# 乌鲁木齐地区 2023 年高三年级第三次质量监测

# 理科数学（问卷）

（卷面分值：150 分；考试时间：120 分钟）

**注意事项：**

**1. 本试卷分为问卷（4 页）和答卷（4 页），答案务必书写在答卷（或答题卡）的指定位置上.**

**2. 答题前，先将答卷密封线内的项目（或答题卡中的相关信息）填写清楚.**

## 第Ⅰ卷（选择题　共 60 分）

**一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知集合 $M$ 满足 $\{2,3\}\subseteq M\subseteq\{1,2,3,4\}$，那么这样的集合 $M$ 的个数为

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

2. 设复数 $z$ 满足 $(1+2i)\cdot z=5i$（i 是虚数单位），则 $\overline{z}=$

A. $2-i$　　B. $2+i$　　C. $-2-i$　　D. $-2+i$

3. 定义符号函数 $\operatorname{sgn}x=\begin{cases}1,x>0\\0,x=0\\-1,x<0\end{cases}$，则方程 $x^2\operatorname{sgn}x=5x-6$ 的解是

A. 2 或 $-6$　　B. 3 或 $-6$　　C. 2 或 3　　D. 2 或 3 或 $-6$

4. 如图，是1963年在陕西宝鸡贾村出土的一口“何尊”（尊为古代的酒器，用青铜制成），尊内底铸有12行、122字铭文. 铭文中写道“唯武王既克大邑商，则廷告于天，曰：‘余其宅兹中国，自之辟民’”，其中宅兹中国为“中国”一词最早的文字记载. “何尊”可以近似看作是圆台和圆柱组合而成，经测量，该组合体的深度约为 30cm，上口的内径约为 20cm，圆柱的深度和底面内径分别约为 20cm,16cm，则“何尊”的容积大约为

A. $5500\text{cm}^3$　　B. $6000\text{cm}^3$　　C. $6500\text{cm}^3$　　D. $7000\text{cm}^3$

5. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$，且 $a_5=5,a_1+S_{11}=67$，则 $a_5a_{11}$ 是 $\{a_n\}$ 中的

A. 第 45 项　　B. 第 50 项　　C. 第 55 项　　D. 第 60 项

6. 若 $\cos\left(\frac{\pi}{6}-\alpha\right)=\frac{3}{5}$，则 $\sin\left(2\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=$

A. $-\frac{24}{25}$　　B. $-\frac{7}{25}$　　C. $\frac{7}{25}$　　D. $\frac{24}{25}$



7. 5G 技术在我国已经进入高速发展的阶段，5G 手机的销量也逐渐上升，某手机商城统计了最近 5 个月手机的实际销量，如下表所示：

| 时间 $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| 销售量 $y$（千只） | 0.5 | 0.8 | 1.0 | 1.2 | 1.5 |

若 $y$ 与 $x$ 线性相关，且线性回归方程为 $\hat{y}=0.24x+\hat{a}$，则下列说法不正确的是

A. 由题中数据可知，变量 $y$ 与 $x$ 正相关，且相关系数 $r<1$

B. 线性回归方程 $\hat{y}=0.24x+\hat{a}$ 中 $\hat{a}=0.26$

C. 残差 $\hat{e}_i\ (i=1,2,3,4,5)$ 的最大值与最小值之和为 0

D. 可以预测 $x=6$ 时该商场 5G 手机销量约为 1.72（千只）

8. 已知直线 $l:x+2y-4=0$ 与 $x$ 轴和 $y$ 轴分别交于 $A,B$ 两点，以点 $A$ 为圆心，2 为半径的圆与 $x$ 轴的交点为 $M$（在点 $A$ 右侧），点 $P$ 在圆上，当 $\angle MBP$ 最大时，$\Delta MPB$ 的面积为

A. $\frac{36}{5}$　　B. 8　　C. $2+2\sqrt{10}$　　D. $\frac{48}{5}$

9. 已知四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是边长为 2 的正方形，侧棱与底面垂直，$O$ 为 $AC$ 的中点，若点 $O$ 到平面 $AB_1D_1$ 的距离为 $\frac{4}{3}$，则 $AD_1$ 与平面 $BDD_1B_1$ 所成角的正弦值等于

A. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$　　B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　D. $\frac{1}{3}$

10. 定义 $[x]$ 表示不超过 $x$ 的最大整数，$\{x\}=x-[x]$. 例如：$[3.2]=3,\{-3.2\}=0.8$.

