

2023 年江西省高三文科数学质量监测卷参考答案

一、选择题

1. 【答案】A

【解析】由题意, 得 $A = \{x|x < -1, \text{ 或 } x > 3\}$, $B = \{x|x < -3\}$, 所以 $A \cap B = \{x|x < -3\}$.

2. 【答案】A

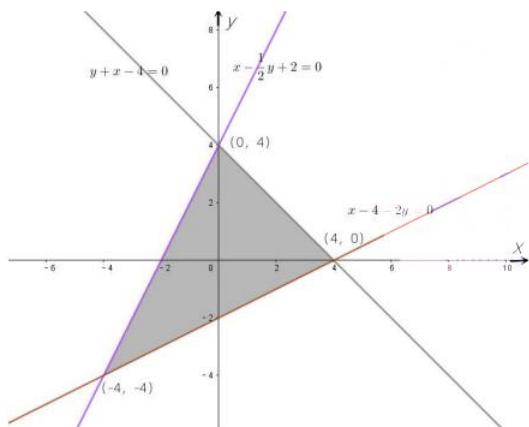
【解析】设 $z = a + bi$, 由 $(2+i)z = 4+i$ 计算可得, $2a - b = 4$, $a + 2b = 1$, 得 $z = \frac{9}{5} - \frac{2}{5}i$

则 z 的共轭复数的虚部为 $-\frac{2}{5}$.

3. 【答案】C

【解析】在平面直角坐标系内画出题中的不等式组表示的平面区域是以 $(-4, -4)$, $(0, 4)$, $(4, 0)$ 为顶点的三角形区域(包含边界), 由图易得当直线 $z = 3x + y$ 经过平面区域内

的点 $(4, 0)$ 时, $z = 3x + y$ 取得最大值 $Z_{max} = 3 \times 4 + 0 = 12$.



4. 【答案】C

【解析】由 $\log_5 a > \log_5 b$ 可知 $a > b > 0$, 所以 A 错误; $a - b > 0$, 但无法判定 $a - b$ 与 1 的大小, 所以 B 错误; 当 $c \leq 0$ 时, D 错误; $5^{a-b} > 1$ 可以转变为 $5^{a-b} > 5^0$, 由 $a - b > 0$, C 正确.

5. 【答案】A

【解析】由 $|2x-1| \leq x$ 得 $\begin{cases} 2x-1 \geq 0, \\ 2x-1 \leq x, \end{cases}$ 或 $\begin{cases} 2x-1 < 0, \\ -2x+1 \leq x, \end{cases}$ 解得 $\frac{1}{3} \leq x \leq 1$. 由 $x^2 + x - 2 \leq 0$ 解得

$-2 \leq x \leq 1$, 所以 “ $|2x-1| \leq x$ ” 是 “ $x^2 + x - 2 \leq 0$ ” 的充分不必要条件.

6. 【答案】D

【解析】由已知可得当 $n \geq 2$ 时， $a_{n+1} = 4S_n + 1$ ， $a_n = 4S_{n-1} + 1$ ，所以 $a_{n+1} - a_n = 4a_n$ ，即 $a_{n+1} = 5a_n$ ，

且当 $n=1$ 时， $a_2 = 4S_1 + 1 = 4a_1 + 1 = 5$ ，所以 $a_2 = 5a_1$ 也满足上式，所以 $a_n = 1 \times 5^{n-1} = 5^{n-1}$ ，所以

$$a_{2023} = 5^{2023-1} = 5^{2022}.$$


7. 【答案】C

【解析】取 $x = -1$ ，得 $f(-1-4) = -f(-1) = -f(1) = -(2-1) = -1$ ，所以 $f(5) = f(-5) = -1$ ，

故 A 正确；因为 $f(x-4) = -f(x)$ ，则 $f(x+4) = -f(x)$ ，即 $f(x+4) = f(x-4)$ ，又由 $f(x)$ 为偶函数 $f(x-4) = f(4-x)$ ，即 $f(x+4) = f(4-x)$ ，所以函数 $f(x)$ 关于直线 $x=4$ 对称，

