

北海市 2023 年春季学期期末教学质量检测

高二数学

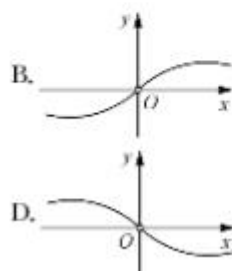
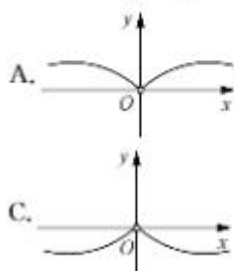
全卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上,并将条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并收回。
4. 本卷主要考查内容:北师大版选择性必修第二册,必修第一册第一章~第五章。

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 用列举法可将集合 $\{(x, y) | x \in \{0, 1\}, y \in \{1, 2\}\}$ 表示为
A. $\{0, 1\}$ B. $\{(1, 2)\}$
C. $\{(0, 1), (1, 2)\}$ D. $\{(0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2)\}$
2. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - 3 \leq 0$ ”的否定是
A. $\exists x \notin \mathbf{R}, x^2 - 3 < 0$ B. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 3 > 0$
C. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - 3 > 0$ D. $\forall x \notin \mathbf{R}, x^2 - 3 \geq 0$
3. 已知 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,且 $a_2 + a_5 + a_8 = 30$, 则 $S_9 =$
A. 30 B. 60 C. 90 D. 180
4. 已知实数 a, b 满足 $3a + b = 2$, 则 $3a + b^2$ 的最小值为
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{7}{4}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 2
5. 设 $a = e^{0.1}, b = 0.1^e, c = \ln 0.1$, 则
A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $b > c > a$ D. $b > a > c$
6. 函数 $f(x) = \frac{x^2}{2^x - 2^{-x}}$ 的部分图象大致为



【高二数学 第 1 页(共 4 页)】

23684B



7. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 满足 $f(x-1)=2f(x)$, 且当 $x \in (0, 1]$ 时, $f(x)=x(x-1)$. 若对任意 $x \in [a, +\infty)$, 都有 $f(x) \geq -\frac{3}{16}$ 成立, 则 a 的取值范围是

- A. $[\frac{1}{4}, +\infty)$ B. $[\frac{3}{4}, +\infty)$ C. $(-\infty, -\frac{1}{4}]$ D. $(-\infty, -\frac{3}{4}]$

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} e^x - ax, & x \geq 0, \\ -x^3 - (a+2)x + 1, & x < 0 \end{cases}$ 有 3 个零点, 则实数 a 的取值范围是

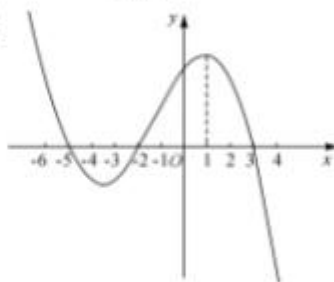
- A. $(\frac{1}{e}, +\infty)$ B. $(1, +\infty)$ C. $(e, +\infty)$ D. $(e^2, +\infty)$

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 已知偶函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递减, 若 $f(1) = -1$, 则满足 $f(x-2) \geq -1$ 的 x 的值可能为

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

10. 已知函数 $f(x)$ 的导函数的图象如图所示, 则下列说法正确的是



- A. $f(x)$ 在区间 $(-5, -2)$ 上单调递减
B. $f(x)$ 在区间 $(-3, 1)$ 上单调递增
C. $f(x)$ 在 $x=3$ 处取得极大值
D. $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极大值

11. 下列说法中, 正确的有

- A. 已知 $a_{n+1} = a_n - 2$, 则数列 $\{a_n\}$ 是递减数列
B. 数列 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n = n^2 - kn + 2$, 若 $\{a_n\}$ 为单调递增数列, 则 $k < 3$
C. 已知正项等比数列 $\{a_n\}$, 则有 $a_1 + a_8 \leq a_4 + a_5$
D. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_2 = 4$, $S_4 = 10$, 则 $S_6 = 18$

12. 已知 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 函数 $f(x) = a^x - x^a (x > 0)$, 则

