树德中学高2020级高三下期开学考试数学试题（理科）

命题人： 考试时间：120分钟 全卷满分：150分

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

1．设集合 $A=\{1,2,x\}$，$B=\{2,x^2\}$，且 $A\cup B=A$，则 $x=$（ ）

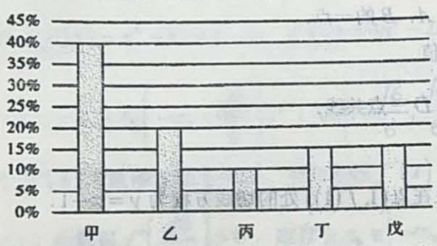
A. -1　　B. 1　　C. -1或0　　D. -1或0或1

2．设复数 $z=\dfrac{1+i}{7+4i}$，其在复平面内的对应的点记为 Z，则（ ）

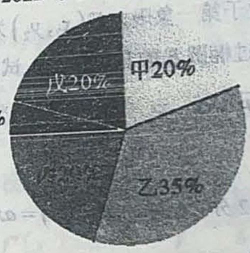
A. z 的虚部为 $-\dfrac{3}{65}i$　　B. $\bar{z}=\dfrac{11}{65}-\dfrac{3}{65}i$　　C. Z 在第四象限　　D. $|z|=\dfrac{8}{65}$

3．某国有企业响应国家关于进一步深化改革，加强内循环的号召，不断自主创新提升产业技术水平，同时积极调整企业旗下的甲、乙、丙、丁、戊等5种产品的结构比例，近年来取得了显著效果．据悉该企业2022年5种系列产品年总收入是2021年的2倍，其中5种系列产品的年收入构成比例如下图所示．则以下说法错误的是（ ）

2021年收入构成比例



2022年收入构成比例



A. 2022年甲系列产品收入和2021年的一样多

B. 2022年乙和丙系列产品收入之和比2021年的企业总收入还多

C. 2022年丁系列产品收入是2021年丁系列产品收入的 $\dfrac{1}{3}$

D. 2022年戊系列产品收入是2021年戊系列产品收入的2倍还多

4．“攒尖”是中国古代建筑中屋顶的一种结构形式，依据其不同的形状特征分为圆形攒尖、三角攒尖、四角攒尖、六角攒尖等，多见于亭阁式建筑．如图所示，某园林中的一种亭阁式建筑为六角攒尖，它的主要部分的轮廓可以近似看作为一个正六棱锥．设此正六棱锥的侧面等腰三角形的顶角为 2θ，则该正六棱锥的侧棱长 a 与其底面内切圆半径 r 的比为（ ）

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3\sin\theta}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{3\cos\theta}$　　C. $\dfrac{1}{2\sin\theta}$　　D. $\dfrac{1}{2\cos\theta}$

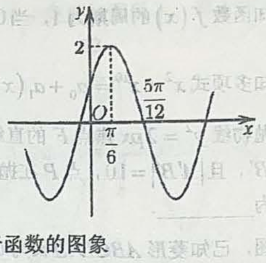
5．已知 $\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(-1,3)$，则 $\vec{a}-\vec{b}$ 在 $\vec{a}+\vec{b}$ 方向上的投影所对应向量的坐标为（ ）

A. $(0,1)$　　B. $(-1,0)$　　C. $(0,-1)$　　D. $(0,1)$

6．若 $\theta\in\left(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right)$，且 $\cos^2\theta+\cos\left(2\theta+\dfrac{\pi}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}$，则 $\tan\theta=$（ ）

A. $\sqrt{3}$　　B. 2　　C. 3　　D. $2\sqrt{3}$

7. 已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(x\in R, A>0, \omega>0, |\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，则下列说法正确的是（　　）



A. 直线 $x=\pi$ 是函数 $y=f(x)$ 的图象的一条对称轴

B. 函数 $y=f(x)$ 的图象的对称中心坐标为 $\left(k\pi-\dfrac{\pi}{12},0\right)$，$k\in Z$

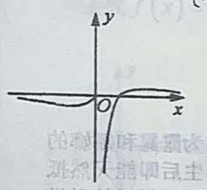
C. 函数 $y=f(x)$ 在区间 $\left[-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{6}\right]$ 上单调递增

