

## 2023 届高三 信息押题卷(二) 全国卷 文科数学试题

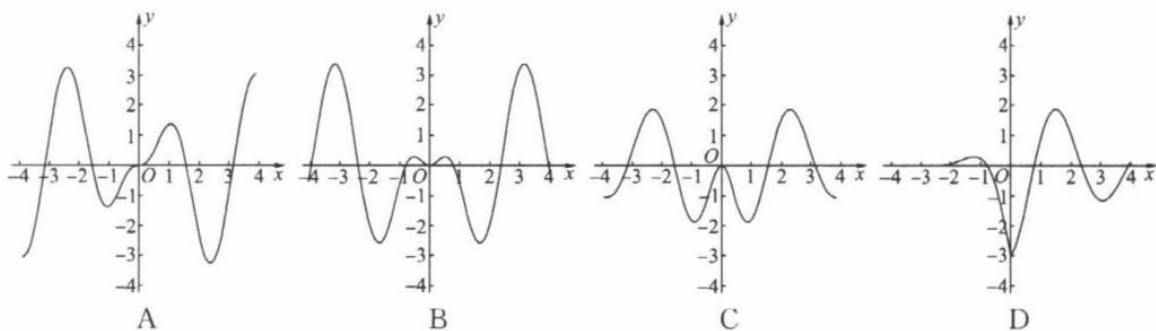
**注意事项:**

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、考场号、座位号、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

考试时间为 120 分钟, 满分 150 分

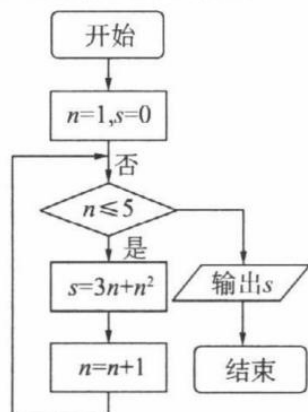
**一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。**

1. 已知集合  $A = \left\{x \mid x \leq \frac{5}{3}\right\}$ ,  $B = \{x \mid x^2 - 2x < 3\}$ , 则  $A \cap B =$   
 A.  $\left\{x \mid \frac{5}{3} < x \leq 3\right\}$       B.  $\{x \mid -1 < x \leq 3\}$       C.  $\left\{x \mid -1 < x \leq \frac{5}{3}\right\}$       D.  $\{x \mid x < 3\}$
2. 已知复数  $z = \frac{2-i}{1+i}$  ( $i$  为虚数单位), 则  $z$  在复平面内对应的点位于第( )象限。  
 A. 四      B. 三      C. 二      D. 一
3. 已知  $a$  为实数, 函数  $f(x) = 9x^2 + 4ax + 2 + a$  是偶函数, 则曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程为  
 A.  $18x - y - 7 = 0$       B.  $9x + y - 6 = 0$   
 C.  $5x - 11y + 2 = 0$       D.  $6x + 5y - 11 = 0$
4. 函数  $f(x) = \frac{3x^2 \cos 2x}{2^{|x|}}$  的大致图象为



5. 将函数  $f(x) = 3\sin\left(\frac{1}{3}x + \frac{\pi}{12}\right)$  的图象上各点向右平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位长度得函数  $g(x)$  的图象, 则  $g(x)$  的单调递增区间为  
 A.  $\left[2k\pi - \frac{5\pi}{3}, 2k\pi + \frac{22\pi}{3}\right], k \in \mathbf{Z}$       B.  $\left[4k\pi - \frac{5\pi}{3}, 4k\pi + \frac{4\pi}{3}\right], k \in \mathbf{Z}$   
 C.  $\left[6k\pi - \frac{5\pi}{3}, 6k\pi + \frac{4\pi}{3}\right], k \in \mathbf{Z}$       D.  $[4\pi, 9\pi]$

6. 已知流程图如图所示, 该程序运行后, 则输出的  $s$  值为



- A.28                      B.40                      C.54                      D.70

7. 某超市对一种商品受顾客的喜爱程度进行 100 份问卷调查, 得到了如下的  $2 \times 2$  列联表, 从 100 人中随机抽取 1 人, 抽到喜爱该商品的男顾客的概率为  $\frac{2}{5}$ .

