

昆明市 2022~2023 学年高一期末质量检测

数学参考答案及评分标准

一、单选题；二、多选题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	A	D	C	C	A	B	B	BD	ABC	AD	ABD

三、填空题

13. $\frac{2\pi}{3}$ 14. 2 (写出[1,3]中的任意一个实数即可) 15. 220 16. $\frac{4}{5}$

17. 解: (1) $f(x) = \sqrt{3}\sin 2x - \cos 2x = 2(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x - \frac{1}{2}\cos 2x) = 2\sin(2x - \frac{\pi}{6})$,

故最小正周期为 $T = \pi$5 分

(2) 因为 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, 则 $-\frac{\pi}{6} \leq 2x - \frac{\pi}{6} \leq \frac{5\pi}{6}$,

所以当 $x=0$ 时, $f(x)_{\min} = f(0) = -1$;

当 $x = \frac{\pi}{3}$ 时, $f(x)_{\max} = f(\frac{\pi}{3}) = 2$10 分

18. 解: (1) 依题意, 样本空间为 $\Omega = \{\text{物化生, 物化地, 物化政, 物生地, 物生政, 物地政, 史化生, 史化地, 史化政, 史生地, 史生政, 史地政}\}$, $n(\Omega) = 12$,

记事件 $A = \{\text{所选组合符合该大学某专业报考条件}\}$, 则 $A = \{\text{物化生, 物化地, 物化政, 物生地, 物生政}\}$, $n(A) = 5$, 所以 $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{12}$6 分

(2) 记事件 $M_1 = \{\text{甲符合该大学某专业报考条件}\}$, 事件 $M_2 = \{\text{乙符合该大学某专业报考条件}\}$, 事件 $M = \{\text{甲、乙两人中至少有一人符合该大学某专业报考条件}\}$,

由 (1) 可知, $P(M_1) = P(M_2) = \frac{5}{12}$,

$P(M) = 1 - P(\overline{M_1} \overline{M_2}) = 1 - P(\overline{M_1})P(\overline{M_2}) = 1 - \frac{7}{12} \times \frac{7}{12} = \frac{95}{144}$12 分

19. 解: (1) 在 $\triangle ABD$ 中, 由余弦定理可得 $AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \cdot BD \cos B$,

$$\text{即 } AD^2 = 3^2 + (\sqrt{7})^2 - 2 \times 3 \times \sqrt{7} \times \frac{2\sqrt{7}}{7}, \text{ 解得 } AD = 2,$$

$$\text{因为 } \cos B = \frac{2\sqrt{7}}{7}, \text{ 所以 } \sin B = \frac{\sqrt{21}}{7},$$

$$\text{由正弦定理得 } \frac{AD}{\sin B} = \frac{BD}{\sin \angle BAD}, \text{ 即 } \frac{2}{\frac{\sqrt{21}}{7}} = \frac{\sqrt{7}}{\sin \angle BAD}, \text{ 所以 } \sin \angle BAD = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\text{因为 } AD \text{ 平分 } \angle BAC, \text{ 所以 } \angle BAD = \frac{\pi}{3}, \angle BAC = \frac{2\pi}{3}. \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$(2) \text{ 因为 } S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ADC},$$

$$\text{所以 } \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin \frac{2\pi}{3} = \frac{1}{2} AB \cdot AD \sin \frac{\pi}{3} + \frac{1}{2} AD \cdot AC \sin \frac{\pi}{3},$$

$$\text{即 } AB \cdot AC = AB \cdot AD + AD \cdot AC, \text{ 所以 } 3AC = 6 + 2AC, \text{ 解得 } AC = 6,$$

$$\text{则 } S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} AD \cdot AC \sin \frac{\pi}{3} = 3\sqrt{3}. \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

20. 证明: (1) 连接 MN , 则 $MN \parallel B_1B$, 又 $A_1A \parallel B_1B$,

所以 $A_1A \parallel MN$, 所以四边形 A_1AMN 为平行四边形,

所以 $A_1N \parallel AM$, 又因为 $A_1N \subset$ 平面 A_1CN , $AM \not\subset$ 平面 A_1CN ,

所以 $AM \parallel$ 平面 A_1CN . $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

(2) 解: 取 AB 的中点 O , 连接 A_1O , 因为 $A_1A = A_1B$,

所以 $A_1O \perp AB$. 由平面 $ABC \perp$ 平面 AA_1B_1B ,

平面 $ABC \cap$ 平面 $AA_1B_1B = AB$,

$A_1O \subset$ 平面 AA_1B_1B , 所以 $A_1O \perp$ 平面 ABC .

