



2023 届贵州省六校联盟高考实用性联考卷（三） 理科数学参考答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	A	D	B	B	A	C	C	B	C	D	C

【解析】

1. 由 $A = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$, $B = \{x | x > 0\}$ 得 $A \cap B = \{x | -1 \leq x \leq 1\} \cap \{x | x > 0\} = \{x | 0 < x \leq 1\}$, 故选 D.

【考查目标】 本题主要考查集合的交集运算, 考查学生数学运算的核心素养.

2. $z = \frac{|1 + \sqrt{3}i|}{1+i} = \frac{2}{1+i} = 1-i$, 故 $\bar{z} = 1+i$, 故选 A.

【考查目标】 本题主要考查复数的四则运算和几何意义, 考查学生数学运算的核心素养.

3. 对于 A: 甲同学的体温的极差为 $36.6 - 36.1 = 0.5^\circ\text{C}$, 故 A 选项正确; 对于 B: 甲同学的体温从低到高依次为 36.1°C , 36.1°C , 36.3°C , 36.3°C , 36.3°C , 36.5°C , 36.6°C , 故众数为 36.3°C , 故 B 选项正确; 对于 C: 从折线图上可以看出, 乙同学的体温比甲同学的体温稳定, 故 C 选项正确; 对于 D: 乙同学的体温从低到高依次为 36.2°C , 36.3°C , 36.3°C , 36.4°C , 36.5°C , 36.5°C , 36.6°C , 故中位数为 36.4°C , 而平均数也是 36.4°C , D 选项错误, 故选 D.

【考查目标】 本题主要考查统计图形中的样本数字特征, 考查学生逻辑推理和数据分析的核心素养.

4. 假设先执行若干次循环: $S=0, k=1; S=\frac{1}{1 \times 3}, k=3; S=\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5}, k=5; \dots,$

$$S = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9}, k=9; S = \frac{1}{1 \times 3} + \dots + \frac{1}{9 \times 11} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots - \frac{1}{9} + \frac{1}{11} \right) = \frac{5}{11}, k=11, \text{ 结束循环, 再分析选项, 只有 B 符合题意, 故选 B.}$$

【考查目标】 本题主要考查程序框图与数列裂项求和, 考查学生数学运算的核心素养.

5. 设圆柱的高为 h , 因为忽略杯壁厚度, 所以酒杯内壁表面积为半球的表面积与圆柱侧面的表面积之和, 即 $\frac{1}{2} \times 4\pi R^2 + 2\pi R \cdot h = 6\pi R^2$, 解得 $h = 2R$, 所以圆柱的高和球的半径的比为 $2:1$, 故选 B.

□ □ ■ □ ■ ■ ■

【考查目标】本题主要考查空间立体几何圆柱与球，考查学生数学抽象与数学运算的核心素养。

6. 当 $n=1$ 时, $a_1=2$, 当 $n \geq 2$ 时, $\because a_1+a_2+a_3+\dots+a_n=n^2+n$ ①, $\because a_1+a_2+a_3+\dots+a_{n-1}=(n-1)^2+n-1=n^2-n$ ②, ①-②得: $a_n=2n$, 当 $n=1$ 时也成立, 故 $a_2, a_4, a_6, \dots, a_{2n}$ 构成首项是 $a_2=4$, 公差 $d=4$ 的等差数列, 所以 $a_2+a_4+a_6+\dots+a_{2n}=4n+\frac{n(n-1)}{2} \times 4=2n^2+2n$, 故选 A.

【考查目标】本题主要考查等差数列基本量的运算, 考查学生逻辑推理与数学运算的核心素养。

7. \because 函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{4}\right)$ ($\omega>0$) 的最小正周期为 $\frac{2}{3}\pi$, $\therefore \omega=\frac{2\pi}{\frac{2}{3}\pi}=3$, 将函数

$f(x)=\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)$ 的图象向左平移 φ ($\varphi>0$) 个单位长度后得到的图象对应的解析式为

$y=\sin\left[3(x+\varphi)+\frac{\pi}{4}\right]$. 因为其图象经过原点, 所以 $\sin\left(3\varphi+\frac{\pi}{4}\right)=0$, 所以 $3\varphi+\frac{\pi}{4}=k\pi, k \in \mathbf{Z}$,

解得 $\varphi=\frac{k\pi}{3}-\frac{\pi}{12}, k \in \mathbf{Z}$. 又 $\varphi>0$, 所以 φ 的最小值为 $\frac{\pi}{3}-\frac{\pi}{12}=\frac{\pi}{4}$, 故选 C.

