2022 届高三年级第一学期期中调研考试

数 学 试 题

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上.
2. 回答选择题时，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效.
3. 考试结束后，将答题卡交回.

一、单项选择题（本大题共 8 个小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1．已知集合 $A=\{0,1,\sqrt{m}\}$，$B=\{0,4\}$，$B\subseteq A$，则 m 的值为

A．$\sqrt{2}$　　B．2　　C．4　　D．16

2．已知 i 为虚数单位，复数 z 满足 $iz=2z-5$，则 z 等于

A．$2+i$　　B．$2-i$　　C．$1+2i$　　D．$1-2i$

3．函数 $f(x)=2\sin(\frac{\pi}{3}x-\frac{\pi}{6})$ 在 $[0,5]$ 上的最大值与最小值之和是

A．$2-\sqrt{3}$　　B．0　　C．1　　D．$2+\sqrt{3}$

4．唐代数学家、天文学家僧一行，利用“九服晷影算法”建立了从 0°到 80°的晷影长 l 与太阳天顶距 θ 的对应数表．已知晷影长 l、表高 h 与太阳天顶距 θ 满足：$l=h\tan\theta$，当晷影长为0.7 时，天顶距为 5°．若天顶距为 1°时，则晷影长为

A．0.14　　B．0.16　　C．0.18　　D．0.24

（参考数据：$\tan1^\circ\approx0.0175$，$\tan3^\circ\approx0.0349$，$\tan5^\circ\approx0.0875$）

5．双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一条渐近线的倾斜角为 140°，则双曲线 C 的离心率为

A．$\sin50^\circ$　　B．$\cos50^\circ$　　C．$\frac{1}{\sin50^\circ}$　　D．$\frac{1}{\cos50^\circ}$

6．已知 $O(0,0)$，$A(-\sin\theta,1)$，$B(1,\sqrt{3}\cos\theta)$，$\theta\in(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2})$，若 $|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|=|\overrightarrow{AB}|$，则 $\theta=$

A．$\frac{2\pi}{3}$　　B．$\frac{5\pi}{6}$　　C．$\frac{7\pi}{6}$　　D．$\frac{4\pi}{3}$

7．已知某电子产品电池充满时的电量为 3000 毫安时，且在待机状态下有两种不同的耗电模式可供选择．模式 A：电量呈线性衰减，每小时耗电 300 毫安时；模式

B：电量呈指数衰减，即：从当前时刻算起，t 小时后的电量为当前电量的 $\frac{1}{2^t}$ 倍．现使该电子产品处于满电量待机状态时开启 A 模式，并在 m 小时后切换为 B 模式，若使其在待机 10 小时后有超过 5%的电量，则 m 的取值范围是

A．$(5,6)$　　B．$(6,7)$　　C．$(7,8)$　　D．$(8,9)$

8．已知 $a-2=\ln\frac{a}{2}$，$b-3=\ln\frac{b}{3}$，$c-4=\ln\frac{c}{4}$，其中 $a\neq 2,b\neq 3,c\neq 4$，则

A．$c<b<a$　　B．$c<a<b$　　C．$a<b<c$　　D．$a<c<b$

二、多项选择题（本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分，在每小题给出的选项中，有多项是符合题目要求．全选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分）

9．已知数据 x_1，x_2，…，x_{60} 的平均数为 a，方差为 b，中位数为 c，极差为 d．由这组数据得到新数据 y_1，y_2，…，y_{60}，其中 $y_i=2x_i+1$（$i=1,2,\cdots,60$），则

A．新数据的平均数是 $2a+1$　　B．新数据的方差是 $4b$

C．新数据的中位数是 $2c$　　D．新数据的极差是 $2d$

10．在棱长均为 2 的四棱锥 $P-ABCD$ 中，O 为正方形 $ABCD$ 的中心，E，F 分别为侧棱 PA，PB 的中点，则

A．OF // AP　　B．平面 OEF // 平面 PDC

C．点 E 到平面 PBC 的距离为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D．点 A 到平面 PDC 的距离为 $\frac{\sqrt{6}}{2}$

