

高三年级 2022~2023 学年 4 月份模拟考·数学

参考答案、提示及评分细则

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. C \because 集合 $A = \{x | x^2 - 3x + 2 > 0\} = \{x | x < 1 \text{ 或 } x > 2\}$, 集合 $B = \{x \in \mathbf{N} | 1 \leq x \leq 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$,

$\therefore A \cap B = \{3, 4\}$. 故选 C.

2. A 结合指数函数的单调性,可得 $a = 2022^{\frac{1}{2023}} > 2022^0 = 1, 0 < b = \left(\frac{1}{2023}\right)^{2022} < \left(\frac{1}{2023}\right)^0 = 1,$

$c = \log_{2022} \frac{1}{2023} < \log_{2022} 1 = 0, \therefore a > b > c$. 故选 A.

3. B $\frac{2}{\sin 2\alpha} = \frac{2(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}{2\sin \alpha \cdot \cos \alpha} = \frac{\tan^2 \alpha + 1}{\tan \alpha} = \frac{5}{2}$. 故选 B.

4. D $\because a_4 = \frac{1}{2}a_5, \therefore a_4 = \frac{1}{2}(a_4 + d), a_4 = d, a_5 = 2d. \therefore a_1 = a_4 - 3d = -2d, a_1 + a_4 = -d.$

$\therefore \frac{S_9}{S_4} = \frac{(a_1 + a_9) \times 9}{(a_1 + a_4) \times 4} = \frac{2a_5 \times 9}{(a_1 + a_4) \times 4} = \frac{4d \times 9}{-d \times 4} = -9$. 故选 D.

5. C 令 $z = -2$, 得方程为 $x^2 + y^2 = 2$, 这是一个半径为 $\sqrt{2}$ 的圆.

乘上比例尺,即圆的实际半径为 $40\sqrt{2}$ m, 则建筑的占地面积为 $\pi \times (40\sqrt{2})^2 = 3200\pi$ (m²). 故选 C.

6. D $\because a > 0, b > 0$, 且 $2a + b = 4, \therefore ab = \frac{1}{2} \cdot 2ab \leq \frac{1}{2} \left(\frac{2a+b}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \times 4 = 2$, 当且仅当 $a = 1, b = 2$ 时, “=” 成

立. 当 $ab \geq 2$ 时, 不能得出 $2a + b = 4$. \therefore “ $2a + b = 4$ ” 是 “ $ab \geq 2$ ” 的既不充分也不必要条件. 故选 D.

7. B 第一步:先盖 A, B, 有 $8 \times 3 = 24$ 种方法;

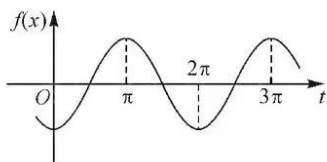
第二步:再盖 C, D.

①若 C 与 A 或 B 在同一列, 则有 2 种盖法, D 就有 3 种盖法, 共 $2 \times 3 = 6$ 种方法;

②若 C 与 A 或 B 不在同一列, 则有 4 种盖法, D 就有 2 种盖法, 共 $4 \times 2 = 8$ 种方法.

综上所述, 满足要求的有 $24 \times (6 + 8) = 336$ 种方法. 故选 B.

8. A 由题可知, $f(x) = 2 \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\omega x + \varphi) - \frac{1}{2} \cos(\omega x + \varphi) \right] = 2 \sin \left(\omega x + \varphi - \frac{\pi}{6} \right)$ 为偶函数,



$\therefore \varphi - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbf{Z})$, 即 $\varphi = \frac{2}{3}\pi + k\pi, k \in \mathbf{Z}$. $\because |\varphi| < \frac{\pi}{2}, \therefore \varphi = -\frac{\pi}{3}$.

$\therefore f(x) = 2 \sin \left(\omega x - \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} \right) = -2 \cos(\omega x)$.