【考查目标】本题主要考查三角函数图象的变换, 考查学生逻辑推理、数学运算的核心素养。

8. 从 10 级台阶至 6 级台阶分别用 $n=1$ 至 $n=5$ 表示, a_n 表示甲走到第 n 级台阶时, 所有可能不同的走法, 则①从第 11 级台阶迈步到第 10 级台阶需要 1 步, 即当 $n=1$ 时, $a_1=1$; ②从第 11 级台阶迈步到第 9 级台阶可以一步一级跨, 也可以一步跨 2 级台阶, 即当 $n=2$ 时, $a_2=2$; ③从第 11 级台阶迈步到第 8 级台阶可以一步一级跨, 也可以一步跨 3 级台阶, 还可以第一步跨 1 级台阶, 第二步跨 2 级或第一步跨 2 级, 第二步跨 1 级, 即当 $n=3$ 时, $a_3=4$; 当 $n=4$ 时, 分三种情况讨论, 如果第一步跨一级台阶, 那么还剩下三级台阶, 由③可知有 $a_3=4$ (种) 跨法. 如果第一步跨二级台阶, 那么还剩下二级台阶, 由②可知有 $a_2=2$ (种) 跨法. 如果第一步跨三级台阶, 那么还剩下一级台阶, 由①可知有 $a_1=1$ (种) 跨法. 根据加法原理, 有 $a_4=a_1+a_2+a_3=7$, 类推, 当 $n=5$ 时, 甲只能从 2, 3, 4 跨到 5, 则 $a_5=a_2+a_3+a_4=2+4+7=13$, 故选 C.

【考查目标】本题主要考查计数原理与排列组合, 考查学生逻辑推理和数学运算的核心素养。



9. $f'(x) = x - (1+a) + \frac{a}{x} = \frac{(x-a)(x-1)}{x}$, 要使函数在 $f(x)$ 在 $x=a$ 处取得极小值, 则 $a > 1$, 故选 B.

【考查目标】本题主要考查导数与极值, 考查学生逻辑推理和数学运算的核心素养.

10. $x^2 - 2xy + 4y^2 = 2$ 可变形为 $(x+2y)^2 - 2 = 6xy$, 因为 $6xy = 3 \cdot x \cdot 2y \leq 3 \times \left(\frac{x+2y}{2}\right)^2$, 所以 $(x+2y)^2 - 2 \leq 3 \times \left(\frac{x+2y}{2}\right)^2$, 解得 $-2\sqrt{2} \leq x+2y \leq 2\sqrt{2}$, 当且仅当 $x=2y$ 即 $x=\sqrt{2}, y=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时, $x+2y$ 取到最大值 $2\sqrt{2}$, 故选 C.

【考查目标】本题主要考查不等式的性质, 考查学生逻辑推理与数学运算的核心素养.

11. 设 $|DF_1| = |AF_1| = x$, 则 $|DF_2| = x - 2a$, 由双曲线的对称性和平行四边形的对称性可知: $|CF_2| = |AF_1| = x$, 连接 CF_1 , 则有 $|CF_1| = x + 2a$, $|DC| = |DF_2| + |CF_2| = 2x - 2a$, 由于 F_1 在以 AD 为直径的圆周上, $\therefore DF_1 \perp AF_1$, $\because ABCD$ 为平行四边形, $AB \parallel CD$, $\therefore DF_1 \perp DC$, 在直角三角形 CDF_1 中, $|CF_1|^2 = |DF_1|^2 + |CD|^2$, $(x+2a)^2 = x^2 + (2x-2a)^2$, 解得: $x = 3a$, $|DF_1| = 3a$, $|DF_2| = a$; 在直角三角形 F_1F_2D 中, $|DF_1|^2 + |DF_2|^2 = |F_1F_2|^2$, $(3a)^2 + a^2 = (2c)^2$, 得 $5a^2 = 2c^2$, 又因为 $c=1$, $a^2 = \frac{2}{5}$, $b^2 = \frac{3}{5}$, 双曲线的方程为 $\frac{5x^2}{2} - \frac{5y^2}{3} = 1$, 故选 D.

