

## 江西省 2023 届新高三人学摸底考试 数学(理) 参考答案

1. 【答案】C

【解析】 $A = \{x \in \mathbb{N} | -4 \leq x \leq 1\} = \{0, 1\} \subseteq B, \therefore A \cap B = \{0, 1\}$ . 故选 C.

2. 【答案】A

【解析】由条件得  $z = \frac{2-i}{1+i} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$ , 所以  $z$  的共轭复数为  $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ , 其虚部为  $\frac{3}{2}$ . 故选 A.

3. 【答案】C

【解析】 $f'(x) = 6x^2 - a$ , 由已知得  $f'(1) = 6 - a = 1, \therefore a = 5$ . 故选 C.

4. 【答案】A

【解析】 $(\vec{AB} - \vec{AD}) \cdot \vec{CD} = \vec{DB} \cdot \vec{CD} = -\vec{DB} \cdot \vec{DC} = -2\sqrt{2} \times 2 \cos 45^\circ = -4$ . 故选 A.

5. 【答案】C

【解析】由已知得  $F(0, 8)$ , 设  $A(m, n)$ , 则  $|AF| = n + 8 = 10 \Rightarrow n = 2$ , 故  $m = \pm \sqrt{32n} = \pm 8$ , 即  $A(\pm 8, 2)$ , 所以 AF 的斜率  $k = \frac{2-8}{\pm 8-0} = \pm \frac{3}{4}$ . 故选 C.

6. 【答案】B

【解析】因为点 C 为 BD 的中点, 点 F 为 AB 的中点, 所以  $\frac{BD}{DC} = 2, \frac{AF}{FB} = 1$ , 因为  $\frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} \cdot \frac{AF}{FB} = 1$ , 所以  $\frac{CE}{EA} = \frac{1}{2}$ , 所以以点 P 在  $\triangle AEF$  内的概率  $P = \frac{S_{\triangle AFE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AF}{AB} \cdot \frac{AE}{AC} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ . 故选 B.

7. 【答案】A

【解析】由  $f(x) = x \sin x + \frac{1}{x}$  可知, 当  $x \in (0, \pi)$  时,  $f(x) > 0$ , 排除 B, D; 又  $f(x)$  为非奇非偶函数, 排除 C. 故选 A.

8. 【答案】A

【解析】由图可知,  $\frac{OI}{OI'} = \frac{r}{r+h} = \sin \alpha$ , 解得  $r = \frac{h \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}$ . 故选 A.

9. 【答案】B

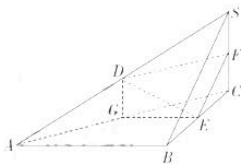
【解析】 $\{a_n\}$  是公比不等于  $\pm 1$  的等比数列, 则数列  $\{(-1)^n a_n\}$ ,  $\{a_n^2\}$  都是公比不为 1 的等比数列, 设  $\{a_n\}$  的公比为  $q$ , 则  $m = \frac{a_1(1-q^{2023})}{1-q}, 8-m = \frac{-a_1(1+q^{2023})}{1+q}, 20 = \frac{a_1^2(1-q^{4046})}{1-q^2}$ , 显然  $m(8-m) = -20$ , 即  $(m+2)(m-10) = 0$ , 所以  $m = -2$  或  $m = 10$ , 故选 B.

10. 【答案】B

【解析】如图所示, 分别取 SC, AC 的中点 F, G, 连接 DF, EF, EG, DC, 则  $DF \parallel AC$ , 所以  $\angle FDE$  (或其补角) 为异面直线 DE 与 AC 所成的角, 设  $AB = 2BC = 2SC = 2$ , 则由  $\angle ABC = 90^\circ$  和  $SC \perp$  平面 ABC, 易得  $EF = \frac{1}{2}SB = \frac{\sqrt{2}}{2}, DF =$

$\frac{1}{2}AC = \frac{\sqrt{5}}{2}$ . 因为  $GE = \frac{1}{2}AB = 1, DG = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}$ , 所以  $DE = \frac{\sqrt{5}}{2}$ . 由余弦定理得  $\cos \angle FDE = \frac{\frac{5}{4} + \frac{5}{4} - \frac{1}{2}}{2 \times \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{4}{5}$ , 所以

异面直线 DE 与 AC 所成角的余弦值为  $\frac{4}{5}$ . 故选 B.



