbol{n}=(2\sqrt{3},\sqrt{3},4)$. ………………………… (10 分)

所以 $\cos\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle=\dfrac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}|\cdot|\boldsymbol{n}|}=\dfrac{13}{\sqrt{7}\times\sqrt{31}}=\dfrac{13\sqrt{217}}{217}$,

所以平面 A_1C_1E 与平面 CC_1E 所成锐二面角的余弦值为 $\dfrac{13\sqrt{217}}{217}$. ……………………………… (12 分)

19. **解析** (Ⅰ)由频率分布直方图可得时长的平均数为 $10\times(45\times0.001+55\times0.002+65\times0.017+75\times0.04+85\times0.022+95\times0.018)=78.4$.

故估计该校学生观看开幕式时长的平均数为 78.4. …………………………………………… (3 分)

(Ⅱ)因为 $\mu=78.4,\sigma=10.8$,

所以 $P(56.8<X<89.2)=P(\mu-2\sigma<X<\mu+\sigma)=\dfrac{1}{2}[P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)+P(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma)]=\dfrac{1}{2}(0.6827+0.9545)=0.8186$,

因此该校学生观看开幕式的时长位于区间(56.8,89.2)内的概率为 0.818 6. ………………………… (7 分)

(Ⅲ)从该校所有学生中任选一人,其观看开幕式的时长不少于 80 min 的概率为 $(0.022+0.018)\times10=0.4$,

所以 $Y\sim B(3,0.4)$. …………………………………………………………………………… (8 分)

故 $P(Y=0)=C_3^0\times0.6^3=0.216,P(Y=1)=C_3^1\times0.4\times0.6^2=0.432$,

$P(Y=2)=C_3^2\times0.4^2\times0.6=0.288,P(Y=3)=C_3^3\times0.4^3=0.064$. ……………………………… (10 分)

故 Y 的分布列为:

Y	0	1	2	3
P	0.216	0.432	0.288	0.064

…………………………………………………………………………………………

所以 $EY=0\times0.216+1\times0.432+2\times0.288+3\times0.064=1.2$. ……（12 分）

20. 解析 （Ⅰ）设 $F(c,0)(c>0)$，由题意知 $\frac{c}{a}=\frac{1}{3}$，所以 $a=3c$，$b=2\sqrt{2}c$. ……（1 分）

将 $x=c$ 代入椭圆方程，得 $y=\pm\frac{b^2}{a}$， ……（2 分）

当 $PF\perp x$ 轴时，$S_{\triangle APF}=\frac{1}{2}\times(a+c)\times\frac{b^2}{a}=\frac{16}{3}$，解得 $c=1$， ……（3 分）

所以 $a=3$，$b=2\sqrt{2}$，椭圆 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$. ……（5 分）

（Ⅱ）易得 $A(-3,0)$，$F(1,0)$.

设点 $P(x_0,y_0)$，则 $k_{PA}=\frac{y_0}{x_0+3}(x_0\neq-3)$，

所以直线 AP 的方程是 $y=\frac{y_0}{x_0+3}(x+3)$，

当 $x=9$ 时，$y=\frac{12y_0}{x_0+3}$，所以点 Q 的坐标为 $\left(9,\frac{12y_0}{x_0+3}\right)$. ……（6 分）

当 $PF\perp x$ 轴时，可得 $P\left(1,\frac{8}{3}\right)$，$Q(9,8)$，$k_{QF}=\frac{8}{9-1}=1$，

故 $\angle PFQ=\angle QFT=\frac{\pi}{4}$. ……（7 分）

当 PF 与 x 轴不垂直时，$\tan\angle QFT=k_{QF}=\frac{\frac{12y_0}{x_0+3}}{9-1}=\frac{3y_0}{2(x_0+3)}$，$\tan\angle PFT=k_{PF}=\frac{y_0}{x_0-1}$， ……（8 分）

所以 $\tan2\angle QFT=\frac{2\tan\angle QFT}{1-\tan^2\angle QFT}=\frac{\frac{3y_0}{x_0+3}}{1-\left[\frac{3y_0}{2(x_0+3)}\right]^2}=\frac{12(x_0+3)y_0}{4(x_0+3)^2-9y_0^2}$. ……（9 分）

因为 $\frac{x_0^2}{9}+\frac{y_0^2}{8}=1$，所以 $9y_0^2=72-8x_0^2$， ……（10 分）

所以 $\tan2\angle QFT=\frac{12(x_0+3)y_0}{4(x_0+3)^2-9y_0^2}=\frac{12(x_0+3)y_0}{4(x_0+3)^2+8x_0^2-72}$

$=\frac{12(x_0+3)y_0}{12x_0^2+24x_0-36}=\frac{(x_0+3)y_0}{(x_0-1)(x_0+3)}=\frac{y_0}{x_0-1}=\tan\angle PFT$， ……（11 分）

又因为 $\angle QFT\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right)$，$\angle PFT\in[0,\pi)$，所以 $\angle PFT=2\angle QFT$，即 $\angle PFQ=\angle QFT$. ……（12 分）

21. 解析 （Ⅰ）由题意知 $f'(x)=1+\ln x-3=\ln x-2$， ……（1 分）

令 $f'(x)>0$，得 $x>e^2$，令 $f'(x)<0$，得 $0<x<e^2$， ……（2 分）

所以 $f(x)$ 在 $(0,e^2)$ 上单调递减，在 $(e^2,+\infty)$ 上单调递增， ……（3 分）

所以 $f(x)_{极小值}=f(e^2)=-e^2$，无极大值. ……（4 分）

（Ⅱ）由题意知 $mx^2-x\ln x+\frac{2}{m}\leqslant0$ 恒成立，来源微信公众号：高三答案

设 $g(x)=mx^2-x\ln x+\frac{2}{m}$，则 $g'(x)=2mx-(\ln x+1)=2mx-\ln x-1$. ……（5 分）

①当 $m>0$ 时,$g(1)=m+\frac{2}{m}>0$,与 $g(x)\leqslant 0$ 恒成立矛盾,不合题意. ……………………(6 分)