故 B 正确；令 $g(x) = f(x+2)$ ，

则 $g(-x) = f(-x+2) = f(x-2) = f(x+2-4) = -f(x+2) = -g(x)$ ，

所以 $g(x)$ 为奇函数，即函数 $f(x+2)$ 是奇函数，故 C 错误；

画出函数图象可知，方程所有根的和为 0，故 D 正确。

8. 【答案】A

【解析】 $y = \cos x \cdot \cos(x + \frac{\pi}{6}) = \cos x \cdot (\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos^2 x - \frac{1}{2} \cos x \sin x$



$$= \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{2} \cos(2x + \frac{\pi}{6})$$

将 $y = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{2} \cos(2x + \frac{\pi}{6})$ 的图象沿 x 轴向左平移 $a (a > 0)$ 个单位长

度，得 $y = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{2} \cos(2x + 2a + \frac{\pi}{6})$ 关于 y 轴对称，所以 $2a + \frac{\pi}{6} = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ 即

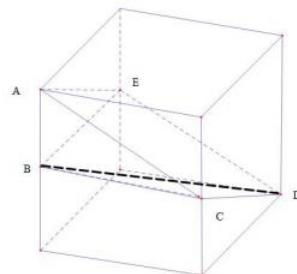
$$a = -\frac{\pi}{12} + \frac{1}{2}k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

所以当 $k=1$ 时， a 取最小值 $\frac{5\pi}{12}$ 。

9. 【答案】B

【解析】如图所示，该几何体 $B-ACDE$ 为正方体的一部分，其中 $ACDE$ 四点共面，

所以 $V = \frac{1}{3} \times 1 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 2 = \frac{4}{3}$ ，故选 B.



10. 【答案】D

【解析】根据蒙日圆定义，圆 O 方程为 $x^2 + y^2 = a^2 + b^2 = 9$ ，

直线 l 与圆 O 交于 AB 两点，联立 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ x + 2y - 3 = 0, \end{cases}$ 得 $A(-\frac{9}{5}, \frac{12}{5})$, $B(3, 0)$,

当点 P 与点 A , B 重合时， $\angle MPN$ 为直角，

$$k_{OA} = -\frac{\frac{12}{5}}{\frac{9}{5}} = -\frac{4}{3}, k_{OB} = 0.$$

11. 【答案】A

【解析】因为三棱锥的对棱相等，所以可以把它看成长方体的面对角线组成的图形，也外接于球，且长方体的面对角线长为 $2\sqrt{13}, \sqrt{41}, \sqrt{61}$ ，体对角线即为三棱锥外接球的直径，

$$d = \sqrt{\frac{1}{2}(52+61+41)} = \sqrt{77} \text{, 它外接球半径等于 } \frac{\sqrt{77}}{2},$$

所以球的表面积为 $4\pi R^2 = 77\pi$ ，

12. 【答案】C

【解析】因为 $f'(x)\cos x > f(x)\sin(-x)$ ，化简得 $f'(x)\cos x + f(x)\sin x > 0$ ，

$$\text{构造函数 } F(x) = \frac{f(x)}{\cos x}, \quad F'(x) = \frac{f'(x)\cos x + f(x)\sin x}{\cos^2 x},$$

即当 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 时， $F'(x) > 0$ ， $F(x)$ 单调递增，

$$\text{所以由 } f(x) - \frac{f(\frac{\pi}{2}-x)}{\tan x} > 0 \Rightarrow f(x) > \frac{f(\frac{\pi}{2}-x)}{\tan x} \Rightarrow \frac{f(x)}{\cos x} > \frac{f(\frac{\pi}{2}-x)}{\sin x} \Rightarrow \frac{f(x)}{\cos(x)} > \frac{f(\frac{\pi}{2}-x)}{\cos(\frac{\pi}{2}-x)},$$

