喀什地区2023年普通高考4月适应性检测
理科数学答案

Ⅰ卷

一、填空题（60分，共12小题，每题5分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
分数	D	B	C	B	A	C	A	D	C	D	D	B

12.B

【分析】本题考查了是函数奇偶性和对称性、周期性的综合应用，

【解答】

解：$\because f(x+1)$为奇函数，$\therefore$函数 f(x) 对称中心是（1，0），$f(1)=0$

$\therefore f(1-x)=-f(x+1)$

$\because f(6-x)=f(x)$，即函数 f(x) 对称轴是直线 $x=3$

$\therefore f(x+5)=f(6-x-5)=f(1-x)=-f(x+1)\ \therefore f(x+4)=-f(x)$

$\therefore f(x+8)=-f(x+4)=f(x)$，即函数 f(x) 的周期是 8.

$\because$ 当 $x\in[1,3], f(x)=a\cdot 2^x+bx^2$，若 $f(5)+f(12)=-4$

$\therefore f(5)=f(6-5)=f(1)=0$，

$f(12)=f(8+4)=f(4)=f(6-4)=f(2)$

$\therefore f(2)=-4$

当 $x\in[1,3], f(x)=a\cdot 2^x+bx^2$

$\therefore f(1)=2a+b=0$，$f(2)=4a+4b=-4\ \therefore a=1$，$b=-2$

$\therefore x\in[1,3], f(x)=2^x-2x^2$

$2023=8\times 253-1$

$\therefore f(2023)=f(-1)=-f(3)=2\times 3^2-2^3=18-8=10$

选 B

II 卷

二、填空题（20 分，共 4 小题，每题 5 分）

13. $\sqrt{7}$

解析：$\vec{a},\vec{b}$ 为单位向量，且 $|\vec{a}-\vec{b}|=1$，

所以 $\vec{a}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2=1$，所以 $\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{2}$，

所以 $|\vec{a}+2\vec{b}|=\sqrt{\vec{a}^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}^2}=\sqrt{1+2+4}=\sqrt{7}.$

14. -5

根据题意，x^3y^4的项在（$x+y)(x-y)^6$的展开式中有两项。分别为：

$x\cdot C_6^4x^2(-y)^4$和$y\cdot C_6^3x^3(-y)^3$,即$15x^3y^4$和$-20x^3y^4$,则x^3y^4的系数为:$15-20=-5$

15. $4\sqrt{2}+4$

解析：本题考查椭圆的定义、几何性质。椭圆的左焦点$F_1(-c,0)$关于直线 $y=-x$的对称点 P（0，c)仍在椭圆上，则 $c=b=2,a=2\sqrt{2}$，

则三角形 PF_1F_2的周长为 $2a+2c=4\sqrt{2}+4$

---

16. 9

因为AD平分$\angle BAC$,所以$\angle BAD=\angle CAD=60^0$, $S_{\Delta ABC}=S_{\Delta ABD}+S_{\Delta ACD}$,

即$\frac{1}{2}bc\sin 120^0=\frac{1}{2}cAD\sin 60^0+\frac{1}{2}bAD\sin 60^0$,整理得$bc=cAD+bAD$,

得$AD(\frac{1}{b}+\frac{1}{c})=1$,又$AD=1$,则$\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$，所以$b+4c=(b+4c)(\frac{1}{b}+\frac{1}{c})=\frac{4c}{b}+\frac{b}{c}+5$

$\geq 2\sqrt{\frac{4c}{b}\bullet\frac{b}{c}}+5=9$,当且仅当$\frac{4c}{b}=\frac{b}{c}$，即$b=3,c=\frac{3}{2}$时等号成立，则$b+4c$的最小值是9.

三、解答题（70 分，共 6 小题）

17. 解：(1)设等差数列$\{a_n\}$的公差为 d，由题设可得：

$\begin{cases}a_1+9d=8+a_1+52d\\(a_1+4d-1)^2=(a_1+3d-1)(a_1+6d-1)\end{cases}$，……………………………（2 分）

解得：$\begin{cases}a_1=-3\\d=2\end{cases}$,……………………………(4 分）

$\therefore a_n=-3+2(n-1)=2n-5$；……………………………(6 分）

(2)由(1)知$b_n=\frac{a_n}{2^n}=\frac{2n-5}{2^n}$,

所以$\begin{cases} T_n=-\frac{3}{2}-\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{2n-7}{2^{n-1}}+\frac{2n-5}{2^n} \\ \frac{1}{2}T_n=-\frac{3}{2^2}-\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{2n-7}{2^n}+\frac{2n-5}{2^{n+1}} \end{cases}$,…………………………（8 分）

