

2023 年宝鸡市高考模拟检测（二）

数学（理科）

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，其中第 II 卷解答题又分必考题和选考题两部分，选考题为二选一. 考生作答时，将所有答案写在答题卡上，在本试卷上答题无效. 本试卷满分 150 分，考试时间 120 分钟.

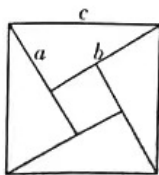
注意事项：

1. 答题前，务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡规定的位置上.
2. 选择题答案使用 2B 铅笔填涂，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号；非选择题答案使用 0.5 毫米的黑色中性（签字）笔或碳素笔书写，书写要工整、笔迹清楚，将答案书写在答题卡规定的位置上.
3. 所有题目必须在答题卡上作答，在试卷上答题无效.

第 I 卷（选择题共 60 分）

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的.

1. 设集合 $M = \{x | -4 < x < 0\}$ ， $N = \{x | x^2 < 4\}$ ，则 $M \cup N =$ ()
- A. $\{x | -2 < x < 0\}$ B. $\{x | -2 < x < 2\}$ C. $\{x | -4 < x < 4\}$ D. $\{x | -4 < x < 2\}$
2. 设 z_1, z_2 为复数，则下列说法正确的为 ()
- A. 若 $z_1^2 + z_2^2 = 0$ ，则 $z_1 = z_2 = 0$
- B. 若 $|z_1| = |z_2|$ ，则 z_1, z_2 互为共轭复数
- C. 若 $a \in \mathbf{R}$ ， i 为虚数单位，则 $(a+1) \cdot i$ 为纯虚数
- D. 若 $z_2 \neq 0$ ，则 $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$
3. 直线 $l: x \cos \alpha + y \sin \alpha = 1 (\alpha \in \mathbf{R})$ 与曲线 $C: x^2 + y^2 = 1$ 的交点个数为 ()
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 无法确定
4. 我国古代数学家赵爽用弦图给出了勾股定理的证明，弦图是由四个全等的直角三角形和中间的一个小正方形拼成的大正方形（如图所示），记大正方形和小正方形的面积分别为 S_1 和 S_2 ，若 $\frac{S_1}{S_2} = 5$ ，则直角三角形的勾（较短的直角边）与股（较长的直角边）的比值为 ()



A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{2}{5}$

5. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 “ $a+b \geq 2$ ” 是 “ $a^2+b^2 \geq 2$ ” 的 ()

A. 充要条件 B. 必要不充分条件 C. 充分不必要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. $\triangle ABC$ 中, $AB=5$, $AC=7$, D 为 BC 的中点, $AD=5$, 则 $BC=$ ()

A. $2\sqrt{3}$

B. $4\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{2}$

D. $4\sqrt{2}$

7. 已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点为 F , $M(x, y)$ 为 C 上一动点, 曲线 C 在点 M 处的切线交 y 轴于 N 点, 若 $\angle FMN = 30^\circ$, 则 $\angle FNM =$ ()

A. 60°

B. 45°

C. 30°

D. 15°

8. 已知函数 $f(x) = \lg x + \lg(2-x)$, 则 ()

A. $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 单调递减, 在 $(1, 2)$ 单调递增 B. $f(x)$ 在 $(0, 2)$ 单调递减

C. $f(x)$ 的图像关于直线 $x=1$ 对称

D. $f(x)$ 有最小值, 但无最大值

9. 设 $m, n \in \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, 曲线 $C: mx^2 + ny^2 = 1$, 则下列说法正确的为 ()

A. 曲线 C 表示双曲线的概率为 $\frac{1}{5}$

B. 曲线 C 表示椭圆的概率为 $\frac{1}{6}$

C. 曲线 C 表示圆的概率为 $\frac{1}{10}$

D. 曲线 C 表示两条直线的概率为 $\frac{1}{5}$

10. 点 $P(x, y)$ 在不等式组 $\begin{cases} x \geq 0 \\ x - 2y \leq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \end{cases}$ 表示的平面区域上, 则 xy 的最大值为 ()

A. $\frac{9}{4}$

B. 2

C. $\frac{8}{3}$

D. 3

11. 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为边长为 4 的正方形, $\angle PBA = \angle PBC$, $PD \perp AD$, Q 为正方形 $ABCD$ 内一动点且满足 $QA \perp QP$, 若 $PD=2$, 则三棱锥 $Q-PBC$ 的体积的最小值为 ()

- A. 3 B. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. 2

12. 已知正实数 x, y, z 满足 $\log_2 x = \log_3 y = \log_5 z \neq 0$, 给出下列 4 个命题:

- ① $x < y < z$ ② x, y, z 的方程 $x + y = z$ 有且只有一组解
③ x, y, z 可能构成等差数列 ④ x, y, z 不可能构成等比数列

其中所有真命题的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

第II卷(非选择题共90分)

二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 满分20分.

13. 若 a, b, c, d 为实数, 且 $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix} = ad - bc$, 定义函数 $f(x) = \begin{vmatrix} \sin x & \sqrt{3} \cos x \\ 2 \cos x & 2 \cos x \end{vmatrix}$, 现将 $f(x)$ 的图像先

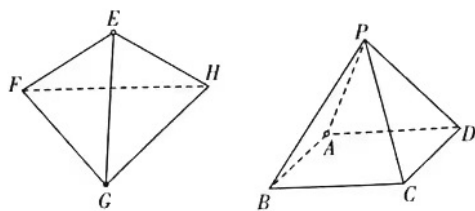
向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个单位, 再向上平移 $\sqrt{3}$ 个单位后得到函数 $g(x)$ 的图像, 则 $g(x)$ 的解析式为_____.

