2022～2023学年高三年级模拟试卷(海安)
数学参考答案及评分标准

1.B　2.D　3.C　4.C　5.A　6.B　7.B　8.D　9.AB　10.BD　11.BD　12.BC

13.*2)4*　14.*25*　15.2(答案不唯一，－6也正确)　16.*5*　*10)3*π

17. 解：(1) 设等差数列 a_1，a_2，a_3，…，a_6 的公差为 *d*.

因为 $a_2=-10$，$a_6=2$，所以 *a1＋d＝－10，a1＋5d＝2，)*解得 *a1＝－13，d＝3，)*

所以 $a_n=-13+(n-1)\times3=3n-16(1\leqslant n\leqslant5，n\in\mathbf{N}^*)$.(3分)

设等比数列 a_5，a_6，a_7，…的公比为 *q*，则 *q＝a6a5＝2－1＝－2*，

所以 $a_n=-(-2)^{n-5}(n\geqslant6，n\in\mathbf{N}^*)$.

综上，a_n＝\a\vs4\ac\hs10\co2(3n－16，1≤n≤5，－（－2）n－5，*n*≥6，)*n*∈$\mathbf{N}^*$.(5分)

(2) 由(1)知，当 $n\leqslant5$ 时，$a_n<0$，要使 $S_n>0$，则 $n\geqslant6$，(6分)

此时 $S_n=(a_1+a_2+\cdots+a_5)+(a_6+\cdots+a_n)$＝5×(－13)＋*5×42*×3＋*2[1－（－2）n－5]1－（－2）*＝－35＋*2[1－（－2）n－5]3*.(8分)

由 $S_n>0$，得$(-2)^{n-5}<$*－1032*，

所以$(n-5)$必为奇数，此时 $2^{n-5}>$*1032*，

所以 $n-5$ 的最小值为7，所以 *n* 的最小值为12.(10分)

18. 解：(1) 设圆 *O* 的半径为 *R*.在△*ABD* 中，由余弦定理 $BD^2=AB^2+AD^2-2AB\cdot AD\cdot\cos\angle BAD$，

得 $BD^2=3^2+5^2-2\times3\times5\times($*－12*$)=49$，所以 $BD=7$.(3分)

在圆 *O* 的内接△*ABD* 中，由正弦定理，得 2*R*＝*BDsin∠BAD*＝*7sin120°*＝*3)3*，

故 *R*＝*3)3*，所以圆 *O* 的半径为 *3)3*.(6分)

(2) 因为四边形 *ABCD* 内接于圆 *O*，所以∠*BAD*＋∠*BCD*＝180°.

又∠*BAD*＝120°，故∠*BCD*＝60°.因为 *AC* 平分∠*BAD*，所以∠*BAC*＝60°.(8分)

(解法1)因为 *AC* 平分∠*BAD*，所以 *BC*＝*CD*，所以 *BC*＝*CD*.

又因为∠*BCD*＝60°，所以△*BCD* 为正三角形，所以 *BC*＝*BD*＝7.(10分)

(解法2)在圆 *O* 的内接△*ABC* 中，由正弦定理，得 *BCsin*∠*BAC*＝2*R*.

所以 *BC*＝2*R*·sin60°＝*3)3*×*3)2*＝7.(10分)

在△*ABC* 中，由余弦定理 $BC^2=AB^2+AC^2-2AB\cdot AC\cdot\cos\angle BAC$，

得 $7^2=3^2+AC^2-2\times3\times AC\times\cos60°$，即 $AC^2-3AC-40=0$，解得 *AC*＝8 或 *AC*＝－5，

因为 *AC*＞0，所以 *AC*＝8，所以 *AC* 的长为8.(12分)

19.(1) 证明：由菱形 *ABCD* 知，*D*′*A*＝*D*′*C*，又 *E* 为 *AC* 的中点，所以 *D*′*E*⊥*AC*，

同理，可得 *BE*⊥*AC*.(2分)

因为 *D*′*E*,*BE*⊂平面 *BD*′*E*,*D*′*E*∩*BE*＝*E*，所以 *AC*⊥平面 *BD*′*E*.