【考查目标】本题主要考查双曲线的性质和方程, 考查学生逻辑推理、数学运算和数学建模的核心素养.

12. 问题转化为方程: $4|x-a| - a = x^2 - 3$ 有三个大于 0 的根, 即等价于 $s(x) = 4|x-a| - a$ 与 $g(x) = x^2 - 3$ 在 $x > 0$ 上有三个交点, 如图 1 所示, 显然, 当 $a \leq 0$ 时, 不符合题意. 当 $a > 0$ 时,

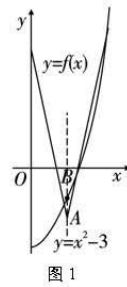


图 1

$s(x) = 4|x-a| - a = \begin{cases} -4x + 3a, & 0 < x \leq a, \\ 4x - 5a, & x > a, \end{cases}$ 只需满足 $s(a) < g(a)$ 且方程:

$4x - 5a = x^2 - 3 (x > a)$ 有两根, 即可 (需验算两根均大于 a , 验算根符合条件的过程略).

$$\begin{cases} -a < a^2 - 3, \\ \Delta = (-4)^2 - 4(5a-3) > 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{\sqrt{13}-1}{2} < a < \frac{7}{5}, \text{ 故选 C.}$$

【考查目标】本题主要考查函数的性质综合, 考查学生数学抽象、数学运算和数学建模的核心素养.



二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

题号	13	14	15	16
答案	$\frac{\pi}{3}$	2	$\left[-\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5}\right]$	①③④

【解析】

13. 依题意有 $(2\vec{e}_1 - \vec{e}_2) \cdot \vec{e}_2 = 0$, $2\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 - \vec{e}_2 \cdot \vec{e}_2 = 0$, 解得 $\cos\theta = \frac{1}{2}$, 故 $\theta = \frac{\pi}{3}$.

【考查目标】本题主要考查平面向量, 考查学生逻辑推理与数学运算的核心素养.

14. $\because a_4 = a_1 q^3 = 4$, 则 $\log_8 a_2 + \log_8 a_3 + \log_8 a_7 = \log_8 (a_2 \cdot a_3 \cdot a_7) = \log_8 (a_1 q^3)^3 = \log_8 64 = 2$.

【考查目标】本题主要考查等比数列和指、对数运算, 考查学生逻辑推理与数学运算的核心素养.

15. 设点 M 的坐标为 (x, y) , 有 $\frac{x^2 + y^2}{(x-4)^2 + y^2} = \frac{1}{9}$, 整理得 $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{9}{4}$, 所以 M 为圆上

的点, 直线 $l: kx - y - k = 0$ 过定点 $(1, 0)$, 点 $(1, 0)$ 在圆上, 设 d 为圆心 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ 到直线 l

的距离, 令 $d = \frac{\left|-\frac{1}{2}k - k\right|}{\sqrt{1+k^2}} \leq 1$, 解得 $-\frac{2\sqrt{5}}{5} \leq k \leq \frac{2\sqrt{5}}{5}$, 故 $k \in \left[-\frac{2\sqrt{5}}{5}, \frac{2\sqrt{5}}{5}\right]$.

【考查目标】本题主要考查直线与圆的位置关系, 考查学生逻辑推理和数学运算的核心素养.