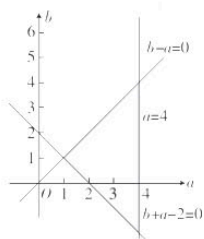
数学(理) 第 1 页(共 6 页)

11. 【答案】C

【解析】 $f(x) = 2\cos^2\left(\frac{\omega x}{2} - \frac{\pi}{3}\right) - 5 = \cos\left(\omega x - \frac{2\pi}{3}\right) - 4$ , 则  $f(x)$  的最小正周期  $T = \frac{2\pi}{\omega}$ , 因为对任意的实数  $t, f(x)$  在区间  $(t, t+6)$  上的值域均为  $[-5, -3]$ , 所以  $f(x)$  在区间  $(t, t+6)$  上既能取得最大值  $-3$ , 也能取得最小值  $-5$ , 所以  $T = \frac{2\pi}{\omega} < 6$ , 解得  $\omega > \frac{\pi}{3}$ . 故选 C.

12. 【答案】D

【解析】由题意知  $f(x+3) = g(x)$ , 所以  $f(x+2) = g(x-1)$ , 又  $g(x-1)$  为奇函数, 所以  $f(x+2)$  为奇函数, 故  $f(x)$  的图象关于点  $(2, 0)$  对称, 且  $f(2) = 0$ . 由对任意  $x_1, x_2 \in (-\infty, 2]$  且  $x_1 \neq x_2$ , 均有  $(x_1 - x_2)[f(x_1) - f(x_2)] < 0$ , 可知  $f(x)$  在  $(-\infty, 2]$  上单调递减. 又因为  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 所以  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上单调递减. 由  $f(x)$  的图象关于点  $(2, 0)$  对称, 得  $f(4-x) = -f(x)$ , 所以  $f(4+2b-b^2) = -f(b^2-2b)$ , 所以  $f(a^2-2a) \leq -f(4+2b-b^2) \Leftrightarrow f(a^2-2a) \leq f(b^2-2b) \Leftrightarrow a^2-2a \geq b^2-2b$ , 所以  $b^2-a^2+2a-2b \leq 0$ ,  $\therefore (b-a)(b+a-2) \leq 0$ , 又  $1 \leq a \leq 4$ , 画出可行域, 求得  $\frac{b}{a} \in \left[-\frac{1}{2}, 1\right]$ , 所以  $\frac{a-2b}{a+b} = \frac{-2a-2b+3a}{a+b} = -2 + \frac{3a}{a+b} = -2 + \frac{3}{1+\frac{b}{a}} \in \left[-\frac{1}{2}, 4\right]$ . 故选 D.



13. 【答案】7

【解析】解法 1: 设公差为  $d$ , 由  $S_6 = S_3 + 6$ , 得  $a_4 + a_5 + a_6 = 3a_3 = 6$ ,  $\therefore a_3 = 2$ , 又  $a_3 = 0$ ,  $\therefore d = \frac{a_3 - a_1}{2} = 1$ ,  $a_1 = a_3 - 2d = -2$ ,  $\therefore S_7 = 7a_1 + \frac{7 \times 6d}{2} = 7$ . 解法 2: 由  $S_6 = S_3 + 6$ , 得  $a_4 + a_5 + a_6 = 3a_3 = 6$ ,  $\therefore a_3 = 2$ , 又  $a_3 = 0$ , 所以  $S_7 = \frac{7(a_1 + a_7)}{2} = \frac{7(a_3 + a_3)}{2} = 7$ .

14. 【答案】12

【解析】先将黄山排在首位, 再将“五岳”中的名山(共 3 座)捆绑, 再与庐山排列, 故郭靖同学针对这五座名山的游览顺序种数为  $A_3^1 A_3^2 = 12$ .