令 $t = \omega x$, 由 $0 < x < 2$ 得 $t \in (0, 2\omega)$. $\therefore f(x)$ 转化为 $f(t) = -2\cos t, t \in (0, 2\omega)$.

如图, $f(t) = -2\cos t$ 在 $(0, 2\omega)$ 上有且仅有一个极大值点没有极小值点时, $\pi < 2\omega \leq 2\pi$.

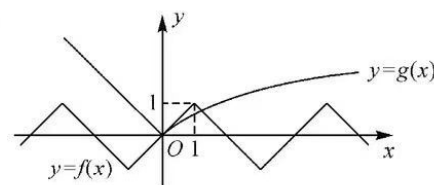
$\therefore \frac{\pi}{2} < \omega \leq \pi$. 故选 A.

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. BC $z = \frac{1-i^{2023}}{2+i} = \frac{1+i}{2+i} = \frac{3+i}{5}$, $\therefore z$ 的虚部为 $\frac{1}{5}$, $z = \frac{3}{5} - \frac{i}{5}$, $|z| = \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{5}$, z 在复平面内对应的点位于第一象限. 故选 BC.

10. ABC \because 奇函数 $y = f(x)$ 满足 $f(x+2) = -f(x)$, $\therefore f(x+4) = -f(x+2) = f(x)$. $\therefore f(x)$ 是周期为 4 的周期函数, 选项 A 正确;

当 $x < 0$ 时, $g(x) = -x$ 为减函数, 当 $x \geq 0$ 时, $g(x) = \ln(x+1)$ 为增函数, 选项 B 正确;

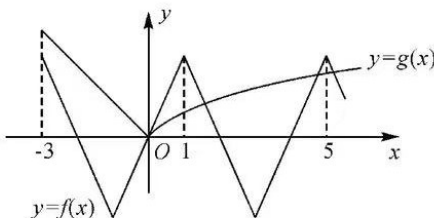


当 $a=1$ 时, 如图, 画出两个函数的大致图象. 两函数图象有两个交点, \therefore 方程有两个实数根, 选项 C 正确;

$\because a \geq 1$, \therefore 如图, 画出两个函数的大致图象.

\therefore 方程 $f(x) = g(x)$ 在 \mathbf{R} 上有 4 个不同实数根时,

$$\begin{cases} f(5) < g(9), \\ f(5) > g(5), \end{cases} \text{ 有 } \begin{cases} a < \ln 10, \\ a > \ln 6, \end{cases} \text{ 解得 } \ln 6 < a < \ln 10, \text{ 选项 D 错误. 故}$$



选 ABC.

11. ABC 设 $A(x, y)$, $\therefore |AO| = |AB|$, $\frac{|AP|}{|AB|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\therefore \frac{|AP|}{|AO|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 即 $\frac{\sqrt{(x-1)^2 + y^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

整理得 $x^2 + y^2 - 8x + 4 = 0$, 即 $(x-4)^2 + y^2 = 12$.

\therefore 点 A 的轨迹是以 $C(4, 0)$ 为圆心, 半径 $r = 2\sqrt{3}$ 的圆. 选项 A 正确;

当 AO 与圆相切时, $\angle AOP$ 最大, 此时 $\sin \angle AOP = \frac{r}{|OC|} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\therefore \angle AOP = \frac{\pi}{3}$. 选项 B 正确;

当点 A 到 OP 距离最大时, $\triangle AOP$ 面积最大, 即 $\triangle ABO$ 面积最大.

点 A 到 x 轴距离最大值为半径长, $\therefore S_{\triangle ABO} = \frac{2}{\sqrt{3}} S_{\triangle AOP} \leq \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{2} \times OP \cdot r = 2$. 选项 C 正确;

$|\vec{AP}|_{\min} = r - CP = 2\sqrt{3} - (4-1) = 2\sqrt{3} - 3$. 选项 D 错误. 故选 ABC.