	喜爱该商品	不喜爱该商品	合计
男顾客		10	
女顾客	35		
合计			100

则有超过( )的把握认为喜爱该商品与性别有关.

下面的临界值表供参考:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.25	0.15	0.010	0.005
$k_0$	1.323	2.072	6.635	7.879

- A.75%                      B.85%                      C.90%                      D.95%

8. 已知椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的左顶点为  $A$ , 右焦点为  $F$ ,  $B$  为椭圆上一点,  $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{BF} = 0$ ,  $\cos \angle BAF = \frac{12}{13}$ , 则椭圆的离心率为

- A.  $\frac{7}{13}$                       B.  $\frac{3}{4}$                       C.  $\frac{1}{3}$                       D.  $\frac{7}{12}$

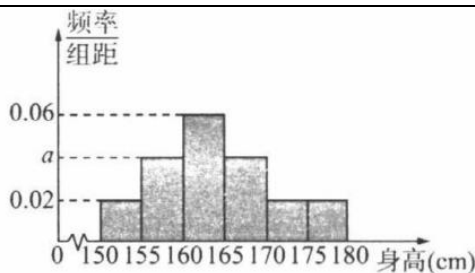
9. 古印度数学家婆什伽罗在《丽拉沃蒂》一书中提出如下问题: 某人给一个人布施, 初日施 2 子安贝 (古印度货币单位), 以后逐日倍增, 问一月共施几何? 在这个问题中, 以一个月 31 天计算, 记此人第  $n$  日布施了  $a_n$  子安贝 (其中  $1 \leq n \leq 31, n \in \mathbf{N}^*$ ), 数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ . 若关于  $n$  的不等式  $a_{n+1}^2 + 256 \geq (S_n + 2)(t + 5)$  恒成立, 则实数  $t$  的最大值为

- A.15                      B.20                      C.24                      D.27

10. 若  $\theta$  为第二象限角, 且  $3\sin^2\theta - 8\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + 4 = 0$ , 则  $\frac{\cos\theta}{2\sin^2\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4}\right) - 1} =$

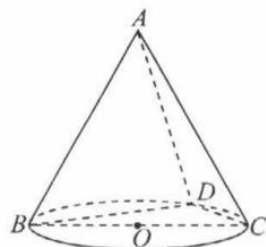
- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $-\frac{2}{3}$                       C.  $-\frac{\sqrt{5}}{2}$                       D.  $-\frac{3}{4}$

11. 某校高二(10)班 50 名学生的身高(单位:cm)数据均在区间 $[150, 180]$ ,其频率分布直方图(将频率视为概率)如图所示,则下列说法正确的是



- A.  $a = 0.2$   
 B. 估计该班学生身高的中位数为 160 cm  
 C. 估计该班学生身高的平均值大于 165 cm  
 D. 估计该班学生身高不低于 165 cm 的概率为 0.4

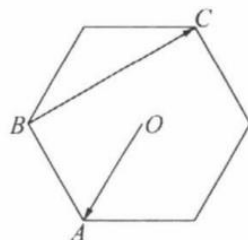
12. 已知圆锥  $AO$ , 底面的面积为  $4\pi$ , 母线与底面所成角的余弦值为  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ , 点  $D$  在底面圆周上, 当三棱锥  $A-BCD$  的体积最大时, 圆锥的外接球的球心到平面  $ABD$  的距离为



- A. 2  
 B.  $\frac{5}{6}$   
 C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$   
 D.  $\frac{2}{3}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 如图,  $O$  是边长为 1 的正六边形的中心,  $A, B, C$  是三个顶点, 则  $\vec{OA} \cdot \vec{BC} =$  \_\_\_\_\_.



14. 已知函数  $f(x)$  满足  $f\left(x + \frac{3}{2}\right) = f\left(x - \frac{3}{2}\right)$ , 当  $x \in [0, 3)$  时,  $f(x) = 2x^3 - 11x^2 + 14x$ , 则  $f(x)$  在  $[-120, 120]$  上的零点个数为 \_\_\_\_\_.