16. ① $\triangle PAE$ 在平面 CDD_1C_1 上的投影图形为底为 2 高为 2 的三角形, 故投影图形的面积为定值 2, 故①正确; ②如图 2, 取 CC_1 的四等分点 M , 则 $EM \parallel AF$, 平面 AEF 截该正方体所得的截面图形是 $AEMF$, 为四边形, 故②错误; ③如图 2, 延长 FD_1 , 使得 $FD_1 = D_1N$, 连接 EN 交上底面 $A_1B_1C_1D_1$ 于点 P , 则 $|PE| + |PF| = |PE| + |PN| = |EN|$, 当 E, P, N 三点共线时, 其和最小为 EN , 且 $ED = \sqrt{5}$, $ND = 3$, $\therefore EN = \sqrt{ED^2 + ND^2} = \sqrt{14}$, $|PE| + |PF|$ 的最小值是 $\sqrt{14}$, 故③正确; ④如图 2, 建立空间直角坐标系, 则 $E(1, 2, 0)$, $P(x, y, 2)$, $\therefore |EP| = 2\sqrt{2}$, 即 $(x-1)^2 + (y-2)^2 + 2^2 = (2\sqrt{2})^2$, 化简得圆 $O: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$, 如图 3, 点 P 在上底面内

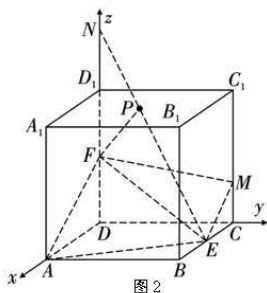


图 2

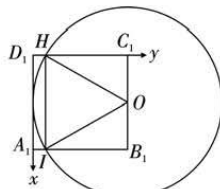


图 3

□ □ ■ □ ■ ■ ■

运动路径的长度为劣弧 HI ，记为 l ， $\because HI = OH = OI = 2$ ， $\therefore \angle HOI = \frac{\pi}{3}$ ， $l = \theta \cdot R$
 $= \frac{\pi}{3} \times 2 = \frac{2\pi}{3}$ ，故④正确. 【评分标准】有错选不得分，漏选给 2 分，全对给 5 分.

【考查目标】本题主要考查立体几何综合问题，考查学生数学抽象、数学建模、逻辑推理与数学运算的核心素养.

三、解答题（共 70 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分 12 分）

解：（1）设工人甲生产的产品重量不低于 80 克的概率为 $P_{\text{甲}}$ ，则 $P_{\text{甲}} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ ，

工人乙生产的产品重量不低于 80 克的概率为 $P_{\text{乙}}$ ，则 $P_{\text{乙}} = \frac{9}{20}$.

..... (6 分)

（2）根据茎叶图得列联表如下：

	甲	乙	合计
合格	12	17	29
不合格	8	3	11
合计	20	20	40

$$K^2 = \frac{40 \times (12 \times 3 - 17 \times 8)^2}{20 \times 20 \times 11 \times 29} \approx 3.135 > 2.706,$$

故判断有 90% 的把握认为产品是否合格与生产的工人有关. (12 分)

【考查目标】本题主要考查茎叶图与独立性检验，考查学生逻辑推理、数学运算与数据分析的核心素养.

18.（本小题满分 12 分）

解：（1） $\because \sin A - \sin 2B = 0 \Rightarrow \sin A = 2 \sin B \cos B \Rightarrow \cos B = \frac{\sin A}{2 \sin B} = \frac{a}{2b} = \frac{3}{5}$ ，

又 $\because B \in (0, \frac{\pi}{2})$ ， $\therefore \sin B = \frac{4}{5}$ ， $\therefore \sin A = 2 \sin B \cos B = \frac{24}{25}$ ，..... (2 分)

又 $\because A \in (0, \frac{\pi}{2})$ ， $\therefore \cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \frac{7}{25}$ ，..... (3 分)

$$\therefore \cos C = -\cos(A+B) = -\cos A \cos B + \sin A \sin B = -\frac{7}{25} \times \frac{3}{5} + \frac{24}{25} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5}.$$

..... (6 分)



(2) 设 $AM = m$, $AN = n$, 由 (1) 知 $\cos B = \cos C = \frac{3}{5}$, $\therefore c = b = 5$,

又 $\because S_{\triangle AMN} : S_{\triangle ABC} = 1 : 3$, $\therefore S_{\triangle AMN} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} \Rightarrow \frac{1}{2} mn \sin A = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} bc \sin A \Rightarrow mn = \frac{25}{3}$,

..... (9分)

$$\therefore MN^2 = m^2 + n^2 - 2mn \cos A \geq 2mn - \frac{14}{25} mn = 12,$$

所以 MN 的最小值为 $2\sqrt{3}$ (12分)

【考查目标】 本题主要考查正余弦定理与最值问题, 考查学生逻辑推理和数学运算的核心素养.