15. 【答案】 $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}$   $\left(x + \frac{7}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{7}{3}\right)^2 = \frac{50}{9}$   $\left(x + \frac{31}{14}\right)^2 + \left(y - \frac{31}{14}\right)^2 = \frac{625}{98}$  (写一条即可)

【解析】若选  $(-2, 0), (0, 1)$ , 易求得以这两点为端点的线段的垂直平分线的方程为  $y - \frac{1}{2} = -\frac{0 - (-2)}{1 - 0}(x +$

1), 即  $4x + 2y + 3 = 0$ , 由  $\begin{cases} 4x + 2y + 3 = 0 \\ y = -x \end{cases}$  得  $\begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}$ , 故圆心坐标为  $\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ , 半径为  $r = \frac{\sqrt{10}}{2}$ , 故所求圆的标准方程为  $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}$ ; 若选  $(-2, 0), (-4, 4)$ , 则易求得以这两点为端点的线段的垂直平分线的

方程为  $y - 2 = -\frac{-4 + 2}{4 - 0}(x + 3)$ , 即  $x - 2y + 7 = 0$ , 由  $\begin{cases} x - 2y + 7 = 0 \\ y = -x \end{cases}$  得  $\begin{cases} x = -\frac{7}{3} \\ y = \frac{7}{3} \end{cases}$ , 即圆心坐标为  $\left(-\frac{7}{3}, \frac{7}{3}\right)$ , 半径

$r = \sqrt{\left(-\frac{7}{3} + 2\right)^2 + \left(\frac{7}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{50}}{3}$ , 故所求圆的标准方程为  $\left(x + \frac{7}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{7}{3}\right)^2 = \frac{50}{9}$ ; 若选  $(-4, 4), (0, 1)$ , 则易

数学(理) 第 2 页(共 6 页)

求得以这两点为端点的线段的垂直平分线的方程为  $y - \frac{5}{2} = -\frac{0+4}{1-4}(x+2)$ , 即  $8x - 6y + 31 = 0$ , 由

$$\begin{cases} 8x - 6y + 31 = 0, \\ y = -x, \end{cases} \text{ 得 } x = -\frac{31}{14}, y = \frac{31}{14}, \text{ 即圆心坐标为 } \left(-\frac{31}{14}, \frac{31}{14}\right), \text{ 半径 } r = \sqrt{\left(-\frac{31}{14} - 0\right)^2 + \left(\frac{31}{14} - 1\right)^2} = \sqrt{\frac{625}{98}}, \text{ 故}$$

所求圆的标准方程为  $\left(x + \frac{31}{14}\right)^2 + \left(y - \frac{31}{14}\right)^2 = \frac{625}{98}$ .

16. 【答案】 $2\sqrt{2}$

【解析】设  $|BF| = m$ , 则  $|AF| = 3m$ , 设  $C$  的右焦点为  $F'$ , 因为  $\vec{AF} = 3\vec{BF}$ , 所以  $B, A$  两点分别在  $C$  的左、右支上, 则  $|BF'| = m + 2a$ ,  $|AF'| = 3m - 2a$ , 由余弦定理得  $(m + 2a)^2 = m^2 + (2c)^2 - 2m \cdot 2c \cdot \cos 45^\circ$ ,  $(3m - 2a)^2 = (3m)^2 + (2c)^2 - 2 \cdot 3m \cdot 2c \cdot \cos 45^\circ$ , 分别整理得  $(4a + 2\sqrt{2}c)m = 4c^2 - 4a^2$ ,  $(6\sqrt{2}c - 12a)m = 4c^2 - 4a^2$ , 所以  $4a + 2\sqrt{2}c = 6\sqrt{2}c - 12a$ , 即  $e = \frac{c}{a} = 2\sqrt{2}$ .

【评分细则】

- (1) 第 14 题结果用排列数表示不给分.  
(2) 第 15 题若写圆的一般方程不给分.

17. (1) 证明: 两边平方得  $\sin^2 A + \sin^2 C + 2\sin A \sin C = 3\sin A \sin C + \sin^2 B$ , (1 分)

即  $\sin^2 A + \sin^2 C - \sin^2 B = \sin A \sin C$ ,

由正弦定理可得  $a^2 + c^2 - b^2 = ac$ , (2 分)

所以  $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{1}{2}$ ,  $B \in (0, \pi)$ ,

所以  $B = \frac{\pi}{3}$ , (4 分)

所以  $A + C = \pi - B = \frac{2\pi}{3}$ .

即  $A + C = 2B$ . (6 分)

(2) 解: 由  $S = \sqrt{3}b = 4\sqrt{3}$ , 解得  $b = 4$ ,

且  $S = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{\sqrt{3}}{4}ac = 4\sqrt{3}$ ,

所以  $ac = 16$ . (8 分)

由余弦定理可得  $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B = (a + c)^2 - 3ac$ , (10 分)

即  $16 = (a + c)^2 - 48$ ,

所以  $a + c = 8$ . (12 分)

【评分细则】

(1) 未强调  $B \in (0, \pi)$  不扣分.