12. BCD 选项 A, 该半正多面体的表面由边长为 2 的 4 个正六边形和 4 个正三角形组成,

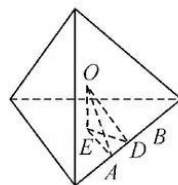
\therefore 其表面积为 $4 \times (6+1) \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 = 28\sqrt{3}$, 选项 A 错误;

选项 B, 该半正多面体的体积为原正四面体体积减去截去的 4 个小正四面体体积,

\therefore 其体积为 $\frac{\sqrt{2}}{12} \times 6^3 - 4 \times \frac{\sqrt{2}}{12} \times 2^3 = \frac{46\sqrt{2}}{3}$, 选项 B 正确;

选项 C, 易知该半正多面体的外接球球心为原正四面体外接球球心, 设为点 O .

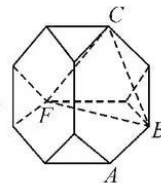
如图, 在正四面体中, 点 O 到各面的距离为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$, 即 $OE = \frac{\sqrt{6}}{2}$.



又 $ED = \sqrt{3}$, $AD = 1$, $\therefore OA^2 = AD^2 + DE^2 + EO^2 = \frac{11}{2}$.

\therefore 外接球表面积为 $4\pi \cdot OA^2 = 22\pi$, 选项 C 正确;

如图, 在正六边形中, 易知 $AB \perp BF$, $AB \perp BC$, $\therefore AB \perp$ 平面 BCF .



\therefore 点 M 的轨迹长为 $\triangle BCF$ 的周长, 易知 $BC = BF = 2\sqrt{3}$, $FC = 4$, \therefore 周长为 $4 + 4\sqrt{3}$, 选项 D 正确. 故选 BCD.

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. $2\sqrt{2}$ $(a+b)^2 = a^2 + 2a \cdot b + b^2 = 2^2 + 2 \times (-4) + (2\sqrt{3})^2 = 8$, $\therefore |a+b| = 2\sqrt{2}$.

14. $\frac{1}{e-1}$ $\because f(x) = f'(1)e^x - x$, $\therefore f'(x) = f'(1)e^x - 1$, $\therefore f'(1) = f'(1)e - 1$, $f'(1) = \frac{1}{e-1}$.

$\therefore f(0) = f'(1) = \frac{1}{e-1}$.

15. 20 设这 6 个样本中成分甲的含量分别为 $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$, 平均值为 x ,

则 $(x_1 - x)^2 + (x_2 - x)^2 + \dots + (x_6 - x)^2 = (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_6^2) - 6x^2 = 6 \times 2^2 = 24$.

所以 $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_6^2 = 240$,

于是 $y_1 + y_2 + \dots + y_6 = 10(x_1 + x_2 + \dots + x_6) - (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_6^2) = 120$,

则 $y = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_6}{6} = 20$.

16. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ 根据黄金分割的定义, 设线段全长为 1, 较大部分长为 x , $\therefore \frac{x}{1} = \frac{1-x}{x}$.

即 $x^2 + x - 1 = 0$, 解得 $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (负舍). \therefore “黄金椭圆”的离心率 $e = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

设 $\angle F_2 F_1 P$ 的平分线交 PA 于点 M , 则点 M 为 $\triangle P F_1 F_2$ 内心.

$\therefore \frac{|PF_1|}{|F_1 A|} = \frac{|PM|}{|MA|} = \frac{|PA| - |MA|}{|MA|} = \frac{|PA|}{|MA|} - 1 = \frac{S_{\triangle P F_1 F_2}}{S_{\triangle M F_1 F_2}} - 1$.

\therefore 设内切圆半径为 r , $\therefore \frac{S_{\triangle P F_1 F_2}}{S_{\triangle M F_1 F_2}} = \frac{\frac{1}{2}(|PF_1| + |PF_2| + |F_1 F_2|) \cdot r}{\frac{1}{2}|F_1 F_2| \cdot r} = \frac{2a+2c}{2c} = \frac{a}{c} + 1$.