①$[x]+[y]\le[x+y]$

②存在 $x_0\in\mathbf{R}$ 使得 $[\{x_0\}]\ne0$

③$|x-y|<1$ 是 $[x]=[y]$ 成立的充分不必要条件

④方程 $2x\{x\}-x-1=0$ 的所有实根之和为 $-1$

则上述命题为真命题的序号为

A. ①②　　B. ①③　　C. ②③　　D. ①④

11. 希腊著名数学家阿波罗尼斯发现“平面内到两个定点 $A,B$ 的距离之比为定值 $\lambda(\lambda\ne1)$ 的点的轨迹是圆”. 后来，人们将这个圆以他的名字命名，称为阿波罗尼斯圆，简称阿氏圆. 已知在平面直角坐标系 $xOy$ 中，点 $A\left(-\frac{3}{2},\frac{1}{2}\right)$，$B\left(-\frac{3}{2},2\right)$，若点 $P$ 是满足 $\lambda=\frac{1}{2}$ 的阿氏圆上的任意一点，点 $Q$ 为抛物线 $C:y^2=6x$ 上的动点，$Q$ 在直线 $x=-\frac{3}{2}$ 上的射影为 $R$，则 $|PB|+2|PQ|+2|QR|$ 的最小值为

A. $\sqrt{34}$　　B. $\sqrt{37}$　　C. $\sqrt{42}$　　D. $3\sqrt{5}$

12. 已知 $a=e^{-0.19},b=0.9,c=2\ln0.9+1$，则

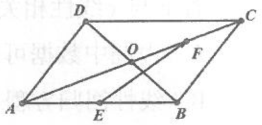
A. $b>c>a$　　B. $a>c>b$　　C. $c>b>a$　　D. $b>a>c$

## 第Ⅱ卷（非选择题　共 90 分）

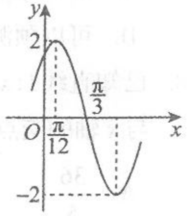
**本卷包括必考题和选考题两部分，第 13～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22～23 题为选考题，考生根据要求作答．**

**二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分．**

13. 如图，平行四边形 $ABCD$ 的对角线相交于点 $O$ ，$E,F$ 分别为 $AB,OC$ 的中点，若 $\overrightarrow{EF}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}\left(x,y\in\mathbf{R}\right)$，则 $x+y=$______．




14. 已知函数 $f\left(x\right)=2\cos\left(\omega x+\varphi\right)\left(\omega>0,\left|\varphi\right|<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，将函数 $f\left(x\right)$ 图象上所有的点向左平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度得到函数 $g\left(x\right)$ 的图象，则 $g\left(\dfrac{\pi}{4}\right)$ 的值为____．




15. 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$ 的左右焦点分别为 $F_1,F_2$，过 $F_2$ 的直线交双曲线 $C$ 于 $A,B$ 两点，若 $\Delta ABF_1$ 的周长为 $20$，则线段 $AB$ 的长为____．

16. 已知各项均不为零的数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$，$a_1=-1,4\le a_3\le 8,a_{100}<0$，且 $2a_na_{n+2}+a_{n+1}a_{n+3}=0$，则 $S_{100}$ 的最大值等于____．

**三、解答题：第 17～21 题每题 12 分，解答应在答卷的相应各题中写出文字说明，证明过程或演算步骤．**

17. 在 $\Delta ABC$ 中，角 $A,B,C$ 的对边分别为 $a,b,c$，且 $2\sqrt{2}a^2\cos B-c^2=2ab\cos C+a^2-b^2$．