D. 将函数 $y=f(x)$ 的图象向左平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 个单位长度后，可得到一个奇函数的图象

8. ΔABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，满足 $(\sin B-\sin C)^2=\sin^2 A-\sin B\sin C$．若 ΔABC 为锐角三角形，且 $a=3$，则当 ΔABC 面积最大时，其内切圆面积为（　　）

A. 9π　　B. 3π　　C. $\dfrac{9}{4}\pi$　　D. $\dfrac{3}{4}\pi$

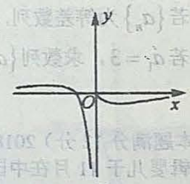
9. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{\ln x}{x}, & x>0\\ xe^x, & x\le 0\end{cases}$，则函数 $y=f(1-x)$ 的图象大致是（　　）



A.

B.

C.



D.

10. 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0, b>0)$ 的右焦点为 F，两条渐近线分别为 l_1、l_2，过 F 且与 l_1 平行的直线与双曲线 C 及直线 l_2 依次交于点 B、D，点 B 恰好平分线段 FD，则双曲线 C 的离心率为（　　）

A. $\dfrac{4}{3}$　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

11. 已知 $a=\dfrac{2}{5}$，$b=e^{-\frac{3}{5}}$，$c=\ln 5-\ln 4$，则 a，b，c 的大小关系为（　　）

A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$　　C. $b>a>c$　　D. $b>c>a$

12. 已知函数 $f(x)=x^4-x^2+x-1$，则下列四个说法中正确的个数为（　　）

①曲线 $y=f(x)$ 上存在三条互相平行的切线；　②函数 $y=f(x)$ 有唯一极值点；

③函数 $y=f(x)$ 有两个零点；　④过坐标原点 O 可作曲线 $y=f(x)$ 的切线.

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

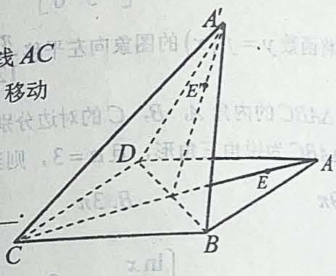
二、填空题：（共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分．）

13．已知函数 $f(x)$ 的周期为 1，当 $0<x\le 1$ 时，$f(x)=-\ln x$，则 $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ 的值为________．

14．已知多项式 $x^2+x^{10}=a_0+a_1(x+1)+a_2(x+1)^2+\cdots+a_{10}(x+1)^{10}$，则 $a_3=$________．

15．过抛物线 $y^2=2px$ 焦点 F 的直线 l 与抛物线交于 A、B，点 A、B 在抛物线准线上的射影分别为 A'、B'，且 $|A'B'|=10$，点 P 在抛物线的准线上．若 AP 是 $\angle A'AF$ 的角平分线，则点 P 到直线 l 的距离为________．

16．如图，已知菱形 $ABCD$ 边长为 6，$\angle ADC=120^\circ$，E 为对角线 AC 上一点，$AE=\sqrt{3}$．将 $\triangle ABD$ 沿 BD 翻折到 $\triangle A'BD$ 的位置，点 E 移动到点 E'，且二面角 $A'-BD-A$ 的大小为 60°．



（1）三棱锥 $A'-BCD$ 的外接球的半径为______；

（2）过 E' 作平面与该外接球相交，所得截面面积的最小值为______．

（第一空 2 分，第二空 3 分）

三、解答题（共 6 题，满分 70 分．）

17．（本题满分 12 分）已知数列 $\{a_n\}$ 中，对任意的 $n\in N_+$，都有 $a_n+a_{n+1}=4n$．

（Ⅰ）若 $\{a_n\}$ 为等差数列，求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）若 $a_1=3$，求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n．

18．（本题满分 12 分）2018 年 11 月 26 日，南方科技大学的贺建奎团队宣布一对名为露露和娜娜的基因编辑婴儿于 11 月在中国健康诞生．这对双胞胎的一个基因经过修改，使她们出生后即能天然抵抗艾滋病毒，这是世界上首例免疫艾滋病的基因编辑婴儿．当即全球有 122 位生物医学领域的科学家联名谴责，称“此项技术早就可以做”，但不做的原因是巨大的风险和道德伦理问题，直指这项所谓研究的生理医学伦理审查形同虚设，直接进行人体实验，只能用“疯狂”二字来形容．针对这件事，某部门就“基因编辑婴儿”的看法随机抽取了 40 人进行了问卷调查，其中男、女各 20 人，将问卷得分情况制作成茎叶图如下．为便于对调查对象作进一步研究分析，将得分高于 85 分的称为“A 类”调查对象，得分不大于 85 分的称为“非 A 类”调查对象．