- A. 若 $a = e$, 则 $f(x)$ 有且仅有 1 个零点
B. 若 $a = 2$, 则 $f(x)$ 在区间 $(1, 3)$ 上单调递减
C. 若 $f(x)$ 有两个零点, 则 $a \in (1, e)$
D. 若 $a > 1$, 则存在 $x_0 \in (0, +\infty)$, 使得当 $x > x_0$ 时, 有 $f(x) > 0$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 $q (q > 0)$, 其前 n 项和为 S_n , 且 $a_1 = 1$, $a_3 = 4$, 则 $a_5 =$ _____; $S_5 =$ _____ . (本题第一空 2 分, 第二空 3 分)

14. $f(x)$ 是以 2 为周期的函数, 若 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = 3^x$, 则 $f(3) =$ _____ .

15. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - (a+2)x + 2a \ln x + 1$ 在 $(4, 6)$ 上存在极值点, 则实数 a 的取值范围是 _____ .

16. 设 $x, y \in \mathbf{R}$, $a > 1$, $b > 1$, 若 $a^x = b^y = 6$, $2a + b = 16$, 则 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最大值为 _____ .

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = \frac{2x+b}{x+a}$, $x \in [-1, 1]$, 满足条件 $f(0) = \frac{3}{2}$, $f(-1) = 1$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 用单调性的定义证明 $f(x)$ 在 $x \in [-1, 1]$ 上单调递增, 并求 $f(x)$ 在 $x \in [-1, 1]$ 上的最值.

18. (本小题满分 12 分)

设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 公比 $q > 1$, $a_2 = 16$, $S_2 = 84$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{n + a_n\}$ 的前 n 项和为 T_n .

19. (本小题满分 12 分)

中国梦蕴含航天梦, 航天梦助力中国梦. 2023 年 5 月 30 日 9 时 31 分, 搭载神舟十六号载人飞船的长征二号 F 遥十六运载火箭在酒泉卫星发射中心成功点火发射, 实现了神舟十六号航天员乘组与神舟十五号航天员乘组太空在轨轮换. 已知火箭起飞质量 x (单位: kg) 是箭体质量 M (单位: kg) 和燃料质量 m (单位: kg) 之和. 在发射阶段, 不考虑空气阻力的条件下, 火箭的最大速度 v (单位: km/s) 和 x 的函数关系是 $v = a \ln x + b \ln M$, 其中 a, b 为常数, 且当燃料质量为 0 kg 时, 火箭的最大速度为 0 km/s. 已知某火箭的箭体质量为 M kg, 当燃料质量为 $(e^2 - 1)M$ kg 时, 该火箭最大速度为 4 km/s.

(1) 求该火箭的最大速度 v 与起飞质量 x 之间的函数关系式;

(2) “第一宇宙速度”是指物体在环绕地球做匀速圆周运动所需达到的速度, 也称为“航天器最小发射速度”. 请问当燃料质量至少是箭体质量的多少倍时, 该火箭最大速度可达到 7.9 km/s (第一宇宙速度)?



20. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \ln x - a(x+1) + 2 (a \in \mathbf{R})$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $\left[\frac{1}{e}, e\right]$ 上单调递增, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若 $\exists x \in (0, +\infty)$, 使得 $f(x) \geq 0$, 求实数 a 的取值范围.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = 1$, 且满足 $a_{n+1} = \frac{4a_n + 2}{a_n + 3}$.

(1) 求证: $\left\{\frac{a_n - 2}{a_n + 1}\right\}$ 为等比数列, 并求 a_n ;

(2) 对于实数 x , $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 求 $\left[\frac{1}{a_1+1} + \frac{2}{a_2+1} + \frac{3}{a_3+1} + \dots + \frac{60}{a_{60}+1}\right]$ 的值.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = (x^2 + 1)e^{ax} (a \in \mathbf{R})$.

(1) 若 $f(x)$ 在 $x = \frac{1}{2}$ 处取得极值, 求 $f(x)$ 的极值;

(2) 讨论 $f(x)$ 的单调性.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线



自主选拔在线
微信号：zizzsw



自主选拔在线
微信号：zizzsw



自主选拔在线
微信号：zizzsw