$\therefore \frac{|PF_1|}{|F_1 A|} = \frac{a}{c} = \frac{1}{e} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.

17. 解: (1) $\because 2S_{n+1} = S_n + 2$, $\therefore 2(S_{n+1} - 2) = S_n - 2$, 即 $\frac{S_{n+1}-2}{S_n-2} = \frac{1}{2}$, 2 分

又 $S_1 - 2 = a_1 - 2 = -1$, \therefore 数列 $\{S_n - 2\}$ 是以 -1 为首项, $\frac{1}{2}$ 为公比的等比数列, 4 分

$\therefore S_n - 2 = -\frac{1}{2^{n-1}}$. 当 $n \geq 2$ 时, $a_n = S_n - S_{n-1} = -\frac{1}{2^{n-1}} + \frac{1}{2^{n-2}} = \frac{1}{2^{n-1}}$, $a_1 = 1$ 也满足; 6分

(2) 由(1)可知, $b_n = 2^{n-1} + \frac{1}{2^{n-1}}$; 7分

\therefore 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $T_n = (2^0 + 2^1 + \dots + 2^{n-1}) + (2^0 + 2^{-1} + \dots + 2^{1-n}) = 2^n - \frac{1}{2^{n-1}} + 1$ 10分

18. 解: (1) $\because PA \perp$ 底面 ABC , \therefore 建立如图所示空间直角坐标系.

设 $B(x, y, 0), C(0, 2, 0), P(0, 0, 2\sqrt{3}), \therefore D(0, 1, \sqrt{3})$, 则 $\overrightarrow{BD} = (-x, 1-y, \sqrt{3}), \overrightarrow{AC} = (0, 2, 0)$, 2分

$$\therefore \begin{cases} \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{AC} = 0, \\ |\overrightarrow{BA}| = 2, \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} 2(1-y) = 0, \\ \sqrt{x^2 + y^2} = 2, \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} y = 1, \\ x = \sqrt{3}. \end{cases} \quad \therefore B(\sqrt{3}, 1, 0), \quad \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

$\therefore \overrightarrow{BC} = (-\sqrt{3}, 1, 0)$, BC 的长为 $|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$; 6分

(2) 设平面 ABD 的法向量为 $m = (x, y, z)$, 则 $\begin{cases} m \cdot \overrightarrow{AD} = 0, \\ m \cdot \overrightarrow{AB} = 0, \end{cases} \therefore \begin{cases} y + \sqrt{3}z = 0, \\ \sqrt{3}x + y = 0, \end{cases}$

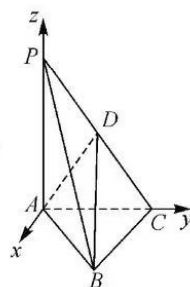
令 $y = \sqrt{3}$, 得 $m = (-1, \sqrt{3}, -1)$, 8分

由(1)知, $\overrightarrow{BC} = (-\sqrt{3}, 1, 0), \overrightarrow{CD} = (0, -1, \sqrt{3})$.

设平面 BCD 的法向量为 $n = (a, b, c)$, 则 $\begin{cases} n \cdot \overrightarrow{CD} = 0, \\ n \cdot \overrightarrow{BC} = 0, \end{cases} \therefore \begin{cases} -y + \sqrt{3}z = 0, \\ -\sqrt{3}x + y = 0, \end{cases}$

令 $y = \sqrt{3}$, 得 $n = (1, \sqrt{3}, 1)$, 10分

$\therefore \cos \langle m, n \rangle = \frac{m \cdot n}{|m| \cdot |n|} = \frac{1}{5}$, \therefore 锐二面角 $A-BD-C$ 的余弦值为 $\frac{1}{5}$ 12分