即 $F(x) > F(\frac{\pi}{2}-x)$. 因为 $F(x)$ 为偶函数且在 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递增，

$$\text{所以} \begin{cases} -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}, \text{ 且 } x \neq 0, \\ -\frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{2} - x < \frac{\pi}{2}, \\ |x| > \left| \frac{\pi}{2} - x \right|, \end{cases} \quad \text{解得 } x \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right).$$



二. 填空题

13. 【答案】244

【解析】800人一共分成50组，每组16人，所以组距为16，系统抽样可以看成是一个组距为16的等差数列，由第三组 $a_3=36$ 可得 $a_{16}=244$.

14. 【答案】 $m=-1$

【解析】由题意可得 $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}} = \sqrt{7}$ ，则 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ ，所以

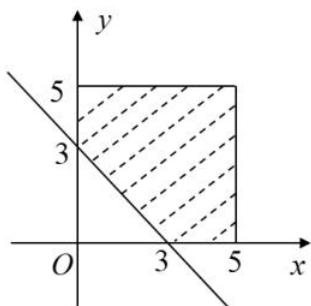
$$|\vec{a} + m\vec{b}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + m^2|\vec{b}|^2 + 2m\vec{a} \cdot \vec{b}} = \sqrt{m^2 + 2m + 4} = \sqrt{(m+1)^2 + 3} \text{，所以 } m = -1.$$

15. 【答案】 $\frac{41}{50}$

【解析】设小张每天等待的时长都在0-5分钟之内，连续两天等待的时长分别为 x, y ，

则 $\begin{cases} 0 \leq x \leq 5, \\ 0 \leq y \leq 5, \end{cases}$ 作出不等式组所表示的可行域，如图所示，根据题意可知

$$x+y>3, P = \frac{S_{\text{阴影}}}{S_{\text{正方形}}} = \frac{5 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3}{25} = \frac{41}{50}.$$



16. 【答案】(1, 0) 4 (第一空2分，第二空3分)

【解析】因为点E在抛物线上，所以 $16=8p$ ，所以 $p=2$ ，所以 $F(1,0)$ ，所以抛物线方程为 $y^2=4x$.

设 $A(\frac{y_1}{4}, y_1)$, $B(\frac{y_2}{4}, y_2)$,

所以 $\begin{cases} y^2 = 4x, \\ x = \sqrt{3}y + n, \end{cases}$ 所以 $y^2 - 4\sqrt{3}y - 4n = 0$. 由题意可知 $\Delta > 0$, 即 $n > -3$,

所以 $y_1 + y_2 = 4\sqrt{3}$, $y_1 y_2 = -4n$,

$$|\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{DB}| = \left| \left(n - \frac{y_1^2}{4} \right) \left(\frac{y_2^2}{4} - n \right) - y_1 y_2 \right| = \left| \frac{n}{4} \left[(y_1 + y_2)^2 - 2y_1 y_2 \right] - \frac{y_1^2 y_2^2}{16} - n^2 - y_1 y_2 \right| = |16n| = 64, \text{ 所以 } n = \pm 4. \text{ 因为 } n > -3, \text{ 所以 } n = 4.$$

三、解答题

17. 解: (1) 由折线图中的数据和附注中的参考数据, 可得 $\bar{t} = 4, \sum_{i=1}^7 (t_i - \bar{t})^2 = 28$, ... 2分

$$\sum_{i=1}^7 y_i = 9.73, \sum_{i=1}^7 t_i y_i = 41.72, \sqrt{\sum_{i=1}^7 (y_i - \bar{y})^2} \approx 0.55,$$

$$\sum_{i=1}^7 (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^7 t_i y_i - 7\bar{t}\bar{y} = 41.72 - 4 \times 9.73 = 2.8, \dots \quad 4 \text{ 分}$$

