

2023 年广东省普通高中学业水平合格性考试

数学

(考试回忆版)

(时间: 90 分钟 满分: 150 分)

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 6 分, 共 72 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $M = \{0, 1, 2\}$, $N = \{-1, 0, 1\}$, 则 $M \cup N =$ ()

- A. $\{0, 1\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ C. $\{-1, 0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1\}$

【答案】C

【解析】由题得, 求并集, 得 $M \cup N = \{-1, 0, 1, 2\}$. 故选 C.

2. 下列函数中, 在定义域内上是增函数的是 ()

- A. $f(x) = -x$ B. $f(x) = x^2$ C. $f(x) = 3^x$ D. $f(x) = \frac{1}{x}$

【答案】C

【解析】由题得, 在定义域内是增函数, 选项 A 为一次函数, 为减函数; 选项 B 为二次函数, 开口向下, 在 $x < 0$ 时为增函数, 在 $x > 0$ 时为减函数, 不符合题意; 选项 C 是指数函数, 为增函数, 符合; 选项 D 是反比例函数, 不符合. 故选 C.

3. 已知 $x > 0$, $y > 0$, 且 $xy = 36$, 则 $x + y$ 的最小值是 ()

- A. 10 B. 12 C. 13 D. 15

【答案】B

【解析】由均值定理得, $x + y \geq 2\sqrt{xy} = 2\sqrt{36} = 2 \times 6 = 12$. 故选 B.

4. 不等式 $(x - 5)(x + 2) > 0$ 的解集是 ()

- A. $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 5\}$ B. $\{x | x < -5 \text{ 或 } x > 2\}$
C. $\{x | -2 < x < 5\}$ D. $\{x | -5 < x < 2\}$

【答案】A

【解析】令 $x - 5 = 0$, $\therefore x = 5$. 令 $x + 2 = 0$, $\therefore x = -2$. 大于号取两边, 得 $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 5\}$. 故选 A.

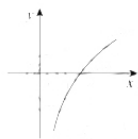
5. 已知向量 $a = (2, 0)$, $b = (-1, 2)$, 则 $a + b =$ ()

- A. $(1, 2)$ B. $(3, -2)$ C. $(2, 1)$ D. $(-3, 2)$

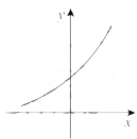
【答案】A

【解析】由题得, $\vec{a} + \vec{b} = (2, 0) + (-1, 2) = (2 + (-1), 0 + 2) = (1, 2)$. 故选 A.

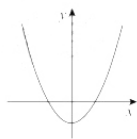
6. 下列是函数中, 是对数函数的是 ()



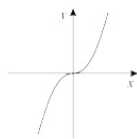
A.



B.



C.



D.

【答案】A

【解析】由题得，对数函数恒过定点 $(1,0)$ ，故选 A.

7. 已知角 α 的顶点与坐标点重合，始边与 x 轴的非负半轴重合，终边经过 $P(1, \sqrt{3})$ ，则 $\tan \alpha$ 的值为 ()
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$

【答案】D

【解析】由题得， $\tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$ ，故选 D.

8. 某人连续投篮两次，则他至少投中一次的对立事件是 ()
- A. 至多中一次 B. 两次都投中 C. 只投中一次 D. 两次都没投中

【答案】D

【解析】至少投中一次，可能是一次或者两次，则他的对立事件是两次都没有投中，故选 D.

9. 要使 $f(x) = \sin\left(x + \frac{1}{6}\right)$ 是正弦函数，则正弦图像 ()
- A. 向左平移 $\frac{1}{6}$ 个单位 B. 向右平移 $\frac{1}{6}$ 个单位
- C. 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位 D. 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位

【答案】A

【解析】由题得，左加右减，正弦函数 $y = \sin x$ 向左平移 $\frac{1}{6}$ 个单位，可得到 $y = \sin\left(x + \frac{1}{6}\right)$ ，故选 A.

10. α, β 已是两个不同平面， $A: \alpha \parallel \beta$ ， $B: \alpha$ 与 β 没有公共点，则 A 是 B 的 ()
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【解析】因为 α, β 是两个不同的平面，所以“ $\alpha \parallel \beta$ ”，可得到 α, β 没有公共点，反之也成立，所以是充要条件，故选 C.

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \lg x, & x > 0 \\ 2^x, & x \leq 0 \end{cases}$ ，若 $a = f\left(\frac{1}{10}\right)$ ，则 $f(a)$ 的值为 ()
- A. -2 B. -1 C. $\frac{1}{10}$ D. $\frac{1}{2}$

【答案】D

【解析】由题得， $f\left(\frac{1}{10}\right) = \lg \frac{1}{10} = \lg 10^{-1} = -1$ ，所以 $a = f\left(\frac{1}{10}\right) = -1$ ，则 $f(a) = f(-1) = 2^{-1} = \frac{1}{2}$ ，故选 D.