男		女
	1	6
8	2	5
4	3	4
	4	0
5	5	2 5 8 5
8	6	
4	7	8 0 2 8 8 7 3
4 5 7 9 2	8	0
4 7 8 8 7 7 6	9	4
0 0 0	10	0 0 0

（Ⅰ）某部门想要进一步了解“A 类”调查对象的更多信息，将调查所得的频率视为概率．

①若从“A 类”调查对象中抽取 2 人，求抽取的 2 人性别不同的概率 $P(A)$；

②若从“A 类”调查对象中抽取 3 人，设被抽到的 3 人中男、女人数差的绝对值为 X，求 X 的分布列与数学期望．

（Ⅱ）通过问卷调查得到对应 2×2 列联表，请完成列联表中数据的填写，并说明是否能够在犯错误的概率不超过 1% 的前提下，认为调查对象是“A 类”与性别有关？

（参考公式与数据，见 19 题上方）

	“非 A 类”调查对象人数	“A 类”调查对象人数	总计
男			
女			
总计			

2023-2 高三数开

18题参考公式与数据

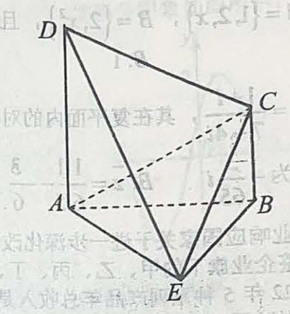
$$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(a+c)(b+d)(c+d)}，n=a+b+c+d$$

$P(K^2\ge k_0)$	0.050	0.010	0.001
k_0	3.841	6.635	10.828

19.（本题满分12分）如图，在几何体$ABCDE$中，$AD\perp$面ABE，$AD//BC$，$AD=2BC$，$AB=BE$．

（Ⅰ）求证：平面$DCE\perp$平面DAE；

（Ⅱ）若$AB=1$，$AE=\sqrt{2}$，二面角$B-CE-D$的大小为α，且$|\cos\alpha|=\frac{\sqrt{6}}{6}$，求$AD$的长．



20.（本题满分12分）已知椭圆$E:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$，过原点$O$作直线$l$与椭圆$E$交于$A$、$B$两点，其中$A(x_1,y_1)$位于第一象限，$C(x_2,y_2)$为椭圆$E$上异于$A$、$B$的一点．

（Ⅰ）若AC经过椭圆E的右焦点F，试求$S_{\Delta ABC}$的最大值．

（Ⅱ）若$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AB}=0$，记点$D\left(x_1,\frac{y_1}{2}\right)$，试证明$B$、$C$、$D$三点共线．

21.（本题满分12分）已知函数$f(x)=ax+\frac{b}{x}+c$的图象在点$(1,f(1))$处的切线方程为$y=x-1$．

（Ⅰ）用a表示b、c；

（Ⅱ）若$f(x)-\ln x\ge 0$在$[1,+\infty)$上恒成立，求a的取值范围；

（Ⅲ）证明：$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{n}+\frac{1}{2(n+1)}>\frac{1}{2}+\ln(n+1)(n\in N_+)$．

（选考题）请在第22、23题中任选一题作答．如果多做，则按所做的第一题计分．

22.（本题满分10分）在平面直角坐标系xOy中，直线l的参数方程为$\begin{cases}x=-1+t\\y=t\end{cases}$（$t$为参数），以坐标原点$O$为极点，$x$轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线$C$的极坐标方程为$\rho=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+\sin^2\theta}}$．

（Ⅰ）求曲线C的直角坐标方程；

（Ⅱ）若直线l与曲线C交于M、N两点，求线段MN的长．

23.（本题满分10分）已知函数$f(x)=|x-1|-|x-2|$，$g(x)=|2x-1|$．

（Ⅰ）求函数$f(x)$的值域；

（Ⅱ）若$a>0$，$b>0$，且$a^2+b^2=1$，不等式$4f(x)\le\frac{1}{2a^2}+\frac{1}{2b^2}$恒成立，求实数$x$的取值范围．

第2页共2页

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。