因为 *AC*⊂平面 *ABC*，所以平面 *BD*′*E*⊥平面 *ABC*.(4分)

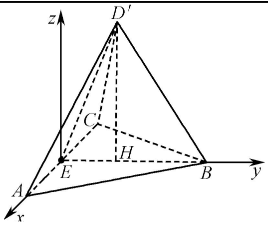
(2) 解：过点 *D*′ 作 *D*′*H*⊥*BE* 交 *BE* 于点 *H*，由(1)知，平面 *BD*′*E*⊥平面 *ABC*.

又平面 *BD*′*E*∩平面 *ABC*＝*BE*，*D*′*H*⊂平面 *D*′*BE*，所以 *D*′*H*⊥平面 *ABC*.(6分)

因为三棱锥 *D*′*ABC* 的体积为 *2)3*，所以 *13*×*3)4*×2^2×*D*′*H*＝*2)3*，解得 *D*′*H*＝*6)3*.(8分)

在Rt△*D*′*EH* 中，*D*′*E*＝3，所以 *EH*＝*3)3*，于是 *BH*＝*BE*－*EH*＝*3)3*.

(解法1)如图，以 *E* 为坐标原点，*EA*，*EB* 分别为 *x* 轴、*y* 轴，过点 *E* 与平面 *ABC* 垂直的直线为 *z* 轴建立空间直角坐标系，则 *A*(1，0，0)，*B*(0，3，0)，*D*′(0，*3)3*，*6)3*)，所以 $\overrightarrow{}$＝(－1，3，0)，$\overrightarrow{}$＝(0，－*3)3*，*6)3*).



设平面 $D'AB$ 的法向量 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，则 $\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{\ }=0$，$\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{\ }=0$，即 $-x+3y=0$，$-3)3y+6)3z=0$，令 $x=6$，得 $y=2$，$z=1$，

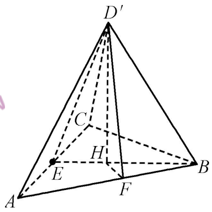
所以 $\boldsymbol{n}=(6,2,1)$.(10 分)

又平面 ABC 的一个法向量 $\boldsymbol{m}=(0,0,1)$，

所以 cos 〈$\boldsymbol{n}$，$\boldsymbol{m}$〉$=n\cdot m|n|\times|m|=1\backslash r(9)\times1=13$，

所以二面角 $D'ABC$ 的余弦值为 13.(12 分)

(解法 2)过点 H 作 $HF\perp AB$ 交 AB 于点 F，连接 $D'F$.



因为 $D'H\perp$ 平面 ABC，根据三垂线定理，得 $AB\perp D'F$，

所以 $\angle D'FH$ 是二面角 $D'ABC$ 的平面角．(10 分)

在 Rt△BFH 中，$HF=BH\sin30^\circ=3)3$.

在 Rt△$D'HF$ 中，$D'F=D'H2+HF2=3$，

所以 $\cos\angle D'FH=HFD'F=13$，所以二面角 $D'ABC$ 的余弦值为 13.(12 分)

20. 解：(1) 记“第 i 局甲胜、乙胜、丙胜”分别为事件 A_i，B_i，C_i，$i=1,2,3,4$，记“丙成为优胜者”为事件 D，则 $D=A_1C_2C_3+B_1C_2C_3$，(2 分)

所以 $P(D)=P(A_1C_2C_3+B_1C_2C_3)=P(A_1C_2C_3)+P(B_1C_2C_3)$

$=P(A_1)P(C_2|A_1)P(C_3|A_1C_2)+P(B_1)P(C_2|B_1)P(C_3|B_1C_2)$(4 分)

$=13\times(1-13)\times(1-12)+(1-13)\times(1-12)\times(1-13)=19+29=13$，

所以丙成为优胜者的概率是 13.(6 分)

(2) 记“甲、乙打第一局“为事件 A，“甲、丙打第一局”为事件 B，“乙、丙打第一局”为事件 C，“恰打完 2 局比赛结束”为事件 E，其中 A，B，C 两两互斥，且和为样本空间，依题意，$P(A)=P(B)=P(C)=13$.