所以$\frac{1}{2}T_n=-\frac{3}{2}+2(\frac{1}{2^2}+\cdots+\frac{1}{2^n})-\frac{2n-5}{2^{n+1}}=-\frac{3}{2}+(\frac{1}{2^1}+\cdots+\frac{1}{2^{n-1}})-\frac{2n-5}{2^{n+1}}=-\frac{3}{2}+\frac{\frac{1}{2}[1-(\frac{1}{2})^{n-1}]}{1-\frac{1}{2}}-\frac{2n-5}{2^{n+1}}=-\frac{1}{2}-\frac{2n-1}{2^{n+1}}$，…………………………（10 分）

所以$T_n=-1-\frac{2n-1}{2^n}$. …………………………（12 分）

18、 (本题 12.0 分)

解：(Ⅰ)证明：取 PA 中点 F，连接 DF，EF，

$\because E$ 为 PB 的中点，则 $PE=EB$，$PF=FA$，$\therefore EF//AB$，$EF=\frac{1}{2}AB$，…………………………(1 分）

又$\because C$，D 分别为 $P'B$，$P'A$ 的中点，则 $CD//AB$，$CD=\frac{1}{2}AB$，…………………………（2 分）

$\therefore CD=EF$，$CD//EF$，

$\therefore$四边形 $CDEF$ 为平行四边形，则 $CE//FD$. …………………………（4 分）

$\because CE\not\subset$平面 PAD，$FD\subset$平面 PAD，…………………………（5 分）

$\therefore CE//$平面 PAD；…………………………(6 分）

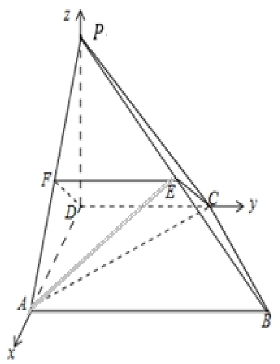
(Ⅱ)由题知，$PD=AD=2$，$PA=\sqrt{2}$，

所以 $PD^2+AD^2=PA^2$，则 $PD\perp AD$，

$\because$在$\triangle P'AB$ 中，$P'A\perp AB$，C，D 分别为 $P'B$，$P'A$ 的中点，

$\therefore P'D\perp CD$，$\therefore PD\perp CD$，$AD\perp CD$，

$\therefore DA$，DC，DP 两两互相垂直.



如图所示，以 D 为坐标原点，分别以 DA，DC，DP 所在直线为 x 轴、y 轴、的轴建立空间直角坐标系 $\mathrm{D-xyz}$，…………(8 分）

则 $A(1,0,0)$，$C(0,1,0)$，$P(0,0,1)$，$B(1,2,0)$，$E(\frac{1}{2},1,\frac{1}{2})$，

$\overrightarrow{CE}=(\frac{1}{2},0,\frac{1}{2})$，$\overrightarrow{CA}=(1,-1,0)$，$\overrightarrow{CB}=(1,1,0)$，

设平面 ECA，平面 ECB 的法向量分别为$\vec{m}=(x_1,y_1,z_1)$，$\vec{n}=(x_2,y_2,z_2)$，

则$\begin{cases} \vec{m}\cdot\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}x_1+\frac{1}{2}z_1=0 \\ \vec{m}\cdot\overrightarrow{CA}=x_1-y_1=0 \end{cases}$，取$y_1=1$，可得$\vec{m}=(1,1,-1)$；

$\begin{cases} \vec{n}\cdot\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}x_2+\frac{1}{2}z_2=0 \\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{CB}=x_2+y_2=0 \end{cases}$，取$y_2=-1$，得$\vec{n}=(1,-1,-1)$. …………………………（10 分）

$\therefore \cos<\vec{m},\vec{n}>=\frac{\vec{m}\cdot\vec{n}}{|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|}=\frac{1-1+1}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{1}{3}$. 设二面角 $A-EC-B$ 的平面角为θ，

则 $sin\theta=\frac{2\sqrt{2}}{3}$. ……………………………（12 分）

19、【解析】（1）因为 $K^2=\frac{70\times(15\times10-25\times20)^2}{35\times35\times40\times30}=\frac{35}{6}\approx5.833>3.841$ ……（4 分）