19. (本小题满分 12 分)

(1) 证明: \because 在图甲中, $AB \parallel CD \parallel EF$, $AB = 2EF = 4CD = 4$, $AB \perp BC$,

\therefore 在图乙中有, $EF \perp FC_1$, $EF \perp BF$, (1分)

又 $\because FC_1$ 与 BF 是平面 BC_1F 内的交线,

$\therefore EF \perp$ 平面 BC_1F , $\therefore EF \perp BC_1$, (3分)

如图 4, 分别过 D_1 , E 作 $D_1M \perp EF$, $EN \perp AB$, 垂足分别是 M , N ,

易知 $MF = C_1D_1 = 1$, $\therefore EM = 1$,

又 $\angle FED_1 = \angle BAE = 45^\circ$, $\therefore C_1F = D_1M = EM = 1$,

同理 $BF = EN = AN = 2$, 又 $BC_1 = \sqrt{3}$,

$$\therefore C_1F^2 + BC_1^2 = BF^2,$$

$\therefore BC_1 \perp C_1F$, 又 EF 与 C_1F 是平面 C_1D_1EF 内的交线,

..... (5分)

$\therefore BC_1 \perp$ 平面 C_1D_1EF , $\therefore BC_1 \perp ED_1$ (6分)

(2) 解: 由 (1) 易知, 可以 C_1 为原点, 分别以射线 C_1F , C_1B , C_1D_1 为 x 轴、 y 轴、 z 轴建立如图所示的空间直角坐标系, 相应各点的坐标如下:

$$D_1(0, 0, 1), A(0, \sqrt{3}, 4), E(1, 0, 2), \overrightarrow{D_1E} = (1, 0, 1), \overrightarrow{D_1A} = (0, \sqrt{3}, 3),$$

..... (8分)

设平面 AD_1E 的一个法向量为 $\vec{n}_1 = (x, y, 1)$,

$$\text{由 } \begin{cases} \overrightarrow{D_1E} \perp \vec{n}_1 \\ \overrightarrow{D_1A} \perp \vec{n}_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{D_1E} \cdot \vec{n}_1 = 0 \\ \overrightarrow{D_1A} \cdot \vec{n}_1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1=0 \\ \sqrt{3}y+3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-\sqrt{3} \end{cases} \therefore \vec{n}_1 = (-1, -\sqrt{3}, 1),$$

..... (10分)

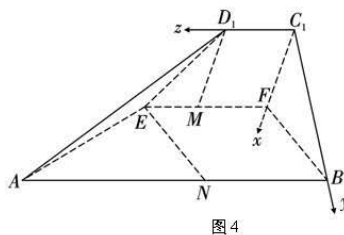


图 4

□ □ ■ □ ■ ■ ■

平面 BC_1F 的一个法向量为 $\vec{n}_2 = (0, 0, 1)$,

$$\cos\langle \vec{n}_1, \vec{n}_2 \rangle = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{1}{\sqrt{1+3+1}} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

∴ 平面 AD_1E 与平面 BC_1F 所成的二面角的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (12分)

【考查目标】 本题主要考查异面直线垂直的判定、二面角的余弦值, 考查学生逻辑推理、直观想象与数学运算的核心素养.

20. (本小题满分 12 分)

解: (1) 因为点 $(2, y_0)$ 在抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 上, 所以 $y_0 = \frac{2}{p}$,

..... (1分)

由抛物线的性质得: $\frac{2}{p} + \frac{p}{2} = 2$, (2分)

解得 $p = 2$, 即抛物线 C 的方程为 $x^2 = 4y$ (4分)

