

## 2022~2023 学年高二第六次联考试卷

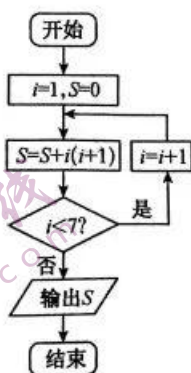
# 文科数学

### 考生注意：

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分。满分 150 分，考试时间 120 分钟。
2. 答题前，考生务必用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔将密封线内项目填写清楚。
3. 考生作答时，请将答案答在答题卡上。选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；非选择题请用直径 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在试题卷、草稿纸上作答无效。
4. 本卷命题范围：高考范围。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合  $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid -2 < x < 5\}$ ,  $B = \{x \mid \frac{3-x}{x+1} \geq 0\}$ , 则  $A \cap B =$   
 A.  $\{0, 1, 2, 3\}$       B.  $\{3, 4\}$       C.  $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$       D.  $(-1, 3]$
2. 已知复数  $z$  满足  $(2+i)z + 3i = 4$  ( $i$  是虚数单位), 则  $|z| =$   
 A.  $\sqrt{3}$       B.  $\sqrt{5}$       C. 3      D. 5
3. 记等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $S_{11} = 44$ , 则  $a_3 + a_6 + a_8 =$   
 A. 4      B. 8      C. 12      D. 16
4. 已知函数  $f(x) = ax^2 + b \ln x$  的图象在点  $(1, f(1))$  处的切线方程为  $y = 3x - 1$ , 则  $a - b$  的值为  
 A. 1      B. 2      C. 3      D. 4
5. 执行如图所示的程序框图, 输出  $S$  的值为



- A. 112      B. 168      C. 240      D. 330
6. 已知  $m, n$  是两条不同的直线,  $\alpha, \beta$  是两个不同的平面, 则下列说法正确的是  
 A. 若  $m \perp \alpha, \alpha \perp \beta$ , 则  $m \parallel \beta$       B. 若  $m \parallel \alpha, \alpha \parallel \beta$ , 则  $m \parallel \beta$   
 C. 若  $m \subset \alpha, n \subset \alpha, m \parallel \beta, n \parallel \beta$ , 则  $\alpha \parallel \beta$       D. 若  $m \perp \alpha, m \perp \beta, n \perp \alpha$ , 则  $n \perp \beta$

【高三第六次联考试卷·文科数学 第 1 页(共 4 页)】

7. 已知某样本的容量为 50, 平均数为 36, 方差为 48, 现发现在收集这些数据时, 其中的两个数据记录有误, 一个错将 24 记录为 34, 另一个错将 48 记录为 38. 在对错误的数据进行更正后, 重新求得样本的平均数为  $\bar{x}$ , 方差为  $s^2$ , 则

- A.  $\bar{x}=36, s^2 < 48$       B.  $\bar{x}=36, s^2 > 48$       C.  $\bar{x} > 36, s^2 < 48$       D.  $\bar{x} < 36, s^2 > 48$

8. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \dots + \frac{a_n}{2^n} = n (n \in \mathbf{N}^*)$ ,  $b_n = \lambda(a_n - 1) - n^2 + 4n$ , 若数列  $\{b_n\}$  为单调递增数列, 则  $\lambda$  的取值范围是

- A.  $(\frac{3}{8}, +\infty)$       B.  $(\frac{1}{2}, +\infty)$   
C.  $[\frac{3}{8}, +\infty)$       D.  $[\frac{1}{2}, +\infty)$

9. 阿波罗尼斯是古希腊著名数学家, 与欧几里得、阿基米德被称为亚历山大时期数学三巨匠, 阿波罗尼斯发现: 平面内到两个定点  $A, B$  的距离之比为定值  $\lambda (\lambda > 0, \text{且 } \lambda \neq 1)$  的点的轨迹是圆, 此圆被称为“阿波罗尼斯圆”. 在平面直角坐标系  $xOy$  中,  $A(-2, 0), B(4, 0)$ , 点  $P$  满足  $\frac{|PA|}{|PB|} = \frac{1}{2}$ . 设点  $P$  的轨迹为曲线  $C$ , 则下列说法错误的是

