

2023 届全国甲卷高端精品押题卷

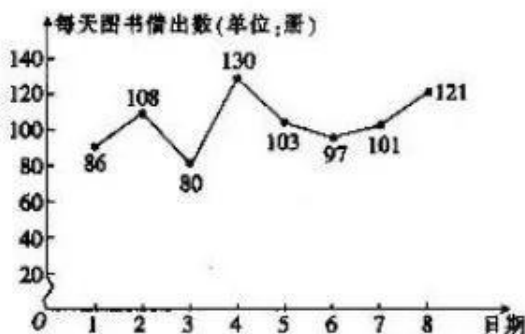
数学文科(二)

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | y = \sqrt{3 - x^2}\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $\{-1, 0, 1\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{-1, 1\}$ D. $\{0\}$
2. 若复数 $a + (a - 1)i$ 在复平面内对应的点位于第一象限, 则实数 a 的取值范围是
 A. $a < 1$ B. $a > 0$ C. $a > 1$ D. $0 < a < 1$
3. 已知在平行四边形 $ABCD$ 中, E, F 分别是边 CD, BC 的中点, 则 $\overrightarrow{EF} =$
 A. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$ B. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ C. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$
4. 某图书馆统计了某个月前 8 天纸质图书的借阅情况, 整理数据得到如下折线图。根据折线图, 下列结论正确的是



- A. 这 8 天里, 每天图书借出数的极差大于 50
- B. 这 8 天里, 每天图书借出数的平均数大于 105
- C. 这 8 天里, 每天图书借出数的中位数大于 101
- D. 前 4 天图书借出数的方差小于后 4 天图书借出数的方差

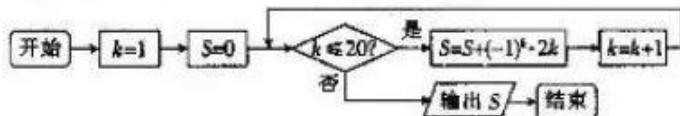
5. 若 $\tan\left(\alpha - \frac{\pi}{8}\right) = 2$, 则 $\tan\left(2\alpha - \frac{\pi}{4}\right) =$

- A. $\frac{3}{4}$ B. $-\frac{3}{4}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $-\frac{4}{3}$

6. 设 $a = \sqrt{e}$, $b = \ln \sqrt{3}$, $c = e^{-\ln 2}$, 则 a, b, c 的大小关系是

- A. $a > c > b$ B. $a > b > c$ C. $c > b > a$ D. $b > a > c$

7. 执行下面的程序框图, 则输出的 $S =$

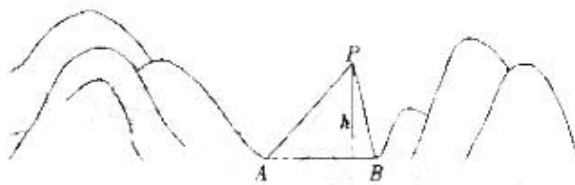


- A. -20 B. 20 C. -420 D. 420

8. 已知偶函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上单调递增, 则 $f(3-2x) > f(1)$ 的解集是

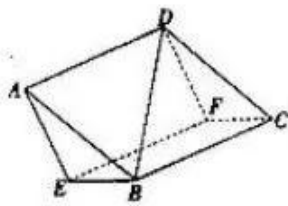
- A. $(-1, 1)$ B. $(1, +\infty)$ C. $(-\infty, 2)$ D. $(1, 2)$

9. 如图, 为了在两座山之间的一条河流上面修建一座桥, 勘测部门使用无人机测量得到如下数据: 无人机 P 距离水平地面的高度为 $h = 100$ m, A, B 两点的俯角分别为 $45^\circ, 60^\circ$. 则 A, B 两点间的距离为



- A. $\frac{50(3+2\sqrt{3})}{3}$ m B. $\frac{50(3+\sqrt{3})}{3}$ m C. $\frac{100(3+\sqrt{3})}{3}$ m D. $\frac{100(3+2\sqrt{3})}{3}$ m

10. 如图, 在直三棱柱 $ABE - DCF$ 中, $AB = AD = 2$, $AE = \sqrt{3}$, $BE = \sqrt{2}$, 则异面直线 BD 与 AE 所成角的余弦值为



- A. $\frac{5\sqrt{6}}{24}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{12}$ C. $\frac{5\sqrt{2}}{12}$ D. $\frac{11\sqrt{3}}{24}$

11. 函数 $f(x) = 2\sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3}$ 在 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 上零点的个数为

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

12. 已知抛物线 $C: y^2 = 8x$ 的焦点为 F , 过 F 的直线 l 与抛物线 C 交于 A, B 两点, 若 $A(1, 2\sqrt{2})$, 则 $|AB| =$

- A. 9 B. 7 C. 6 D. 5



二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 半径为2且与x轴、y轴都相切的圆的标准方程为_____. (写出一个符合题意的方程即可)

14. 若实数 x, y 满足 $\begin{cases} x \geq 1, \\ x + y \geq 1, \\ x - 2y \leq 4, \end{cases}$ 则 $z = x + y$ 的最小值是_____.