19. 解: (1) 在 $\triangle BCD$ 中, 由余弦定理, 得 $BC^2 = BD^2 + DC^2 - 2BD \cdot DC \cdot \cos \angle BDC$,

$$\therefore (7\sqrt{3})^2 = (5\sqrt{3})^2 + CD^2 - 2 \times 5\sqrt{3} \times CD \cdot \cos \frac{\pi}{3}, \text{ 整理得 } CD^2 - 5\sqrt{3}CD - 72 = 0.$$

解得 $CD = 8\sqrt{3}$ 或 $CD = -3\sqrt{3}$ (舍去). 3分

$$\therefore \cos \angle DBC = \frac{BD^2 + BC^2 - CD^2}{2BD \cdot BC} = \frac{1}{7}, \sin \angle DBC = \frac{\sin \angle BDC}{BC} \cdot DC = \frac{4\sqrt{3}}{7}. \quad \dots\dots\dots 4 \text{分}$$

$$\therefore \cos \angle ABD = \cos \left(\frac{2\pi}{3} - \angle DBC \right) = -\frac{1}{2} \cos \angle DBC + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \angle DBC = \frac{11}{14}. \quad \dots\dots\dots 5 \text{分}$$

在 $\triangle ABD$ 中, 由余弦定理, 得 $AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB \cdot BD \cdot \cos \angle ABD = 57$, $\therefore AD = \sqrt{57}$; 6分

$$(2) S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AB \cdot BD \cdot \sin \angle ABD = \frac{7\sqrt{3}}{2} BD \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{3} - \angle DBC \right) = \frac{7\sqrt{3}}{2} BD \cdot \sin \angle BCD, \quad \dots\dots\dots 8 \text{分}$$

在 $\triangle BDC$ 中, 由正弦定理, 得 $BD = \frac{BC}{\sin \angle BDC} \cdot \sin \angle BCD$, 10分

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{7\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{BC}{\sin \angle BDC} \cdot \sin^2 \angle BCD = 49\sqrt{3} \cdot \sin^2 \angle BCD \leq 49\sqrt{3},$$

故 $\triangle ABD$ 面积的最大值为 $49\sqrt{3}$ 12分

20. 解:(1)由题意,可得
$$\begin{cases} p_1 p_2 \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{6}, \\ 1 - (1 - p_1)(1 - p_2) \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{5}{6}, \end{cases}$$
 3分

解得 $p_1 = p_2 = \frac{1}{2}$, 4分

由题意,可得小芸恰好购买两件物品的概率为:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{3} + \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3};$$
 5分

(2)X的所有可能取值为 0,40,60,100,140,160,200, 6分

$$P(X=0) = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}, P(X=40) = \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6},$$
 7分

$$P(X=60) = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}, P(X=100) = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4},$$
 8分

$$P(X=140) = \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}, P(X=160) = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12},$$
 9分

$$P(X=200) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12},$$
 10分

∴X的分布列为

X	0	40	60	100	140	160	200
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$

..... 11分

$$\therefore E(X) = 0 \times \frac{1}{6} + 40 \times \frac{1}{6} + 60 \times \frac{1}{6} + 100 \times \frac{1}{4} + 140 \times \frac{1}{12} + 160 \times \frac{1}{12} + 200 \times \frac{1}{12} = \frac{250}{3}.$$
 12分

21. 解:(1)依题意, $2^2 = 2pt$, ∴ $t = \frac{2}{p}$, ∴ $A\left(\frac{2}{p}, 2\right)$, 2分

又 $B\left(-\frac{p}{2}, 0\right)$, ∴ $|AB| = \sqrt{\left(\frac{2}{p} + \frac{p}{2}\right)^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$, 解得 $p = \pm 2$ (负值舍去), 4分

∴抛物线C的标准方程为 $y^2 = 4x$; 5分

(2)由题意,直线l的斜率一定存在,设其方程为 $y = k(x+1)$, $E(x_1, y_1)$, $F(x_2, y_2)$.

联立
$$\begin{cases} y^2 = 4x, \\ y = k(x+1), \end{cases}$$
 得 $k^2 x^2 + (2k^2 - 4)x + k^2 = 0$.