- A.  $C$  的方程为  $(x+4)^2 + y^2 = 16$   
B. 当  $A, B, P$  三点不共线时, 则  $\angle APO = \angle BPO$   
C. 在  $C$  上存在点  $M$ , 使得  $|MO| = 2|MA|$   
D. 若  $D(2, 2)$ , 则  $|PB| + 2|PD|$  的最小值为  $4\sqrt{5}$

10. 已知函数  $f(x) = \sin \omega x - 2\cos^2 \frac{\omega x}{2} (\omega > 0)$ , 若  $f(x)$  在区间  $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4})$  上单调递增, 则  $\omega$  的取值范围是

- A.  $(0, 4]$       B.  $(0, \frac{2}{3}] \cup [\frac{8}{3}, 4]$   
C.  $[\frac{5}{2}, 3]$       D.  $(0, \frac{1}{3}] \cup [\frac{5}{2}, 3]$

11. 已知抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点为  $F$ , 过点  $P(5, 0)$  的直线  $l$  交  $C$  于  $A, B$  两点,  $O$  为坐标原点, 记  $\triangle ABO$  与  $\triangle AFO$  的面积分别为  $S_1$  和  $S_2$ , 则  $S_1 + 3S_2$  的最小值为

- A.  $8\sqrt{2}$       B.  $20\sqrt{2}$       C.  $24\sqrt{2}$       D.  $32\sqrt{2}$

12. 设  $a = \frac{1}{5}, b = \ln \frac{11}{9}, c = \sin \frac{1}{5}$ , 则

- A.  $a < b < c$       B.  $b < c < a$       C.  $c < b < a$       D.  $c < a < b$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知向量  $a = (-4, -3), b = (-2, m-1)$ , 若  $(a+2b) \perp a$ , 则  $m =$  \_\_\_\_\_.

14. 若  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 且  $f(x+1)$  是偶函数, 当  $0 \leq x \leq 1$  时,  $f(x) = \log_3(x+1)$ , 则  $f(\frac{163}{2}) =$  \_\_\_\_\_.

15. 在正三棱锥  $P-ABC$  中,  $AB=4, D$  是  $PC$  的中点, 且  $AD \perp PB$ , 则该三棱锥内切球的表面积为 \_\_\_\_\_.

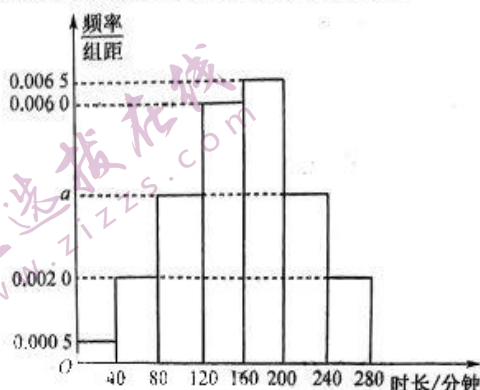
16. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的右焦点为  $F$ , 虚轴的上端点为  $A, M, N$  是  $C$  上的两点,  $P$  是  $MN$  的中点,  $O$  为坐标原点, 直线  $OP$  的斜率为  $-\frac{1}{2}$ , 若  $AF \parallel MN$ , 则  $C$  的两条渐近线的斜率之积为 \_\_\_\_\_.