15. 已知数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 + 3a_2 + 5a_3 + \dots + (2n-1)a_n = 2n + 3 (n \in \mathbf{N}^*)$ , 数列  $\{2a_n a_{n+1}\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 则  $S_n =$  \_\_\_\_\_.

16. 已知  $F_1, F_2$  分别为双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点, 点  $P$  在双曲线上, 且  $\cos \angle F_1 P F_2 = \frac{3}{5}$ ,  $\triangle F_1 P F_2$  的面积为 8, 则  $F_2$  到双曲线的渐近线的距离为 \_\_\_\_\_.

三、解答题: 共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答。

(一) 必考题: 60 分。

17. (12 分) 记  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和,  $S_{n+1} = n^2 + 4n + 3$ .

- (1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;  
 (2) 若  $b_n = 2 - \frac{10}{a_n a_{n+1}}$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

18. (12 分) 学校体育节的投篮比赛中, 10 名学生的投中个数(每人投 10 个球)统计表如下:

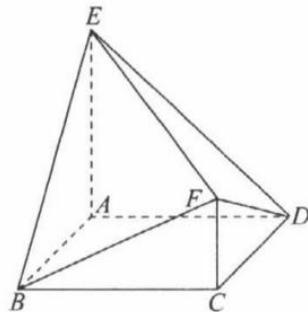
编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
投中个数	7	9	8	9	8	10	7	7	6	9

(1) 求这 10 名学生投中球的个数的方差;

(2)从投进 9 个球和 10 个球的学生中选 2 人接受采访,求这 2 人恰好是投进 9 个球和 10 个球各 1 人的概率.

19.(12 分)如图,在多面体  $ABCDEF$  中,四边形  $ABCD$  是正方形, $AE \perp$  平面  $ABCD$ , $AE \parallel CF$ , $AB=AE=2CF=2m$ .

- (1)若  $G$  为  $AE$  的中点,求证: $CG \parallel$  平面  $DEF$ ;  
(2)若多面体  $ABCDEF$  的体积为 32,求  $m$  的值.



20.(12 分)已知抛物线  $\Omega: y^2=2px(p>0)$  的焦点为  $F$ .过焦点  $F$  的直线  $l: x=my+\frac{p}{2}$  与抛物线  $\Omega$  交于  $A, B$ ,  $|AB|$  的最小值为 12.

- (1)求抛物线的方程;  
(2)若过点  $F$  的另一直线与曲线  $\Omega$  相交于  $C, D$  两点, $E(8,0)$ , $k_{AB}+k_{CD}=0$ ,且  $\triangle ABE$  与  $\triangle CDE$  的面积的和为  $30\sqrt{5}$ ,求直线  $l$  的斜率.

21.(12 分)已知函数  $f(x)=\ln x-(1-a)x+1(a \in \mathbf{R})$ .

- (1)讨论函数  $f(x)$  的单调性;  
(2)若  $\forall x>0$ ,不等式  $f(x)<e^x-2(a-1)x-a$  恒成立,求实数  $a$  的取值范围.

(二)选考题:共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做,则按所做的第一题计分。

22.[选修 4-4:坐标系与参数方程](10 分)

已知曲线  $C$  的参数方程  $\begin{cases} x=-2+3\cos \alpha, \\ y=3\sin \alpha \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数),以坐标原点为极点, $x$  轴正半轴为极

轴建立极坐标系,直线  $l$  的方程为  $2+\rho\left(\sin^2 2\theta+\cos^2 2\theta+2\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}\right)=2\rho \cos^2 \frac{\theta}{2}$ ,直线  $l$  与  $x, y$  轴的交点分别为  $A, B$ .

- (1)求曲线  $C$  的普通方程及直线  $l$  的平面直角坐标方程;  
(2)若点  $E$  在曲线  $C$  上,求  $\triangle ABE$  的面积的最大值.

23.[选修 4-5:不等式选讲](10 分)

已知  $f(x)=2|x-1|-|x+3|$ .

- (1)解不等式  $f(x)<5x+1$ ;  
(2)若对  $\forall a \in \mathbf{R}$ ,不等式  $f(x) \leq |x+3|+2a^2-3a+4$  恒成立,求实数  $a$  的取值范围.



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