∴ $\Delta = (2k^2 - 4)^2 - 4 \cdot k^2 \cdot k^2 > 0$, ∴ $-1 < k < 1$, $x_1 \cdot x_2 = 1$, 7分

直线AE的方程为 $y - 2 = \frac{y_1 - 2}{x_1 - 1}(x - 1)$, 令 $x = -1$, 得 $y_M = \frac{(-2k + 2)(x_1 + 1)}{x_1 - 1}$.

同理, $y_N = \frac{(-2k+2)(x_2+1)}{x_2-1}$, 9分

$\therefore \frac{|BM|}{|BN|} = \left| \frac{y_M}{y_N} \right| = \left| \frac{(x_1+1)(x_2-1)}{(x_1-1)(x_2+1)} \right| = \left| \frac{x_1x_2+x_2-x_1-1}{x_1x_2-x_2+x_1-1} \right|$, 把 $x_1 \cdot x_2 = 1$ 代入, 整理得 $\frac{|BM|}{|BN|} = 1$

..... 12分

22. 解: (1) $\because f(x) = (x-k)\sin x, \therefore f'(x) = \sin x + (x-k)\cos x, \therefore f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$, 1分

\therefore 切线方程为 $y - f\left(\frac{\pi}{2}\right) = x - \frac{\pi}{2}, \therefore f\left(\frac{\pi}{2}\right) - \frac{\pi}{2} = \pm 2, \therefore \left(\frac{\pi}{2} - k\right) \cdot \sin \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = \pm 2, \dots$ 2分

$\therefore k = \pm 2;$ 3分

(2) $\because f'(x) = \sin x + (x-k)\cos x$, 当 $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ 时, $f'(x) = \cos x \cdot (\tan x + x - k)$,

由函数 $y = \tan x + x$ 在区间 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上递增, 且值域为 \mathbf{R} , 4分

\therefore 存在唯一 $x_a \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, 使得 $\tan x_a + x_a = k$, 5分

此时, 当 $x \in \left(-\frac{\pi}{2}, x_a\right)$ 时, $f'(x) < 0, f(x)$ 单调递减; 当 $x \in \left(x_a, \frac{\pi}{2}\right)$ 时, $f'(x) > 0, f(x)$ 单调递增,

此时 $x_1 = x_a, f'(x_1) = 0$, 6分

同理, 当 $x_2 \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ 时, 使得 $\tan x_2 + x_2 = k$, 满足 $f'(x_2) = 0$,

当 $x_3 \in \left(\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right)$ 时, 使得 $\tan x_3 + x_3 = k$, 满足 $f'(x_3) = 0$, 7分

$\therefore k = x_1 + \tan x_1 = x_2 + \tan x_2 = x_3 + \tan x_3$.

$\because 2x_2 = x_1 + x_3$, 代入可得 $2\tan x_2 = \tan x_1 + \tan x_3$.

又 $\tan(2x_2) = \tan(x_1 + x_3)$, 即 $\frac{2\tan x_2}{1-\tan^2 x_2} = \frac{\tan x_1 + \tan x_3}{1-\tan x_1 \cdot \tan x_3}$, 10分

\therefore 当 $2\tan x_2 = \tan x_1 + \tan x_3 = 0$ 时, $x_2 = \pi$,

当 $2\tan x_2 = \tan x_1 + \tan x_3 \neq 0$ 时, $\tan^2 x_2 = \tan x_1 \cdot \tan x_3$,

$\therefore (k - x_2)^2 = (k - x_1)(k - x_3)$, 整理得 $x_2^2 = x_1 \cdot x_3$, 此时数列为常数列,

又由 $x_2 = \frac{x_1 + x_3}{2}$, 可得 $x_1 = x_2 = x_3$, 不成立,

\therefore 可知 $x_2 = \pi$, 此时 $k = x_2 + \tan x_2 = \pi$ 12分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线