所以有 95%的把握认为是否愿意参与校园文化艺术节和体育活动与性别有关；……（6）分

（2）用分层抽样方法，在愿意参与的学生中抽取 8 人，男生应抽取 3 人，女生应抽取 5 人，再从这 8 人中随机抽取 3 人，记抽到的男生为 X，则 X 的可能取值为 0，1，2，3.……（7）分

$P(X=0)=\frac{C_3^0C_5^3}{C_8^3}=\frac{10}{56}=\frac{5}{28}$，$P(X=1)=\frac{C_3^1C_5^2}{C_8^3}=\frac{30}{56}=\frac{15}{28}$，$P(X=2)=\frac{C_3^2C_5^1}{C_8^3}=\frac{15}{56}$，

$P(X=3)=\frac{C_3^3C_5^0}{C_8^3}=\frac{1}{56}$，……（10）分

所以 X 的分布列为：

X	0	1	2	3
P	$\frac{5}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{1}{56}$

所以 $E(x)=0\times\frac{10}{56}+1\times\frac{30}{56}+2\times\frac{15}{56}+3\times\frac{1}{56}=\frac{9}{8}$.………………………（12）分

20. 解：(1) 由点 F $\left(0,\frac{p}{2}\right)$ 到圆 M 上的点的距离的最小值为 $|FM|-1=\frac{p}{2}+3-1=3$

解得 p=2. ………………………………………（3）分

(2)由(1)知,抛物线的方程为 $x^2=4y$,即 $y=\frac{1}{4}x^2$,则 $y'=\frac{1}{2}x$. ………………（3）分

设切点 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,则易得直线 PA:$y=\frac{x_1}{2}x-\frac{x_1^2}{4}$,直线 PB:$y=\frac{x_2}{2}x-\frac{x_2^2}{4}$,

从而得到 $P\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{x_1x_2}{4}\right)$. ……………………………………（5）分

设直线 AB:$y=kx+b$,联立抛物线方程,消去 y 并整理,得 $x^2-4kx-4b=0$,

则 $\Delta=16k^2+16b>0$,即 $k^2+b>0$,且 $x_1+x_2=4k$,$x_1x_2=-4b$,故 $P(2k,-b)$.

因为 $|AB|=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\sqrt{1+k^2}\cdot\sqrt{16k^2+16b}$, ……（7）分

点 P 到直线 AB 的距离 $d=\frac{|2k^2+2b|}{\sqrt{k^2+1}}$,所以 $S_{\triangle PAB}=\frac{1}{2}|AB|d=4(k^2+b)^{\frac{3}{2}}$,①………………（9）分

又点 $P(2k,-b)$ 在圆 $M:x^2+(y+3)^2=1$ 上,

故 $k^2=\frac{1-(b-3)^2}{4}$,代入①得,$S_{\triangle PAB}=4\left(\frac{-b^2+10b-8}{4}\right)^{\frac{3}{2}}$, ………………（11）分

而 $y_P=-b\in[-4,-2]$，故当 $b=4$ 时，$(S_{\triangle PAB})_{max}=32$，………………（12）分

21. 解析：（1）$f'(x)=-ax+a+e^x+(x-2)e^x=(x-1)(e^x-a)$ ……………………………（1）分

因为 $a>0$，由 $f'(x)=0$，得 $x_1=1$ 或 $x_2=\ln a$．……………………………………………………………（2）分

（i）当 $0<a<e$ 时，$1>\ln a$，在 $(-\infty,\ln a)$ 和 $(1,+\infty)$ 上，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增；

在 $(\ln a,1)$ 上，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减，…………………………………………………………（3）分

（ii）当 $a=e$ 时，$1=\ln a$，在 $(-\infty,+\infty)$ 上，$f'(x)\geqslant 0$，$f(x)$ 单调递增，…………（4）分

（iii）当 $a>e$ 时，$\ln a>1$，在 $(-\infty,1)$ 和 $(\ln a,+\infty)$ 上，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增；在 $(1,\ln a)$ 上，$f'(x)<0$，

$f(x)$ 单调递减，………………………………………………………………（5）分

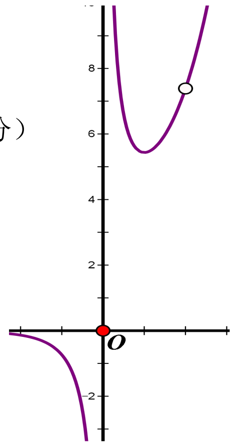
（2）$f(x)=-\frac{1}{2}ax^2+ax+(x-2)e^x-\frac{1}{2}ax=(x-2)(-\frac{1}{2}ax+e^x)$ 所以 $f(x)$ 有一个零点 $x=2$．……………………（6）分

