

高三年级考试 数学试卷

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:集合与常用逻辑用语,不等式,函数与导数。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $M = \{x | x^2 - 4x + 3 \leq 0\}$, $N = \{x | x > 2\}$, 则 $M \cap N =$
A. $(2, +\infty)$ B. $(2, 3]$ C. $[1, +\infty)$ D. $(2, 3)$
2. 命题“ $\exists x \in \mathbb{Q}, \sin x^2 \in \mathbb{Q}$ ”的否定是
A. $\forall x \in \mathbb{Q}, \sin x \in \mathbb{Q}$ B. $\forall x \in \mathbb{Q}, \sin x^2 \notin \mathbb{Q}$
C. $\exists x \in \mathbb{Q}, \sin x^2 \notin \mathbb{Q}$ D. $\forall x \notin \mathbb{Q}, \sin x^2 \in \mathbb{Q}$
3. 已知幂函数 $f(x) = x^a$ 的图象经过点 $(\sqrt{2}, 4)$, 则 $a =$
A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
4. 某质点的位移 y (单位: m) 与时间 t (单位: s) 满足函数关系式 $y = t^3 - t$, 则当 $t = 2$ 时, 该质点的瞬时速度为
A. 14 m/s B. 18 m/s C. 25 m/s D. 31 m/s
5. 已知 $f(x) = \frac{x^6 e^{2x}}{e^{mx} - 1} + 3x$ 为奇函数, 则 $m =$
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
6. 若正数 a, b 满足 $a^2 + ab + 4b^2 = 3$, 则 ab 的最大值为
A. $\frac{3}{7}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$
7. “ $k \geq 1$ ”是“方程 $(m-1)x^2 + y^2 = m-1$ 表示椭圆”的
A. 充要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分不必要条件 D. 既不充分也不必要条件
8. 已知函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y) = f(x) + f(y) + 2xy + 1$, 则 $f(4) - 4f(1) =$
A. 9 B. 10 C. 11 D. 12

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分。

9. 下列命题是真命题的是
A. $0 \in \mathbb{N}$
B. “六边形的内角和为 720° ”是全称量词命题

【高三数学 第 1 页(共 4 页)】



C. $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$

D. “每个水分子都由两个氢原子和一个氧原子构成”是存在量词命题

10. 设 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的减函数, 且 $f(1)=0$, 则

A. $y=f(-x)$ 为增函数

B. $y=f(x)-f(-x)$ 可能是增函数

C. 函数 $y=f(x^2-1)$ 的零点之积为 -2

D. 不等式 $(x-2) \cdot f(x) \geq 0$ 的解集为 $[1, 2]$

11. 星等是衡量天体光度的量. 为了衡量星星的明暗程度, 古希腊天文学家喜帕恰斯(又名依巴谷)在公元前2世纪首先提出了星等这个概念, 例如, 1 等星的星等值为 1, -0.46 等星的星等值为 -0.46 . 已知两个天体的星等值 m_1, m_2 和它们对应的亮度 E_1, E_2 满足关系式 $m_2 - m_1 = 2.5 \lg \frac{E_2}{E_1}$ ($E_1 > 0, E_2 > 0$), 关于星等下列结论正确的是

A. 星等值越小, 星星就越亮

B. 1 等星的亮度恰好是 6 等星的 100 倍

C. 若星体甲与星体乙的星等值的差小于 2.5, 则星体甲与星体乙的亮度的比值小于 10^{-1}

D. 若星体甲与星体乙的星等值的差大于 10, 则星体甲与星体乙的亮度的比值小于 10^{-4}

12. 若函数 $f(x), g(x)$ 的导函数都存在, 且 $f'(x)g(x) + f(x)g'(x) < 3x^2$, 则 $f(2)g(2) - f(1)g(1)$ 的值可能为

A. 9

C. 6

D. 5

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3x-7, & x > 0, \\ xf(-x), & x < 0, \end{cases}$ 则 $f(-3) = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$

14. $\log_3(x^2+1) + \log_3(\frac{1}{x^2}+4)$ 的最小值为 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$

15. 函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4x - e^x$ 的极值点的个数为 $\underline{\quad \quad \quad}$.

16. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} -24 < x < 100 \\ x^2 - 2ax + 3a^2 \end{cases}$ 的整数解共有 36 个, 则正数 a 的取值范围是 $\underline{\quad \quad \quad}$

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分; 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知集合 $A = \{x | 1 \leq x \leq 10\}$, $B = \{x | m < x < m+9\}$, $C = \{x | 3 \leq x \leq 6\}$.

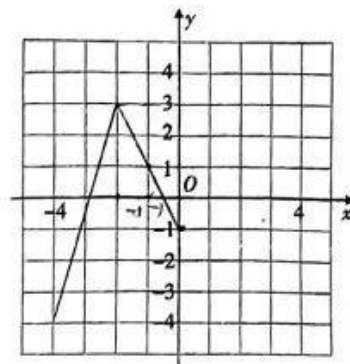
(1) 当 $m=1$ 时, 求 $A \cup B, A \cap (\complement_{\mathbb{R}} C)$;

(2) 若 $B \cap C = C$, 求 m 的取值范围.

18. (12分)

已知 $f(x)$ 是定义在 $[-4, 4]$ 上的偶函数, 且 $f(x)$ 在 $[-4, 0]$ 上的图象如图所示.

- (1) 在答题卡中作出 $f(x)$ 在 $(0, 4]$ 上的图象;
- (2) 求函数 $g(x) = f(x) - \log_2 5$ 的零点的个数.



19. (12分)

已知函数 $f(x) = x^3 + 3x^2 + a$.

- (1) 若 $a = -7$, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(-1, f(-1))$ 处的切线方程;
- (2) 若 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上单调递增, 求 a 的取值范围.

20. (12分)

小张要制作一个如图所示的正三棱柱形实木块, 假设该三棱柱形实木块的所有棱长之和为 60 cm.

- (1) 设该三棱柱形实木块的底面边长为 x cm, 体积为 V cm^3 , 求 V 关于 x 的函数表达式;
- (2) 求该三棱柱形实木块体积的最大值.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{4-x} + \sqrt{x-1}$.

(1) 求 $f(x)$ 的定义域;

(2) 证明: $f(x)$ 在区间 $[a, a+1)$ 上存在最大值的充要条件是 $\frac{3}{2} < a \leq 3$.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = -ae^x - bx (a > 0, b > 0)$.

(1) 求 $f(x)$ 的极值;

(2) 当 $a=4, b=3$ 时, 证明: $f(x) > x \ln x$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