(2) 由题意可设 $D(t, -3)$, $t \neq 0$, $A(x_1, y_1)$,

因为 $y = \frac{1}{4}x^2$, 所以 $y' = \frac{1}{2}x$, 即 $k_{AD} = \frac{1}{2}x_1$,

故 $\frac{y_1+3}{x_1-t} = \frac{1}{2}x_1$, 整理得 $tx_1 - 2y_1 + 6 = 0$,

设点 $B(x_2, y_2)$, 同理可得 $tx_2 - 2y_2 + 6 = 0$,

则直线 AB 方程为: $tx - 2y + 6 = 0$,

令 $y = -3$ 得 $x = -\frac{12}{t}$, 即点 $M\left(-\frac{12}{t}, -3\right)$, (7分)

因为直线 NF 与直线 AB 垂直, 所以直线 NF 方程为: $y = -\frac{2}{t}x + 1$,

令 $y = -3$ 得 $x = 2t$, 即点 $N(2t, -3)$, (8分)

∴ $|MN| = 2|t| + \frac{12}{|t|} \geq 4\sqrt{6}$,

当且仅当 $2|t| = \frac{12}{|t|}$ 时, $t^2 = 6$ 时上式等号成立, (9分)



$$\text{联立} \begin{cases} tx - 2y + 6 = 0, \\ x^2 = 4y, \end{cases} \text{ 得 } x^2 - 2tx - 12 = 0,$$

$$\therefore x_1 + x_2 = 2t, x_1 \cdot x_2 = -12, \Delta = 4t^2 + 48 > 0, \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$

$$|AB| = \sqrt{\left(1 + \frac{t^2}{4}\right)[(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2]} = \sqrt{\left(1 + \frac{t^2}{4}\right)(4t^2 + 48)} = 6\sqrt{5},$$

\dots\dots\dots (11 分)

$$\therefore \frac{|AB|}{|MN|} = \frac{\sqrt{30}}{4}, \dots\dots\dots (12 \text{ 分})$$

【考查目标】 本题主要考查抛物线的标准方程、直线与抛物线的综合问题，考查学生数学运算的核心素养。

21. (本小题满分 12 分)

解: (1) $f'(x) = e^x$, $f(0) = 1$, 即切点为 $(0, 1)$, 该点处的斜率 $k = f'(0) = 1$,

故切线 $l: y = x + 1$, \dots\dots\dots (1 分)

证明除了切点以外 $f(x)$ 都在 l 的上方,

即证 $e^x \geq x + 1$ 恒成立, 当且仅当 $x = 0$ 时取等号,

令 $h(x) = e^x - x - 1$, 则 $h'(x) = e^x - 1$,

当 $x \geq 0$ 时, $h'(x) \geq 0$, $h(x)$ 单调递增;

当 $x < 0$ 时, $h'(x) < 0$, $h(x)$ 单调递减,

$$h(x) \geq h(x)_{\min} = h(0) = 0,$$

故 $e^x \geq x + 1$, 当且仅当 $x = 0$ 时取等号,

\therefore 除了切点以外 $f(x)$ 都在 l 的上方. \dots\dots\dots (5 分)

$$(2) \text{ 令 } s(x) = e^x - \frac{1}{2}x^2 - mx - \cos x, s'(x) = e^x - x - m + \sin x, \because s(0) = 0,$$

(i) 当 $m > 1$ 时, $s'(0) = 1 - m < 0$, 故存在 x_0 使得在 $[0, x_0)$, $s(x)$ 单调递减,

$s(x_0) < s(0) = 0$ 与题意矛盾; \dots\dots\dots (7 分)

(ii) 当 $m \leq 1$ 时, 要证 $e^x - \frac{1}{2}x^2 - mx - \cos x \geq 0$,

$$\text{即证 } e^x - \frac{1}{2}x^2 - x - \cos x \geq 0,$$



即证 $(e^x - \frac{1}{2}x^2 - x - 1) + (1 - \cos x) \geq 0$,

令 $m(x) = e^x - \frac{1}{2}x^2 - x - 1$, $t(x) = 1 - \cos x$,

$m'(x) = e^x - x - 1$, 由 (1) 可知 $m'(x) = e^x - x - 1 \geq 0$,

故 $m(x) = e^x - \frac{1}{2}x^2 - x - 1$ 在区间 $[0, +\infty)$ 上单调递增,

$\therefore m(x) \geq m(x)_{\min} = m(0) = 0$, $\therefore m(x) \geq 0$,

显然 $t(x) = 1 - \cos x \geq 0$,

即 $m(x) + t(x) \geq 0$ 在 $x = 0$ 时取等号成立.