要使得 $f(x)$ 有 3 个零点，即方程 $-\frac{1}{2}ax+e^x=0\ (x\neq 2)$ 有 2 个实数根，又方程

$-\frac{1}{2}ax+e^x=0\ \ (x\neq 2)\Leftrightarrow a=\frac{2e^x}{x}(x\neq 2,0)$，令 $h(x)=\frac{2e^x}{x}\ \ (x\neq 2,0)$，……（7 分）

即函数 $y=a$ 与 $y=h(x)$ 图像有两个交点，令 $h'(x)=\frac{2xe^x-2e^x}{x^2}=\frac{2e^x(x-1)}{x^2}=0$，

得 $x=1$ ……………………………………………………………（8）分



$h(x)$ 的单调性如表：

x	$(-\infty,0)$	$(0,1)$	1	$(1,2)$	$(2,+\infty)$
$h'(x)$	$-$	$-$	0	$+$	$+$
$h(x)$	↘	↘	极小值	↗	↗

…………………………………………………………………………………………………（9）分

当 $x<0$ 时，$h(x)<0$，又 $h(2)=e^2$，$h(x)$ 的大致图像如图，………………（11）分

所以，要使得 $f(x)$ 有 3 个零点，则实数 a 的取值范围为 $(2e,e^2)\cup(e^2,+\infty)$ …………………（12）分

22．解：（1）曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases}x=\sqrt{10}\cos\theta,\\ y=\sqrt{6}\sin\theta\end{cases}$（$\theta$ 为参数），…………（3）分

曲线 C_2 的普通方程为 $\sqrt{3}x+y+8=0$．…………………………………………（5）分

（2）设 $P(\sqrt{10}\cos\theta,\sqrt{6}\sin\theta)$，…………………………………………………（6）分

点 P 到直线 C_2 的距离为 d，则 $|PQ|$ 的最小值即为 d 的最小值，

因为 $d=\dfrac{|\sqrt{30}\cos\theta+\sqrt{6}\sin\theta+8|}{2}=\dfrac{|6\sin(\theta+\varphi)+8|}{2}$， 其中 $\tan\varphi=\sqrt{5}$，…（9）分

当 $\sin(\theta+\varphi)=-1$ 时，d 的最小值为 1，此时 $|PQ|_{\min}=1$. ……………………（10）分

23. 解：(1)$f(x)=|x+2|+|x-7|\le 10$

等价于$\begin{cases}x\leqslant-2\\-(x+2)-(x-7)\leqslant10\end{cases}$或$\begin{cases}-2<x<7\\(x+2)-(x-7)\leqslant10\end{cases}$或$\begin{cases}x\geqslant7\\(x+2)+(x-7)\leqslant10\end{cases}$,

$\therefore -2.5\le x\le -2$ 或 $-2.5<x<7$ 或 $7\le x\le 7.5$，$\therefore -2.5\le x\le 7.5$，………………（4）分

∴不等式的解集为$\{x|-2.5\le x\le 7.5\}$. . ……………………………………………（5）分

(2) $\because f(x)=|x+2|+|x-7|\ge|(x+2)-(x-7)|=9$，……………………………………(6)分

$\therefore f(x)_{min}=m=9$，$\therefore a+b+c=9$.

$\because a^2+b^2\geqslant 2ab$，$a^2+c^2\geqslant 2ac$，$c^2+b^2\geqslant 2cb$，

$\therefore 2(a^2+b^2+c^2)\geqslant 2(ab+ac+bc)$，

$\therefore 3(a^2+b^2+c^2)\geqslant a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac=(a+b+c)^2$，…………………（8）分

$\therefore a^2+b^2+c^2\geqslant 27$，当且仅当 $a=b=c=3$ 时等号成立，……………………………（9）分

$\therefore a^2+b^2+c^2\ge 27$. ………………………………………………………（10 分）

法二：(2) $\because f(x)=|x+2|+|x-7|\ge|(x+2)-(x-7)|=9$，

$\therefore f(x)_{min}=m=9$，$\therefore a+b+c=9$. ………………………………………………………(6)分

由柯西不等式得：

$(a^2+b^2+c^2)(1^2+1^2+1^2)\ge(a+b+c)^2=81$

$a^2+b^2+c^2\ge 27$

当且仅当 $a=b=c=3$ 时，等号成立， ……………………………(8)分

$\therefore a^2+b^2+c^2\ge 27$. ………………………………………………………(10)分