（Ⅰ）求 $\angle B$ 大小；

（Ⅱ）若 $\Delta ABC$ 为锐角三角形，且 $a=2$，求 $\Delta ABC$ 面积的取值范围．

18. 学校门口的文具商店试销售某种文具 30 天，获得数据如下：

| 日销售量（件） | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| 天数 | 2 | 6 | 10 | 9 | 3 |

试销售结束后开始正式营销（假设该商品日销售量的分布规律不变）．营业的第一天有该文具 4 件，当天营业结束后检查存货，如果发现存货少于 3 件，则当天进货补充至 4 件，否则不进货．

（Ⅰ）记 $X$ 为第二天开始营业时该文具的件数，求 $X$ 的分布列；

（Ⅱ）设一年去掉 2 个月的假期，该文具店的正常营业时间为 300 天，其中 $X=4$ 的天数为 $Y$，求 $P\left(Y=k\right)$ 取最大值时 $k$ 的值．



19. 在 $\Delta ABC$ 中，$\angle ACB=45^\circ,BC=3$，过点 $A$ 作 $AD\perp BC$，交线段 $BC$ 于点 $D$（如图 1），沿 $AD$ 将 $\Delta ABD$ 折起，使 $\angle BDC=90^\circ$（如图 2），点 $E,M$ 分别为棱 $BC,AC$ 的中点．

（Ⅰ）求证：$CD\perp ME$；

（Ⅱ）当三棱锥 $A-BCD$ 的体积最大时，试在棱 $CD$ 上确定一点 $N$，使得 $EN\perp BM$，并求二面角 $M-BN-C$ 的余弦值．

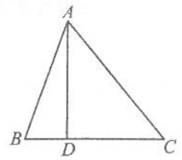


图1

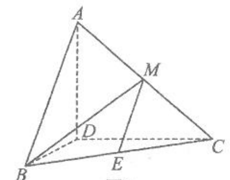


图2

20. 已知圆 $C:\left(x+\sqrt{3}\right)^2+y^2=16,A\left(\sqrt{3},0\right)$，$P$ 是圆 $C$ 上任意一点，线段 $AP$ 的垂直平分线与半径 $PC$ 相交于点 $Q$，设 $Q$ 点的轨迹为曲线 $E$．

（Ⅰ）求曲线 $E$ 的方程；

（Ⅱ）已知 $D(-2,1),B\left(0,1\right)$，过点 $D$ 的直线与曲线 $E$ 交于不同的两点 $M,N$，$M$ 点在第二象限，直线 $BM$ 与 $x$ 轴交于 $R$，求 $\Delta BRN$ 面积的最大值．

21. 已知函数 $f\left(x\right)=x^2+\dfrac{3}{4},g\left(x\right)=\ln x$．

（Ⅰ）设函数 $h\left(x\right)=f\left(x\right)-g\left(x\right)$，求 $h\left(x\right)$ 的单调区间；

（Ⅱ）若直线 $y=-2x+t,t\in\mathbf{R}$ 分别与 $f\left(x\right),g\left(x\right)$ 的图象交于 $A,B$ 两点，求 $\left|AB\right|$ 的最小值．

**选考题：共 10 分，请考生在 22、23 两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑．**

22. [选修 4-4：坐标系与参数方程]

在平面直角坐标系 $xOy$ 中，曲线 $C:x^2+y^2=1$ 所对应的图形经过伸缩变换 $\begin{cases}x'=2x\\y'=\sqrt{3}y\end{cases}$ 得到图形 $C'$．

（Ⅰ）写出曲线 $C'$ 的平面直角坐标方程；

（Ⅱ）点 $P$ 在曲线 $C'$ 上，求点 $P$ 到直线 $l:\sqrt{3}x+y-6=0$ 的距离的最小值及此时点 $P$ 的坐标．

23. [选修 4-5：不等式选讲]

已知 $f\left(x\right)=\left|2x+1\right|$，不等式 $f\left(x\right)\le 3x$ 的解集为 $M$．

（Ⅰ）求集合 $M$；

（Ⅱ）$x\in M$，不等式 $f\left(x\right)+\dfrac{a}{f\left(x\right)}\ge 4-a$ 恒成立，求正实数 $a$ 的最小值．