所以 $r \approx \frac{2.8}{0.55 \times 2 \times 2.646} \approx 0.96$. 因为 r 近似为 0.96, 所以 y 与 t 的线性相关程度较高. ... 6分

(2) 由 (1) 知, y 与 t 的相关系数近似为 0.96, 说明 y 与 t 的线性相关程度较高, 从而可以用线性回归模型拟合 y 与 t 的关系.

$$\text{由 } \bar{y} = \frac{9.73}{7} = 1.39 \text{ 及 (1) 得 } b = \frac{\sum_{i=1}^7 (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^7 (t_i - \bar{t})^2} = \frac{2.8}{28} = 0.10, \dots \quad 8 \text{ 分}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{t} = 1.39 - 0.10 \times 4 = 0.99,$$

所以 y 关于 t 的回归方程为 $y = 0.10t + 0.99$ 9分

因为 $y > 2$, 所以 $0.10t + 0.99 > 2$, $t > 10.1$, ... 11分

所以到2026年该市农村居民人均可支配收入超过2万元 ... 12分

18. 解: (1) 若 $B=C$, 则 $2B=\pi-A$ 1分

因为 $\cos(B-C)\cos A + \cos 2A = 1 + \cos(B+C)\cos A$,

所以 $\cos A + \cos 2A = 1 + \cos(\pi-A)\cos A$, ... 3分

整理得 $3\cos^2 A + \cos A - 2 = 0, A \in (0, \pi)$ 4分

解得 $\cos A = -1$ (舍), $\cos A = \frac{2}{3}$ 6分

(2) 因为 $\cos(B-C)\cos A + \cos 2A = 1 + \cos(B+C)\cos A$,

所以 $[\cos(B-C) - \cos(B+C)]\cos A = 1 - \cos 2A$, ... 7分

整理得 $2\sin B \sin C \cos A = 2\sin^2 A$, 9分

由正弦定理得 $2bc \cos A = 2a^2$, 10分

由余弦定理得 $b^2 + c^2 - a^2 = 2a^2$, 11分

所以 $\frac{b^2 + c^2}{a^2} = 3$ 12分

19. 解: (1) 因为 $ABCD$ 为菱形,

所以 $AC \perp BD$. 又因为 $AC \perp PB$, $PB \cap BD = B$,

所以 $AC \perp$ 平面 PBD 3分

因为 $PD \subset$ 平面 PBD , 所以 $PD \perp AC$.

又由已知 $PD \perp DC$, $AC \cap DC = C$, 所以 $PD \perp$ 平面 $ABCD$ 6分

(2) 因为 M 为 PD 的中点, 所以点 P 到平面 MCB 的距离等于点 D 到平面 MCB 的距离. 7分

由(1)知, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, 所以 $S_{\triangle PBD} = \frac{1}{2} \cdot BD \cdot PD = 2\sqrt{6}$.

又因为 $\angle BAD = 60^\circ$, 所以 $BD = 2$, 所以 $PD = 2\sqrt{6}$ 9分

设点 D 到平面 BCM 的距离为 d , 所以 $V_{M-BCD} = V_{D-BCM}$.

因为 $S_{\triangle BCD} = \sqrt{3}$, 所以 $V_{M-BCD} = \frac{1}{3} S_{\triangle BCD} \cdot MD = \sqrt{2}$ 10分

因为 $S_{\triangle BCM} = 3$, 所以 $V_{D-BCM} = \frac{1}{3} S_{\triangle BCM} \cdot d = \sqrt{2}$,

所以 $d = \sqrt{2}$ 12分

20. 解: (1) 设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 则 $M(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$,

由题意得 $\begin{cases} \frac{x_1^2}{a^2} - \frac{y_1^2}{b^2} = 1, \\ \frac{x_2^2}{a^2} - \frac{y_2^2}{b^2} = 1, \end{cases}$ 所以 $\frac{x_1^2 - x_2^2}{a^2} - \frac{y_1^2 - y_2^2}{b^2} = 0$ 2分

所以 $k_{AB} \cdot k_{OM} = \frac{b^2}{a^2}$, 即 $\frac{b^2}{a^2} = \frac{3}{4}$, 3分

解得 $e = \frac{\sqrt{7}}{2}$ 5分

(2) 因为双曲线的右顶点 $N(2, 0)$, 所以双曲线 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$ 6分

因为 $k_{AB} \cdot k_{OM} = \frac{3}{4}$, 所以直线 l 的斜率一定存在.