所以 $P(E|A)=P(A_1A_2+B_1B_2)=P(A_1A_2)+P(B_1B_2)=P(A_1)P(A_2|A_1)+P(B_1)P(B_2|B_1)$

$=13\times13+23\times12=49$.

同理可得，$P(E|B)=13\times13+23\times12=49$，$P(E|C)=12\times23+12\times23=23$.(9 分)

根据全概率公式知，$P(E)=P(AE)+P(BE)+P(CE)=P(E|A)P(A)+P(E|B)P(B)+P(E|C)P(C)=49\times13+49\times13+23\times13=1427$，

所以恰好打完 2 局结束比赛的概率为 1427.(12 分)

21.(1) 解：当 $x=3$ 时，代入 $y=3)3x$，得 $y=3>2$，所以双曲线 C 的焦点在 x 轴上．(2 分)

不妨设双曲线 C 的方程为 $x23-y^2=\lambda(\lambda>0)$，将点(3，2)代入，得 $\lambda=1$，

所以 C 的方程为 $x23-y^2=1$.(4 分)

(2) 证明：设 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，$D(x_3,y_3)$，$E(x_4,y_4)$，由(1)知 $A(3,0)$.(5 分)

因为 P，M，N 三点共线，所以 $y1x1+2\backslash r(3)=y2x2+2\backslash r(3)$(不妨记为 k).

则 $(x_1+23)y_2-(x_2+23)y_1=0$，即 $x_1y_2-x_2y_1=23(y_1-y_2)$.(6 分)

设直线 AM 的方程为 $y=y1x1-\backslash r(3)(x-3)$.

由 $y=\backslash f(y13))$（$x-\backslash r(3x23)-y2=1$ 消去 y 并整理，得 $(2x21-3x_1-3)x^2+33y21x+3(x21+3x_1-6)=0$.

则 3x_3＝3))（x1＋2\r(3))（x1－\r(3))（2x1＋\r(3))，故 x_3＝3)（x1＋2\r(3)）2x1＋\r(3)，y_3＝3)y12x1＋\r(3).(8 分)

同理可得，x_4＝3)（x2＋2\r(3)）2x2＋\r(3)，y_4＝3)y22x2＋\r(3).

所以直线 DE 的斜率＝－\r(33))＋\f(\r(33)\r(3)（x1＋2\r(33))－\f(\r(3)（x2＋2\r(33)＝3)（y2－y1）3\r(3)（x2－x1）＝3)（y1－y2）＋\r(3)（y2－y1）3\r(3)（x2－x1）＝－y2－y1x2－x1＝－k.(10 分)

所以直线 DE 的方程为 y＋3)y12x1＋\r(3)＝－k[x－3)（x1＋2\r(3)）2x1＋\r(3)]，

即 y＝－kx＋3)k（x1＋2\r(3)）2x1＋\r(3)－3)y12x1＋\r(3).又因为 y_1＝k(x_1＋23)，所以 y＝－kx.