14. 已知非零向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}| = 1$ 且 $|\vec{c} - \vec{a} - \vec{b}| = 1$, 则 $|\vec{c}|$ 的取值范围是_____.

15. 若函数 $f(x) = e^x - e^{-x} + \frac{1}{3}x^3 - ax$ 无极值点, 则实数 a 的取值范围是_____.

16. 如图, 已知正四面体 $EFGH$ 和正四棱锥 $P-ABCD$ 的所有棱长都相等, 现将正四面体 $EFGH$ 的侧面 EGH 与正四棱锥 $P-ABCD$ 的侧面 PAB 重合 (P, E 重合; A, H 重合; B, G 重合) 后拼接成一个新的几何体, 对于新几何体, 下列说法正确的有_____

- ① $PF \perp CD$
② PF 与 BC 异面
③ 新几何体为三棱柱
④ 新几何体的 6 个顶点不可能在同一个球面上



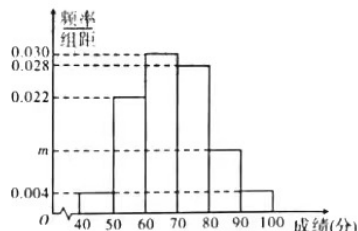
三、解答题: 共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第17~21题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第22、23题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共60分

17. (本小题12分)

某市作为常住人口超2000万的超大城市, 注册青年志愿者人数超114万, 志愿服务时长超268万小时. 2022

年6月, 该市22个市级部门联合启动了2022年市青年志愿服务项目大赛, 项目大赛申报期间, 共收到331个主体的416个志愿服务项目, 覆盖文明实践、社区治理与邻里守望、环境保护等13大领域. 已知某领域共有50支志愿队伍申报, 主管部门组织专家对志愿者申报队伍进行评审打分, 并将专家评分(单位: 分)分成6组: $[40, 50)$, $[50, 60)$, $\dots$, $[90, 100]$, 得到如图所示的频率分布直方图.

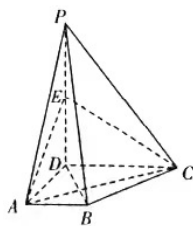


(1) 求图中 m 的值;

(2) 从评分不低于80分的队伍中随机选取3支队伍, 该3支队伍中评分不低于90分的队伍数为 X , 求随机变量 X 的分布列和期望.

18. (本小题12分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, $AB \parallel DC$, $CD = 2AB = 2AD = 2$, $PD = 4$, $AD \perp CD$, E 为棱 PD 上一点.



(1) 求证: 无论点 E 在棱 PD 的任何位置, 都有 $CD \perp AE$ 成立;

(2) 若 E 为 PD 中点, 求二面角 $A-EC-P$ 的余弦值.

19. (本小题12分)

已知函数 $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $f(n) - c$, 数列 $\{b_n\}$ ($b_n > 0$) 的首项为 c , 且前 n 项和 S_n

满足 $S_n - S_{n-1} = \sqrt{S_n} + \sqrt{S_{n-1}}$ ($n \geq 2$).

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\left\{\frac{1}{b_n b_{n+1}}\right\}$ 前 n 项和为 T_n , 求使 $T_n > \frac{1010}{2023}$ 的最小正整数 n .

20. (本小题12分)

已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), F 为左焦点, A 为上顶点, $B(2, 0)$ 为右顶点, 若 $\sqrt{7}|\overline{AF}| = 2|\overline{AB}|$,

抛物线 C_2 的顶点在坐标原点，焦点为 F 。

(1) 求 C_1 的标准方程；

(2) 是否存在过 F 点的直线，与 C_1 和 C_2 交点分别是 P, Q 和 M, N ，使得 $S_{\triangle OPQ} = \frac{1}{2} S_{\triangle OMN}$ ？如果存在，求出直线的方程；如果不存在，请说明理由（ $S_{\triangle OPQ}$ 为 $\triangle OPQ$ 面积）。

21. (本小题 12 分)

已知函数 $f(x) = x \ln x + \frac{a}{2} x^2 - x (a \in \mathbf{R})$ ，且 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内有两个极值点 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)。

(1) 求实数 a 的取值范围；

(2) 求证： $a + \frac{2}{x_1 + x_2} < 0$ 。

(二) 选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中选定一题作答，并用 2B 铅笔在答题卡上将所选题目对应的题号方框涂黑。按所涂题号进行评分，不涂、多涂均按所答第一题评分；多答按所答第一题评分。

22. (选修 4-4：坐标系与参数方程) (10 分)

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2t - \frac{1}{6t} \\ y = 2t + \frac{1}{6t} \end{cases}$ (t 为参数)。以坐标原点为极点， x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ 。

(1) 求曲线 C 的普通方程及直线 l 的直角坐标方程；

(2) 已知点 $M(2, 0)$ ，若直线 l 与曲线 C 交于 P, Q 两点，求 $\|PM\| - \|QM\|$ 。

23. (选修 4-5：不等式选讲) (10 分)

已知函数 $f(x) = |x-1| + |x+1|$ 。

(1) 求不等式 $f(x) < 3$ 的解集；

(2) 若二次函数 $y = -x^2 - 2x + m$ 与函数 $y = f(x)$ 的图象恒有公共点，求实数 m 的取值范围。



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线