设直线 l 的方程为 $y = kx + m$,

所以 $\begin{cases} y = kx + m, \\ \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1, \end{cases}$ 所以 $(3 - 4k^2)x^2 - 8kmx - 4m^2 - 12 = 0$ ($3 - 4k^2 \neq 0$),

所以 $\Delta = 64k^2m^2 - 4(3-4k^2)(-4m^2-12) > 0$, 即 $m^2 - 4k^2 + 3 > 0$,

所以 $x_1 + x_2 = \frac{8km}{3-4k^2}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{-4m^2-12}{3-4k^2}$ 7分

因为以AB为直径的圆经过点N,

所以 $NA \perp NB$, 所以 $\overrightarrow{NA} \cdot \overrightarrow{NB} = 0$ 8分

又因为 $\overrightarrow{NA} = (x_1 - 2, y_1)$, $\overrightarrow{NB} = (x_2 - 2, y_2)$,

所以 $\overrightarrow{NA} \cdot \overrightarrow{NB} = (x_1 - 2)(x_2 - 2) + y_1 y_2 = x_1 x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4 + y_1 y_2 = 0$.

又因为 $y_1 y_2 = (kx_1 + m)(kx_2 + m) = k^2 x_1 x_2 + km(x_1 + x_2) + m^2$,

所以 $\overrightarrow{NA} \cdot \overrightarrow{NB} = (k^2 + 1)x_1 x_2 + (km - 2)(x_1 + x_2) + m^2 + 4 = 0$,

即 $(k^2 + 1) \times \frac{-4m^2 - 12}{3 - 4k^2} + (km - 2) \times \frac{8km}{3 - 4k^2} + m^2 + 4 = 0$,

化简得 $m^2 + 16km + 28k^2 = 0$, 即 $(m + 14k)(m + 2k) = 0$,

解得 $m = -14k$ 或 $m = -2k$, 且均满足 $m^2 - 4k^2 + 3 > 0$, 10分

当 $m = -2k$ 时, $y = kx - 2k = k(x - 2)$. 因为直线l不过定点N(2,0), 故舍去;

当 $m = -14k$ 时, $y = kx - 14k = k(x - 14)$, 所以直线l恒过定点E(14, 0).

综上所述, 直线l恒过定点E(14, 0). 12分

21. 解:(1)若 $m = 0$ 时, $f(x) = -x - 1$, $f(x)$ 在区间[1, 2]上单调递减,

所以 $f(x)_{\max} = -2$ 1分

若 $m > 0$, 则对称轴 $x = \frac{1-m}{m}$,

当 $\frac{1-m}{m} \leq \frac{3}{2}$, 即 $m \geq \frac{2}{5}$ 时, 1离对称轴近, 2离对称轴远,

所以 $f(x)_{\max} = f(2) = 4m - 3$ 3分

当 $\frac{1-m}{m} > \frac{3}{2}$, 即 $0 < m < \frac{2}{5}$ 时, 1 离对称轴远, 2 离对称轴近,

$$f(x)_{\max} = f(1) = \frac{3}{2}m - 2. \dots \quad \text{4分}$$

若 $m < 0$, 对称轴 $x = \frac{1-m}{m} < 0$, $f(x)$ 在区间 $[1, 2]$ 上单调递减,

$$f(x)_{\max} = f(1) = \frac{3}{2}m - 2. \dots \quad \text{5分}$$

综上, $f(x)_{\max} = \begin{cases} 4m - 3, & m \geq \frac{2}{5}, \\ \frac{3}{2}m - 2, & m < \frac{2}{5}. \end{cases} \dots \quad \text{6分}$