综上, 实数 m 的取值范围是 $(-\infty, 1]$ (12分)

【考查目标】 本题主要考查利用导数求切线方程与证明、求参数的取值范围, 考查学生数学抽象、逻辑推理与数学运算的核心素养.

22. (本小题满分 10 分) **【选修 4-4: 坐标系与参数方程】**

解: (1) 直线 l_1 的直角坐标方程为 $x + 2y - 10 = 0$,

由题可知 $c = \sqrt{5}$,

因为 $\sin \angle OF_1D = \frac{2}{3}$, 所以 $\frac{OD}{DF_1} = \frac{b}{a} = \frac{2}{3}$,

又 $a^2 = b^2 + c^2$, 解得 $\begin{cases} a = 3, \\ b = 2, \end{cases}$

$\therefore \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$,

则椭圆 C 的一个参数方程为 $\begin{cases} x = 3 \cos \varphi, \\ y = 2 \sin \varphi \end{cases}$ (φ 为参数). **【答案不唯一, 酌情给分】**

..... (5分)

(2) 已知直线 $l_2: x - 2y - z = 0$, 得 $z = x - 2y$,

因为直线 l_2 与椭圆 C 有公共点, 设 $M(3 \cos \varphi, 2 \sin \varphi)$ 是椭圆 C 上的点,

则 $z = 3 \cos \varphi - 4 \sin \varphi = -5 \sin(\varphi - \theta) \left(\tan \theta = -\frac{3}{4} \right)$,

因为 $-1 \leq \sin(\varphi - \theta) \leq 1$, 所以 $z \in [-5, 5]$,

又因为直线 l_2 不经过第四象限, 所以 z 的最大值为 0, 最小值为 -5. (10分)



【考查目标】本题主要考查椭圆的参数方程、直线与椭圆的综合问题，考查学生直观想象与数学运算的核心素养。

23. (本小题满分 10 分) 【选修 4-5: 不等式选讲】

解: (1) 由题得, $f(x) = |x-2| - 2|x-5| = \begin{cases} x-8, & x < 2, \\ 3x-12, & 2 \leq x \leq 5, \\ 8-x, & x > 5, \end{cases}$

则 $y = f(x)$ 的图象如图 5,

令 $3x-12=1$, 解得 $x = \frac{13}{3}$; 令 $8-x=1$, 解得 $x=7$,

由图可知, 不等式 $f(x) > 1$ 的解集为 $(\frac{13}{3}, 7)$.

..... (5 分)

(2) 如图 6, 在同一坐标系中画出 $y = f(x)$ 与 $y = 2|x-a|$ 的图象,

当点 $A(5, 3)$ 在 $y = 2|x-a|$ 的图象上时, 代入点 $A(5, 3)$,

可得 $3 = 2 \times |5-a|$, 解得 $a = \frac{7}{2}$ 或 $\frac{13}{2}$ (舍去),

当点 $B(8, 0)$ 在 $y = 2|x-a|$ 的图象上时,

可得 $0 = 2 \times |8-a|$, 解得 $a=8$,

数形结合可得 $a \leq \frac{7}{2}$ 或 $a \geq 8$,

即实数 a 的取值范围是 $(-\infty, \frac{7}{2}] \cup [8, +\infty)$.

..... (10 分)

【考查目标】本题主要考查双绝对值不等式求解和函数图象的应用, 考查学生直观想象与数学运算的核心素养。

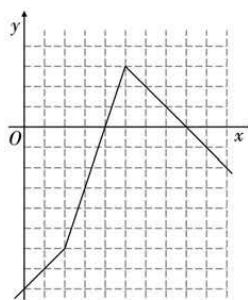


图 5

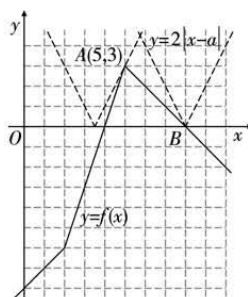


图 6

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

