

2023 年高一 5 月份质量检测 数学试题

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上. 写在本试卷上无效.
3. 在考试结束后将答题卡交回.

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 复数 $\frac{4+3i}{2-i}$ 在复平面内对应的点在 ()

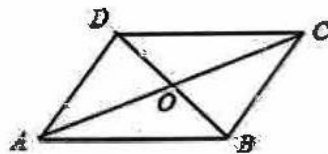
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

2. $\cos 20^\circ \cos 40^\circ - \sin 20^\circ \cos 50^\circ$ 的值等于 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. 0 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. 如图, 点 O 是平行四边形 $ABCD$ 两条对角线的交点, 则下列等式一定成立的是 ()

- A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$ B. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OC} = \vec{0}$
C. $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BC}$ D. $\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DA}$



4. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 若 $\sin(A+B) - \sin(A-B) = \sin 2A$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是 ()

- A. 等腰三角形 B. 直角三角形
C. 等腰直角三角形 D. 等腰三角形或直角三角形

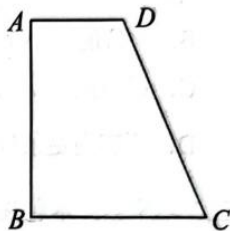
5. 已知三棱锥底面 ABC 是边长为 2 的等边三角形, 顶点 S 与 AB 边中点 D 的连线 SD 垂直于底面 ABC , 且 $SD = \sqrt{3}$, 则三棱锥 $S-ABC$ 外接球的表面积为 ()

- A. $\frac{4}{3}\pi$ B. $\frac{20}{3}\pi$ C. 12π D. 60π

6. 已知点 O 为 $\triangle ABC$ 内一点, $\angle AOB = 120^\circ$, $OA = 1, OB = 2$, 过 O 作 OD 垂直 AB 于点 D , 点 E 为线段 OD 的中点, 则 $\overrightarrow{OD} \cdot \overrightarrow{EA}$ 的值为

- A. $\frac{3}{7}$ B. $\frac{5}{7}$ C. $\frac{3}{14}$ D. $\frac{5}{14}$

7. 古希腊亚历山大学派著名几何学家巴普士, 生前有大量的著作, 但大部分遗失在历史长河中, 仅有《数学汇编》保存下来. 《数学汇编》一共 8 卷, 在《数学汇编》第 3 卷中记载着这样一个定理: “如果在同一平面内的一个闭合图形的内部与一条直线不相交, 那么该闭合图形围绕这条直线旋转一周所得到的旋转体的体积等于该闭合图形的面积与该闭合图形的重心旋转所得周长的积”, $V = Sl$ (V 表示平面闭合图形绕旋转轴旋转所得几何体的体积, S 表示闭合图形的面积, l 表示重心绕旋转轴旋转一周的周长). 已知在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, $AB = BC = 2AD = 4$, 利用上述定理可求得梯形 $ABCD$ 的重心 G 到边 AB 的距离为 ()



- A. $\frac{14}{9}$ B. $\frac{16}{9}$ C. $\frac{22}{9}$ D. $\frac{26}{9}$
8. 已知函数 $f(x) = \sin \omega x + \cos \omega x$ ($\omega > 0$) 在区间 $[0, \pi]$ 上有且仅有 4 条对称轴, 给出下列四个结论:

- ① ω 的取值范围是 $\left[\frac{13}{4}, \frac{17}{4}\right)$; ② $f(x)$ 的最小正周期可能是 $\frac{\pi}{2}$;
③ $f(x)$ 在区间 $\left(0, \frac{\pi}{15}\right)$ 上单调递增; ④ $f(x)$ 在区间 $(0, \pi)$ 上有且仅有 3 个不同的零点.

其中所有正确结论的个数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对得 5 分, 部分选对得 3 分, 有选错的得 0 分.

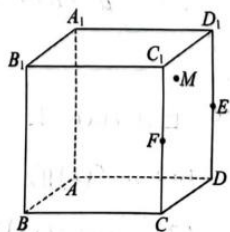
9. 已知 a, b, c 是三条不同的直线, α, β, γ 是三个不同的平面, 下列命题正确的有 ()

- A. 若 $a \perp b, a \perp c$, 则 $b \parallel c$ B. 若 $\alpha \perp \beta, \alpha \perp \gamma$, 则 $\beta \parallel \gamma$
C. 若 $a \parallel b, a \parallel c$, 则 $b \parallel c$ D. 若 $\alpha \parallel \beta, \alpha \parallel \gamma$, 则 $\beta \parallel \gamma$

10. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\tan \frac{A+B}{2} = \sin(A+B)$, 则下列论断正确的是 ()

- A. $\sin A = \cos B$ B. $\sin A + \sin B \leq \sqrt{2}$
C. $\cos^2 A + \cos^2 B = 1$ D. $\cos 2A + \cos 2B = 1$

11. 数学家欧拉在 1765 年发表的《三角形的几何学》一书中提出定理: 三角形的外心、重心、垂心依次位于同一条直线上, 且重心到外心的距离是重心到垂心距离的一半, 此直线被称为三角形的欧拉线, 该定理则被称为欧拉线定理. 设点 O, G, H 分别是 $\triangle ABC$ 的外心、重心、垂心, 且 M 为 BC 的中点, 则 ()