(2) 因为 $f(x) \geq \ln x$ 恒成立, 即 $\ln x - \frac{1}{2}mx^2 + (1-m)x + 1 \leq 0$ 恒成立, 令

$$G(x) = \ln x - \frac{1}{2}mx^2 + (1-m)x + 1. \dots \quad \text{7分}$$

$$\text{所以 } G'(x) = \frac{1}{x} - mx + (1-m) = \frac{-mx^2 + (1-m)x + 1}{x} = \frac{(x+1)(1-mx)}{x}.$$

当 $m \leq 0$ 时, 因为 $x > 0$, 所以 $G'(x) > 0$, 所以 $G(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是单调递增函数.

又因为 $G(1) = -\frac{3}{2}m + 2 > 0$, 所以关于 x 的不等式 $G(x) \leq 0$ 不能恒成立. \dots \quad 8 分

当 $m > 0$ 时, $G'(x) = \frac{(x+1)(1-mx)}{x} = \frac{-m\left(x - \frac{1}{m}\right)(x+1)}{x}.$

令 $G'(x) = 0$ 得 $x = \frac{1}{m}$, 所以当 $x \in \left(0, \frac{1}{m}\right)$ 时, $G'(x) > 0$; 当 $x \in \left(\frac{1}{m}, +\infty\right)$ 时, $G'(x) < 0$.

因此函数 $G(x)$ 在 $x \in \left(0, \frac{1}{m}\right)$ 上是增函数, 在 $x \in \left(\frac{1}{m}, +\infty\right)$ 上是减函数.

故函数 $G(x)$ 的最大值为 $G\left(\frac{1}{m}\right) = \frac{1}{2m} - \ln m$. \dots \quad 10 分

$$\text{令 } h(m) = \frac{1}{2m} - \ln m, \text{ 因为 } h(1) = \frac{1}{2} > 0, \quad h(2) = \frac{1}{4} - \ln 2 < 0.$$

又因为 $h(m)$ 在 $m \in (0, +\infty)$ 上是减函数, 所以当 $m \geq 2$ 时, $h(m) < 0$. \dots \quad 11 分

所以整数 m 的最小值为 2. \dots \quad 12 分

选修 4-4: 坐标系与参数方程

22. 解：(1) 由 $\rho \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) + m = 0$, 得 $\sqrt{3}\rho \sin\theta + \rho \cos\theta + 2m = 0$.

由 $\begin{cases} x = \rho \cos\theta, \\ y = \rho \sin\theta, \end{cases}$ 得 $x + \sqrt{3}y + 2m = 0$ 5分.

(2) 因为曲线C的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = 2 \sin t \end{cases}$ (t 为参数),

将其代入直线 $l: x + \sqrt{3}y + 2m = 0$, 得 $\cos t + \sqrt{3} \sin t + m = 0$ 7分

所以 $-m = 2 \sin(t + \frac{\pi}{6})$, 所以 $-2 \leq -m \leq 2$, 即 $-2 \leq m \leq 2$ 10分

选修 4-5：不等式选讲

23. 证明：(1) 由 $3a(b^2 - 1) = b(1 - a^2)$, 得 $3ab^2 + a^2b = b + 3a$, 即 $ab(3b + a) = b + 3a$ 2分

因为 $a > 0$, $b > 0$, 所以 $3b + a = \frac{1}{a} + \frac{3}{b}$ 5分

(2) 由 (1) 得 $3b + a = \frac{1}{a} + \frac{3}{b}$,

所以 $3b + a = \frac{1}{a} + \frac{3}{b} \geq \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{ab}}$, 当且仅当 $b = 3a$ 时, 等号成立. 8分

所以 $a^{\frac{3}{2}}b^{\frac{1}{2}} + 3a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{3}{2}} \geq 2\sqrt{3}$ 10分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线