11．等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_1<0$，$S_6=S_{13}$，则

A．$a_{10}=0$　　B．$a_{n+1}<a_n$

C．当 $S_n>0$ 时，n 的最小值为 20　　D．$S_2<S_{16}$

12．在平面直角坐标系 xOy 中，已知 F 为抛物线 $y^2=x$ 的焦点，点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 在该抛物线上且位于 x 轴的两侧，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=2$，则

A．$x_1x_2=6$　　B．直线 AB 过点（2,0）

C．$\triangle ABO$ 的面积最小值是 $2\sqrt{2}$　　D．$\triangle ABO$ 与 $\triangle AFO$ 面积之和的最小值是 3

三、填空题（本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分）

13．已知函数 $f(x)=ax^2+bx-3a(x\in[a,2a+1])$ 是偶函数，则 $f(1)$ 的值为__▲__．

14．已知抛物线 $y=x^2+2x-3$ 与坐标轴交于 A，B，C 三点，则△ABC 外接圆的标准方程为__▲__．

15．高三（1）班某天安排语文、数学、外语、物理、化学、生物各一节课．若要求语文课比外语课先上，数学课与物理课不相邻，则编排方案共有__▲__种．

16．现有四个半径都为 2 的小球，若把这四个小球完全装入一个球形容器内，则该球形容器半径的最小值为__▲__．

四、解答题（本大题共 6 个小题，共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（10 分）已知数列$\{a_n\}$，$a_1=\dfrac{1}{2}$，$2a_{n+1}=a_n+1$.

（1）证明：$\{a_n-1\}$是等比数列；

（2）求数列$\{a_n\}$的前 n 项和 S_n .

18.（12 分）在$\triangle ABC$中，D是边 BC 上一点，且 $BD=1,CD=3,\angle BAD=30°,\angle CAD=90°$.

（1）证明：$\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{2}{3}$；

（2）求$\triangle ABC$的面积.

19.（12 分）某商场举行有奖促销活动，顾客购买一定金额的商品后即可抽奖，每次抽奖都是从装有 4 个红球、6 个白球的甲箱和装有 5 个红球、5 个白球的乙箱中，各随机摸出 1 个球，若都是红球，则可获得现金 50 元；若只有 1 个红球，则可获得 20 元购物券；若没有红球，则不获奖.

（1）若某顾客有 1 次抽奖机会，求该顾客获得现金或购物券的概率；

（2）若某顾客有 3 次抽奖机会，记该顾客在 3 次抽奖中获得现金为 X 元，求 X 的分布列和数学期望.

20.（12 分）已知离心率为$\dfrac{1}{2}$的椭圆C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$与直线$x+2y-4=0$有且只有一个公共点.

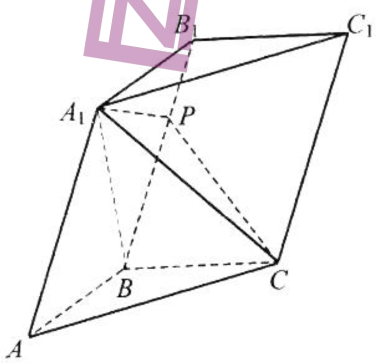
（1）求椭圆 C 的标准方程；

（2）设过点 $P(0,-2)$ 的动直线 l 与椭圆 C 相交于 A，B 两点，当坐标原点 O 位于以 AB 为直径的圆外时，求直线 l 斜率的取值范围.

21．（12 分）如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$BA=BC=2$，$\angle ABC=120°$，$AA_1=A_1C=4$，$\angle A_1AB=60°$．

（1）证明：$A_1B\perp$ 平面 ABC；

（2）若 $\overrightarrow{BP}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BB_1}$，求二面角 $P-A_1C-A$ 的正弦值．



22．（12 分）已知函数 $f(x)=(x-1)e^{x+1}+ax^2(a\in\mathbf{R})$．

（1）若 $a=-1$，试讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

（2）若函数 $f(x)$ 存在两个零点 x_1,x_2，证明：$x_1+x_2<0$．