- A. $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ B. $S_{\triangle ABG} = S_{\triangle BCG} = S_{\triangle ACG}$
C. $\overrightarrow{AH} = 3\overrightarrow{OM}$ D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 4\overrightarrow{OM} + 2\overrightarrow{HM}$

12. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 $\sqrt{3}$, 点 E, F 是棱 DD_1, CC_1 的中点, 点 M 是侧面 CDD_1C_1 内运动 (包含边界), 且 AM 与面 CDD_1C_1 所成角的正切值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 下列说法正确的是 ()
- A. 存在点 M , 使得 $AM \perp CE$
- B. MC_1 的最小值为 $\sqrt{6}-2$
- C. 存在点 M , 使得 $AM \parallel$ 平面 BDF
- D. 所有满足条件的动线段 AM 形成的曲面面积为 $\frac{\sqrt{7}}{6}\pi$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $(\vec{a}-\vec{b}) \perp \vec{b}$, 且 $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=1$, 则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 _____.
14. 已知 $\cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\frac{3}{5}, \sin\left(\frac{5\pi}{4}+\beta\right)=-\frac{12}{13}, \alpha \in \left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right), \beta \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right)$, 则 $\sin(\alpha+\beta)=$ _____.
15. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $2c\sin\left(B+\frac{\pi}{6}\right)=a+b$, 且 $a+b=4$, 则 $\triangle ABC$ 周长的取值范围为 _____.
16. 半径为 5 的球面上有四点 S, A, B, C , $\triangle ABC$ 是等边三角形, 球心 O 到平面 ABC 的距离为 3, 若面 $SAB \perp$ 面 ABC , 则棱锥 $S-ABC$ 体积的最大值为 _____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 已知复数 $z_1=a+i, z_2=1-i$, 其中 a 是实数.
- (1) 若 $z_1^2=-2i$, 求实数 a 的值;
- (2) 若 $\frac{z_1}{z_2}$ 是纯虚数, 求 $\frac{z_1}{z_2} + \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^3 + \dots + \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2023}$

18. 已知向量 $\vec{a}=(1, 2), \vec{b}=(3, k)$.
- (1) 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 求 $|\vec{b}|$ 的值;
- (2) 若 $\vec{a} \perp (\vec{a}-2\vec{b})$, 求实数 k 的值;
- (3) 若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角是锐角, 求实数 k 的取值范围.

19. 已知 $f(x)=4\cos x \cdot \cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right), x \in \mathbb{R}$
- (1) 求 $f(x)$ 的最小正周期及单调递减区间;
- (2) 将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位, 再将纵坐标伸长为原来的 2 倍, 得到 $g(x)$ 的图象, 求 $g(x)$ 在区间 $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right]$ 的值域.

20. 已知在 $\triangle ABC$ 中, 点 M, N 分别为 AB, AC 的中点.

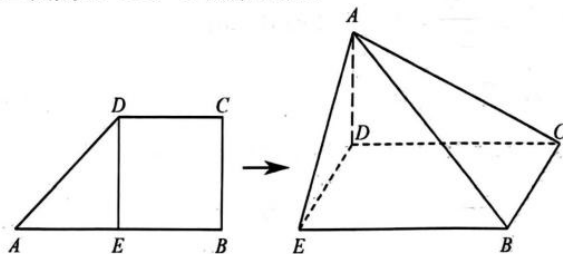
(1) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{5}$, $CM = \sqrt{6}$, $\cos \angle ACM = \frac{7\sqrt{6}}{18}$, 求 AB 的长;

(2) 若 $AB = 2$, $AC = 4$, 证明: $\frac{BN}{CM} < \frac{4}{5}$.

21. 如图, E 是直角梯形 $ABCD$ 底边 AB 的中点, $AB = 2DC = 2BC$, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起形成四棱锥 $A-BCDE$.

(1) 求证: $DE \perp$ 平面 ABE ;

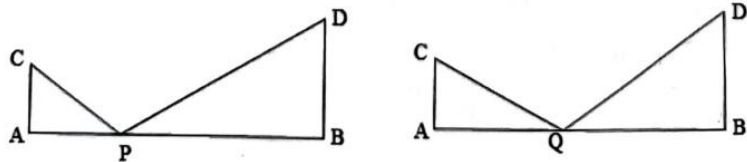
(2) 若二面角 $A-DE-B$ 为 60° , 求二面角 $A-DC-B$ 的余弦值.



22. 如图, C, D 是两个小区所在地, C, D 到一条公路 AB 的垂直距离分别为 $CA = 1 \text{ km}$, $DB = 2 \text{ km}$, AB 两端之间的距离为 6 km .

(1) 某移动公司将在 AB 之间找一点 P , 在 P 处建造一个信号塔, 使得 P 对 A, C 的张角与 P 对 B, D 的张角相等 (即 $\angle CPA = \angle DPB$), 试求 $PC + PD$ 的值.

(2) 环保部门将在 AB 之间找一点 Q , 在 Q 处建造一个垃圾处理厂, 使得 Q 对 C, D 所张角最大, 试求 QB 的长度.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线