15. 若不等式 $ax - \ln x \geq 0$ 对任意 $x > 0$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是_____.

16. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_1 的直线与 C 的两条渐近线分别交于 A, B 两点 (A 在第二象限, B 在第一象限), $BF_1 \perp BF_2, |F_1A| = |AB|$, 则 C 的离心率为_____.

三、解答题:共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第17~21题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第22、23题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题:共60分.

17. (12分) 已知在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_4 + a_7 = -24, a_2 + a_3 + a_8 = -15$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{(-1)^n a_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (12分) 近年我国新能源产业的发展取得了有目共睹的巨大成果. 2020年国务院在正式发布的《新能源汽车产业发展规划(2021—2035年)》中提出, 到2025年, 新能源汽车新车销售量达到汽车新车销售总量的20%左右. 力争经过15年的持续努力, 使纯电动汽车成为新销售车辆的主流. 在此大背景下, 某市新能源汽车保有量持续增加, 有关部门将该市从2018年到2022年新能源汽车保有量 y (单位: 万辆) 作了统计, 得到 y 与年份代码 t (如 $t=1$ 代表2018年) 的统计表如下所示.

t	1	2	3	4	5
y	1.5	3.2	4	5.3	6

(1) 请通过计算相关系数 r 说明 y 与 t 具有较强的线性相关性; (若 $|r| > 0.75$, 则变量间具有较强的线性相关性)

(2) 求出线性回归方程, 并预测2023年新能源汽车的保有量.

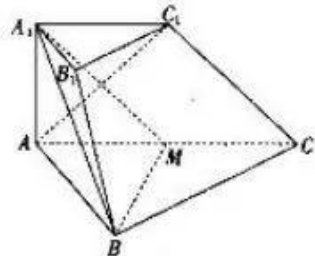
参考公式: 相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$; 回归方程 $\hat{y} = \hat{a} + \hat{b}x$ 中斜率和截距的最

小二乘估计公式分别为 $\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}$.

参考数据: $\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})^2 = 10, \sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2 = 12.58, \sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{t})(y_i - \bar{y}) = 11.1, \sqrt{125.8} \approx 11.22$.

19. (12分)在三棱台 $A_1B_1C_1-ABC$ 中, $A_1A \perp$ 平面 ABC , $AB \perp BC$, $AB = BC = 2A_1B_1$, $AC = 2A_1A$, M 为 AC 的中点.

- (1) 证明: $AC_1 \perp$ 平面 A_1BM ;
(2) 若 $A_1B_1 = 1$, 求点 B_1 到平面 A_1BM 的距离.



20. (12分) 已知函数 $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$.

- (1) 过点 $P(0, 6)$ 作曲线 $y = f(x)$ 的切线, 求切线的方程;
(2) 当 $k < 3$ 时, 证明: 曲线 $y = f(x)$ 的图象与直线 $y = kx + 6$ 的图象仅有一个交点.

21. (12分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的一个焦点为 $F(-1, 0)$, 且点 F 到 C 的左、右顶点的距离之积为 5.

- (1) 求椭圆 C 的标准方程;
(2) 过点 F 作斜率乘积为 -1 的两条直线 l_1, l_2 , l_1 与 C 交于 A, B 两点, l_2 与 C 交于 D, E 两点, 线段 AB, DE 的中点分别为 M, N . 证明: 直线 MN 与 x 轴交于定点, 并求出定点坐标.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (10分) 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + \frac{1}{2}t, \\ y = -1 + \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases} (t \text{ 为参数})$. 以坐标原点 O 为

极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系, 圆 C 的极坐标方程为 $\rho^2 - 2\rho\cos\theta - 4\rho\sin\theta + 1 = 0$.

- (1) 求圆 C 的普通方程与直线 l 的直角坐标方程;
(2) 已知点 $P(1, -1)$, 直线 l 与圆 C 交于 A, B 两点, 求 $||PA| - |PB||$ 的值.
23. (10分) 【选修 4-5: 不等式选讲】
已知函数 $f(x) = |2x - 1| + |2x - k|$.
- (1) 若对 $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \geq 1$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围;
(2) 当 $k = 4$ 时, 记 $f(x)$ 的最小值为 m , 且正数 a, b 满足 $a + 4b = m$, 求 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线