②当 $m<0$ 时,$g'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减,

又因为 $g'(e^{-1})=2me^{-1}<0$,且 $x\to 0$ 时,$g'(x)\to+\infty$,

所以 $\exists x_0\in(0,e^{-1})$,使得 $g'(x_0)=2mx_0-\ln x_0-1=0$,即 $m=\frac{\ln x_0+1}{2x_0}$, ……………………(7 分)

且当 $x\in(0,x_0)$ 时,$g'(x)>0$,$g(x)$ 单调递增,当 $x\in(x_0,+\infty)$ 时,$g'(x)<0$,$g(x)$ 单调递减.

所以 $g(x)_{\max}=g(x_0)=mx_0^2-x_0\ln x_0+\frac{2}{m}$

$$=\frac{\ln x_0+1}{2x_0}\times x_0^2-x_0\ln x_0+\frac{2}{\frac{\ln x_0+1}{2x_0}}=\frac{x_0[9-(\ln x_0)^2]}{2(\ln x_0+1)}.$$ ……………………(9 分)

由 $g(x)\leqslant 0$ 恒成立知 $g(x)_{\max}\leqslant 0$,又因为 $x_0\in(0,e^{-1})$,所以 $\frac{x_0}{\ln x_0+1}<0$.

所以 $9-(\ln x_0)^2\geqslant 0$,即 $-3\leqslant \ln x_0<-1$,解得 $e^{-3}\leqslant x_0<e^{-1}$. ……………………(10 分)

设 $h(x)=\frac{\ln x+1}{2x}$,$x\in[e^{-3},e^{-1})$,则 $h'(x)=\frac{-\ln x}{2x^2}>0$,

所以 $h(x)$ 在 $[e^{-3},e^{-1})$ 上单调递增,所以 $h(x)\geqslant h(e^{-3})=-e^3$,

即 m 的最小值是 $-e^3$. ……………………(12 分)

22. **解析** (Ⅰ)由 $\begin{cases}x=1+t,\\ y=t-6,\end{cases}$ 消去 t 得 C_1 的普通方程为 $x-y-7=0$. ……………………(2 分)

因为 $\rho-\frac{3}{\rho}=6\sin\theta-4\cos\theta$,所以 $\rho^2-3=6\rho\sin\theta-4\rho\cos\theta$,

所以 $x^2+y^2-3=6y-4x$,即 C_2 的直角坐标方程为 $(x+2)^2+(y-3)^2=16$. ……………………(4 分)

(Ⅱ)由圆的切线的性质可知,当 $C_2P\perp l$ 时,$|C_2P|$ 最小,$|PQ|$ 也最小. ……………………(5 分)

此时直线 C_2P 的斜率为 -1,因为 $C_2(-2,3)$,所以直线 C_2P 的方程为 $x+y-1=0$. ……………………(6 分)

由 $\begin{cases}x+y-1=0,\\ x-y-7=0,\end{cases}$ 得 $P(4,-3)$,

所以 C_2P 的中点坐标为 $(1,0)$,$|C_2P|=6\sqrt{2}$, ……………………(8 分)

所以 $\triangle C_2PQ$ 外接圆的参数方程为 $\begin{cases}x=1+3\sqrt{2}\cos\alpha,\\ y=3\sqrt{2}\sin\alpha\end{cases}$($\alpha$ 为参数). ……………………(10 分)

23. **解析** (Ⅰ)当 $x\leqslant -1$ 时,原不等式等价于 $-(3x+3)+2x-6\geqslant x-4$,解得 $x\leqslant -\frac{5}{2}$; ……………………(1 分)

当 $-1<x<3$ 时,原不等式等价于 $3x+3+2x-6\geqslant x-4$,解得 $-\frac{1}{4}\leqslant x<3$; ……………………(2 分)

当 $x\geqslant 3$ 时,原不等式等价于 $3x+3-(2x-6)\geqslant x-4$,解得 $x\geqslant 3$. ……………………(3 分)

综上所述,原不等式的解集是 $\left(-\infty,-\frac{5}{2}\right]\cup\left[-\frac{1}{4},+\infty\right)$. ……………………(5 分)

(Ⅱ)因为 $f(x)=\begin{cases}-x-9, & x\leqslant -1,\\ 5x-3, & -1<x<3,\\ x+9, & x\geqslant 3,\end{cases}$ 所以 $f(x)_{\min}=f(-1)=-8$, ……………………(6 分)

则 $a+b+c=8$.

因为 $\frac{a^2}{c}+c\geqslant 2a,\frac{b^2}{a}+a\geqslant 2b,\frac{c^2}{b}+b\geqslant 2c$, …………（7 分）

所以 $\frac{a^2}{c}+\frac{b^2}{a}+\frac{c^2}{b}+a+b+c\geqslant 2(a+b+c)=16$, …………（8 分）

即 $\frac{a^2}{c}+\frac{b^2}{a}+\frac{c^2}{b}\geqslant 8$，当且仅当 $a=b=c=\frac{8}{3}$ 时等号成立， …………（9 分）

故 $\frac{a^2}{c}+\frac{b^2}{a}+\frac{c^2}{b}$ 的最小值为 8. …………（10 分）