所以直线 DE 过定点(0，0).(12 分)

22. 解：(1)由 g(e)＝e，得 e＋1＋$\log_a$e＝e，即 $\log_a$e＝－1，所以 a＝1e.(1 分)

所以 f(x)＝x＋e^{1-x}，则 f′(x)＝1－e^{1-x}，令 f′(x)＝0，得 x＝1.(3 分)

当 x∈(－∞，1)时，f′(x)＜0，故 f(x)在(－∞，1)上单调递减；

当 x∈(1，＋∞)时，f′(x)＞0，故 f(x)在(1，＋∞)上单调递增，

所以函数 f(x)的极小值为 f(1)＝2.(5 分)

(2) 记 p(x)＝f(x)－g(x)＝a^{x-1}－$\log_a$x－1，因为 0＜a＜1，所以 ln a＜0，

则 p′(x)＝a^{x-1}ln a－1xln a＝xax－1ln2a－1xln a.

记 q(x)＝x$a^{x-1}$$\ln^2 a$－1，则 q′(x)＝($a^{x-1}$＋x$a^{x-1}$ln a)$\ln^2 a$＝(1＋xln a)$a^{x-1}$$\ln^2 a$.

令 q′(x)＝0，得 x＝－1lna，记其为 t(t＞0)，此时 a＝e^{-1t}.

当 x∈(0，t)时，q′(x)＞0，故 q(x)在(0，t)上单调递增；

当 x∈(t，＋∞)时，q′(x)＜0，故 q(x)在(t，＋∞)上单调递减，

所以 q(x)在 x＝t 处取得极大值 q(t)＝t(e^{-1t})$^{t-1}$(－1t)^2－1＝1te^{1t-1}－1.(7 分)

不难发现函数 y＝1te^{1t-1}－1 在 t∈(0，＋∞)上单调递减，且正数零点为 1.

当 t⩾1，即 1e⩽a＜1 时，有 q(t)⩽0，故 p′(x)⩾0，所以 p(x)单调递增.

又 p(1)＝0，所以函数 p(x)有唯一的零点，所以 1e⩽a＜1.(9 分)

当 0＜t<1，即 0<a＜1e 时，有 q(t)>0，因为 q(1)＝$\ln^2 a$－1＞0，

q(1a)＝1a·a^{1a-1}·$\ln^2 a$－1＜0(*)，所以 q(x)在区间(1，1a)内存在唯一零点，记为 x_0，

所以 p(x)在(1，x_0)上单调递减，在(x_0，1a)上单调递增.

因为 p(x_0)＜p(1)＝0，

p(1a)＝a^{1a-1}＞0，所以函数 p(x)在区间(x_0，1a)内存在唯一的零点，记为 x′$_0$(x′$_0$＞x_0＞1)，这与 p(1)＝0 矛盾，所以 0＜a＜1e 不符合题意，故舍去.

综上，a 的取值范围是[1e，1).(12 分)

附(*)：q(1a)＝1a·a^{1a-1}·$\ln^2 a$－1＝a^{1a-2}·$\ln^2 a$－1＝(a^{12a-1}·ln a－1)(a^{12a-1}·ln a＋1).

易知 a^{12a-1}·ln a－1＜0，又 a^{12a-1}·ln a＋1＝－(1a)$^{1-12a}$ln 1a＋1.

若－(1a)$^{1-12a}$ln 1a＋1＞0，则(1a)$^{1-12a}$ln 1a＜1.令 t＝1a，t＞e，则 t^{1-t2}ln t＜1，即 ln(t^{1-t2}ln t)＜0，

从而(1－t2)ln t＋ln(ln t)＜0，又(1－t2)ln t＋ln(ln t)＜(1－t2)ln t＋ln t－1＝(2－t2)ln t－1.

令φ(t)＝(2－t2)ln t－1，t＞e，则φ′(t)＝－12ln t＋(2－t2)1t＝－12ln t＋2t－12，

又φ″(t)＝－12t－2t2＜0，故φ′(t)在(e，＋∞)上单调递减，

所以φ′(t)＜φ′(e)＝－1＋2e＜0，所以φ(t)在(e，＋∞)上单调递减，

所以φ(t)＜φ(e)＝1－e2＜0，所以 q(1a)＜0.

注：缺少(*)式证明，扣 1 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。