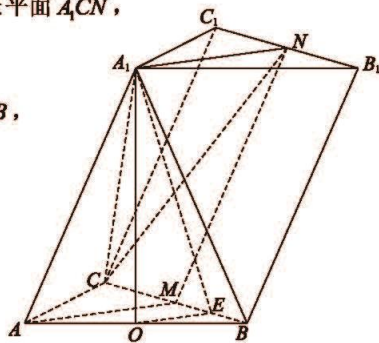
因为 $BC \subset$ 平面 ABC , 所以 $A_1O \perp BC$.

连接 OE , 因为 $B_1C_1 \parallel BC$, $A_1E \perp B_1C_1$, 所以 $A_1E \perp BC$.

又 $A_1O \cap A_1E = A_1$, 所以 $BC \perp$ 平面 A_1OE . 因为 $OE \subset$ 平面 A_1OE , 所以 $BC \perp OE$.

又因为 $AB = AC$, 所以 $AM \perp BC$, 所以 $OE \parallel AM$, 所以 E 为 MB 的中点, 即 $\overline{CE} = 3\overline{EB}$,

所以 $\lambda = 3$. $\dots\dots\dots 12 \text{ 分}$



21. 解: (1) $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数,3 分

证明: $\forall x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, 且 $x_1 < x_2$,

$$\text{有 } f(x_1) - f(x_2) = ae^{x_1} + x_1 - ae^{x_2} - x_2 = a(e^{x_1} - e^{x_2}) + (x_1 - x_2),$$

因为 $y = e^x$ 是增函数, 所以 $e^{x_1} < e^{x_2}$, 即 $e^{x_1} - e^{x_2} < 0$,

又因为 $a > 0$, $x_1 - x_2 < 0$, 所以 $f(x_1) - f(x_2) < 0$, 故 $f(x_1) < f(x_2)$,

所以 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数.6 分

(2) 不等式 $f(x) \geq \sqrt{e} + \ln \frac{\sqrt{e}}{a}$ 恒成立, 即 $ae^x + x \geq \sqrt{e} + \ln \frac{\sqrt{e}}{a}$ 恒成立,

即 $ae^x + x \geq ae^{\ln \frac{\sqrt{e}}{a}} + \ln \frac{\sqrt{e}}{a}$ 恒成立, 等价于 $f(x) \geq f(\ln \frac{\sqrt{e}}{a})$ 恒成立,

由 (1) 知 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是增函数,

所以 $x \geq \ln \frac{\sqrt{e}}{a}$ 恒成立, 因为 $x \geq 0$, 所以 $\ln \frac{\sqrt{e}}{a} \leq 0$,

所以 $a \geq \sqrt{e}$, 故 a 的取值范围为 $[\sqrt{e}, +\infty)$12 分

22. 解: (1) 如图, 连接 O_1H , 圆 O_1 的半径为 3,

因为 $\angle OO_1H = \theta$, 所以 $x = l_{\overline{OH}} = 3\theta$, 即 $x = 3\theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$).6 分

(2) 连接 OB , 作 $PP_1 \perp OB$ 于 P_1 , $HH_1 \perp OA$ 于 H_1 , 连接 P_1H_1 ,

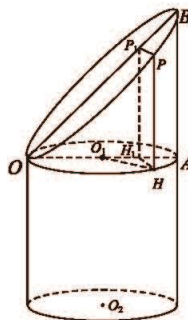
则 $PH \parallel P_1H_1$ 且 $PH = P_1H_1$.

在圆 O_1 中, $\angle OO_1H = \theta$, 可得 $OH_1 = 3 - 3\cos\theta$,

因为 $\triangle OAB$ 是等腰直角三角形, 所以 $OH_1 = P_1H_1 = PH$,

所以 $y = PH = 3 - 3\cos\theta$,

即 $y = 3 - 3\cos \frac{x}{3}$ ($0 \leq x < 6\pi$).12 分



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线