三、解答题:共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题,每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题,考生根据要求作答。

(一)必考题:共 60 分。

17. (本小题满分 12 分)

2022 年卡塔尔世界杯是第二十二届世界杯足球赛,是历史上首次在卡塔尔和中东国家境内举行,也是继 2002 年韩日世界杯之后时隔二十年第二次在亚洲举行的世界杯足球赛,除此之外,卡塔尔世界杯还是首次在北半球冬季举行,第二次世界大战后首次由从未进过世界杯的国家举办的世界杯足球赛.某学校统计了该校 500 名学生观看世界杯比赛直播的时长情况(单位:分钟),将所得到的数据分成 7 组: $[0,40)$ , $[40,80)$ , $[80,120)$ , $[120,160)$ , $[160,200)$ , $[200,240)$ , $[240,280]$ (观看时长均在 $[0,280]$ 内),并根据样本数据绘制如图所示的频率分布直方图.



(1)求  $a$  的值,并估计样本数据的中位数;

(2)采用分层抽样的方法在观看时长在 $[200,240)$ 和 $[240,280]$ 的学生中抽取 6 人,现从这 6 人中随机抽取 3 人分享观看感想,求抽取的 3 人中恰有 2 人的观看时长在 $[200,240)$ 的概率.

18. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中,角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ,且满足  $\frac{2\cos C}{a} = \frac{2}{b} - \frac{\sin C}{b\sin A}$ .

(1)求角  $B$  的大小;

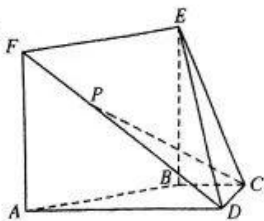
(2)若  $b=8, D$  为边  $AC$  的中点,且  $BD = \frac{8}{3}$ ,求 $\triangle ABC$ 的面积.

19. (本小题满分 12 分)

如图,在多面体  $ABCDEF$  中,四边形  $ABEF$  为正方形,平面  $ABCD \perp ABEF, AD \parallel BC, AD \perp DC, AD=3DC=3BC=3, P$  是棱  $DF$  上的一点.

(1)是否存在点  $P$ ,使得  $PC \parallel$  平面  $ABEF$ ? 若存在,则求出  $\frac{FP}{PD}$  的值;若不存在,请说明理由;

(2)求多面体  $ABCDEF$  的体积.





0 (本小题满分 12 分)

已知椭圆  $E$  的中心为坐标原点, 对称轴为  $x$  轴、 $y$  轴, 且过  $A(1, \frac{\sqrt{6}}{2}), B(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{2}}{2})$  两点.

(1) 求  $E$  的方程; 来源: 高三答案公众号

(2) 若  $Q(4, 0)$ , 过  $P(1, 0)$  的直线  $l$  与  $E$  交于  $M, N$  两点, 求证:  $\frac{|MP|}{|NP|} = \frac{|MQ|}{|NQ|}$ .

1. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = \ln x - ax - 2a^2 + 3 (a \in \mathbf{R})$ .

(1) 若  $a=3$ , 求  $f(x)$  的极值;

(2) 若  $f(x) \leq 0$  在  $(0, +\infty)$  上恒成立, 求  $a$  的取值范围;

(3) 证明:  $(1 + \frac{1}{4})(1 + \frac{1}{4^2})(1 + \frac{1}{4^3}) \cdots (1 + \frac{1}{4^n}) < e^{\frac{1}{4}} (n \in \mathbf{N}^*)$ .

(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 两题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题计分。

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2\cos 2t, \\ y = \sqrt{3}\sin t \end{cases}$  ( $t$  为参数), 以  $O$  为极点,  $x$  轴的正半轴为

极轴建立极坐标系, 直线  $l$  的极坐标方程为  $\rho \sin(\theta + \frac{\pi}{6}) + m = 0$ .

(1) 求  $l$  的直角坐标方程;

(2) 若  $l$  与  $C$  有公共点, 求  $m$  的取值范围.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知  $a > 0, b > 0, c > 0$ , 且  $a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}} + c^{\frac{3}{2}} = 4$ .

证明: (1)  $abc \leq \frac{16}{9}$ ;

(2)  $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{a+c} + \frac{c}{a+b} \leq \frac{2}{\sqrt{abc}}$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

自主选拔在线