12. $a^2 + b^2 = c^2$ ，则 a, b 和 c 三个数称之为勾股数，3,4,12,13 任取两个，能和 5 组成勾股数的概率是 ()
- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

【答案】B

【解析】由题得，3,4,12,13 四个数抽取 2 个数，总的事件有 $C_4^2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ 件，与 5 能组成勾股数的有 (3,4)(12,13)

共 2 组，所以概率为 $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ 。故选 B。

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 6 分，共 36 分。

13. 已知复数 $z = -1 + (m-2)i$ ，要让 z 为实数，则 m 为_____。

【答案】2

【解析】由题得， z 为实数，即虚部为零，得 $m-2=0$ ， $\therefore m=2$ 。

14. $f(x) = \cos 2x$ 的最小正周期为_____。

【答案】 π

【解析】由题得，函数最小正周期为 $T = \frac{2\pi}{|\omega|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ 。

15. 棱长为 2 的正方体的内切球的直径为_____。

【答案】2

【解析】正方体内切球的直径等于其棱长，所以棱长为 2 的正方体的内切球的直径为 2。

16. 已知向量 \mathbf{a} 和 \mathbf{b} 的夹角为 90° ， $|\mathbf{a}| = 2$ ， $|\mathbf{b}| = \sqrt{3}$ ，则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} =$ _____。

【答案】0

【解析】由题得， $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 90^\circ = 2 \times \sqrt{3} \times 0 = 0$ 。

17. 已知某校高一、高二、高三的人数分别为 400、450、500，选派该校学生参加志愿者活动，采用分层抽样的方法选取 27 人，则高二抽取的人数为_____。

【答案】9

【解析】设高二抽取人数为 x ，得 $\frac{450}{400+450+500} = \frac{x}{27}$ ，解得 $x=9$ 。

18. 函数 $f(x)$ 是偶函数， $x \geq 0$ 时， $f(x) = x(1+x)$ ，则 $f(-1) =$ _____。

【答案】2

【解析】由题得， $x \geq 0$ ， $f(1) = 1 \times (1+1) = 2$ ，因为该函数是偶函数，所以 $f(-1) = f(1) = 2$ 。

三、解答题：本大题共 4 个大题，第 19~21 题各 10 分，第 22 题 12 分，共 42 分。解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤。

19. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ， $b=2$ ， $c = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ ， $B=60^\circ$ 。

(1) 求 C ；

(2) 求 a 。

【解析】解：

(1) 由题得，由正弦定理得， $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ ，代入得， $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{\sin C}$ ，解得 $\sin C = \frac{1}{2}$ ，因为 $0 < C < \pi$ ，所以 $C = 30^\circ$ ；

(2) 由余弦定理 $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$ 得, $\frac{1}{2} = \frac{a^2 + \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 - 2^2}{2a \times \frac{2\sqrt{3}}{3}}$, 解得 $a = \frac{4\sqrt{3}}{3}$.

20. 甲和乙射箭, 两人比赛的分数结果如下:

甲	8	6	8	6	5	9
乙	6	7	7	8	10	4

求甲和乙分数的平均数和方差, 说明甲和乙发挥的情况.

【解析】 $\bar{x}_甲 = \frac{8+6+8+6+5+9}{6} = \frac{42}{6} = 7$, $\bar{x}_乙 = \frac{6+7+7+8+10+4}{6} = \frac{42}{6} = 7$,

$S_甲^2 = \frac{1}{6}[(8-7)^2 + (6-7)^2 + (8-7)^2 + (6-7)^2 + (5-7)^2 + (9-7)^2] = \frac{1}{6}(1+1+1+1+4+4) = \frac{12}{6} = 2$,

$S_乙^2 = \frac{1}{6}[(6-7)^2 + (7-7)^2 + (7-7)^2 + (8-7)^2 + (10-7)^2 + (4-7)^2] = \frac{1}{6}(1+0+0+1+9+9) = \frac{20}{6} = \frac{10}{3} > 2 < \frac{10}{3}$, $\therefore S_甲^2 < S_乙^2$,

所以甲发挥的更稳定.

21. 某个企业十年内投资一个项目, 2022 年投资 200 万, 之后每一年的投资数额比前一年增长 10%.

- (1) 求该企业 2024 年在该项目的投资金额;
- (2) 该企业在哪一年的投资金额将达到 400 万元?

【解析】解:

- (1) 设 n 为 2022 年后的第 n 年 ($n \geq 1$),

x_n 为 2022 年后第 n 年的投资额,

之后年的投资额比前一年增加 10%,

$x_n = 200(1+10\%)^n$,

当 $n=2$, $x_2 = 200(1+10\%)^2 = 242$ 万,

所以该企业在 2024 年在该项目的投资金额是 242 万元;

- (2) 当 $x_n = 400$ 时, $200(1+10\%)^n = 400$,

$1.1^n = 2, \therefore \log_{1.1} 1.1^n = \log_{1.1} 2$, 解得 $n = 7.4$,

所以 $2022 + 7.4 = 2029.4$,

所以在 2030 年的投资金额将达到 400 万.

22. 如图, 圆的直径为 4, 直线 PA 垂直圆所在的平面, C 是圆上的任意一点.

- (1) 证明 $BC \perp$ 面 PAC ;
- (2) 若 $PA = 2\sqrt{2}$, $AC = 2$, 求 PB 与面 PAC 的夹角.

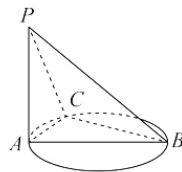
【解析】解:

- (1) 因为 AB 是圆的直径, C 是圆上一点, 所以 $AC \perp BC$,

因为 $PA \perp$ 面 ABC , 且 $BC \subset$ 面 ABC , 所以 $PA \perp BC$,

由 $BC \perp AC$, $BC \perp PA$, $AC \cap PA = A$, $AC \subset$ 面 PAC , $PA \subset$ 面 PAC ,

所以 $BC \perp$ 面 PAC ;



(2) 因为 $BC \perp$ 面 PAC ，则 PB 与面 PAC 的夹角为 $\angle BPC$ ，

在 $Rt\triangle PAC$ 中， $PA=2\sqrt{2}$ ， $AC=2$ ，

则 $PC = \sqrt{PA^2 + AC^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ，

在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AB=4$ ， $AC=2$ ，

则 $BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ，

所以 $BC = PC$

因此， $\triangle PBC$ 为等边直角三角形，则 $\angle BPC = 45^\circ$ ，

所以 PB 与面 PAC 的夹角为 45° 。

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线