(2) 写对面积公式  $S = \frac{1}{2}ac \sin B$  给 1 分.

18. (1) 证明: 因为  $F$  为棱  $BE$  的中点,  $AB = AE$ , 所以  $AF \perp BE$ ,

又  $AF \perp DE$ , 且  $BE, DE \subset$  平面  $BCDE$ ,  $BE \cap DE = E$ ,

所以  $AF \perp$  平面  $BCDE$ . (2 分)

又因为  $AF \subset$  平面  $ABF$ , 所以平面  $ABF \perp$  平面  $BCDE$ .

由  $\angle BCD = 120^\circ$ , 四边形  $BCDE$  是平行四边形, 得  $\angle CBE = 60^\circ$ .

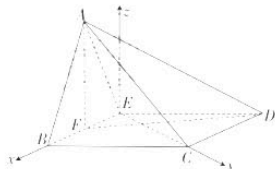
又  $BC = 2BE = 4$ , 得  $CE = 2\sqrt{3}$ , 则  $CE \perp BE$ ,

又平面  $ABF \cap$  平面  $BCDE = BE$ , 所以  $CE \perp$  平面  $ABF$ . (5 分)

(2) 解: 由 (1) 知,  $CE \perp BE$ ,

若  $AB = 2$ , 则  $\triangle ABE$  为等边三角形, 所以  $AF = AB \sin 60^\circ = \sqrt{3}$ .

如图, 以  $E$  为坐标原点, 直线  $EB, EC$  分别为  $x$  轴、 $y$  轴, 过点  $E$  作平行于  $AF$  的直线为  $z$  轴, 建立空间直角坐标系  $E - xyz$ ,



则  $E(0,0,0), B(2,0,0), C(0,2\sqrt{3},0), A(1,0,\sqrt{3}), D(-2,2\sqrt{3},0), F(1,0,0)$ ,  
所以  $\vec{EA} = (1,0,\sqrt{3}), \vec{ED} = (-2,2\sqrt{3},0), \vec{FD} = (-3,2\sqrt{3},0)$ , (8分)

设平面  $ADE$  的一个法向量为  $\vec{m} = (x_1, y_1, z_1)$ , 则  $\begin{cases} x_1 + \sqrt{3}z_1 = 0 \\ -2x_1 + 2\sqrt{3}y_1 = 0 \end{cases}$

令  $y_1 = 1$ , 则  $x_1 = \sqrt{3}, z_1 = -1$ , 即  $\vec{m} = (\sqrt{3}, 1, -1)$ . (10分)

设直线  $DF$  与平面  $ADE$  所成的角为  $\theta$ ,

$$\text{则 } \sin \theta = |\cos \langle \vec{m}, \vec{FD} \rangle| = \frac{|\vec{m} \cdot \vec{FD}|}{|\vec{m}| |\vec{FD}|} = \frac{|\sqrt{3} \times (-3) + 1 \times 2\sqrt{3} + (-1) \times 0|}{\sqrt{3+1+1} \times \sqrt{9+12+0}} = \frac{\sqrt{35}}{35}$$

即直线  $DF$  与平面  $ADE$  所成角的正弦值为  $\frac{\sqrt{35}}{35}$ . (12分)

**【评分细则】**

(1)第(1)小题用其他方法证明酌情给分.

(2)第(2)小题若不用空间向量法求解,酌情给分,结果正确步骤无误则给满分.

19. 解:(1)由频率分布直方图可知  $10(0.006 + 0.008 + a + 0.026 + 0.042) = 1$ ,

解得  $a = 0.018$ . (1分)

所以平均分的估计值为  $0.08 \times 55 + 0.26 \times 65 + 0.42 \times 75 + 0.18 \times 85 + 0.06 \times 95 = 73.8$ . (3分)

故受奖励的分数线的估计值为 73.8. (4分)

(2)策略①作答的得分为 1分;(5分)

设策略②的得分为  $m$ , 则  $m$  的分布列为:

$m$	0	3
$P$	0.5	0.5

期望为  $E(m) = 0 \times 0.5 + 3 \times 0.5 = 1.5$ ; (8分)

设策略③的得分为  $n$ , 则  $n$  的分布列为:

$n$	0	6
$P$	$\frac{5}{6}$	$\frac{1}{6}$

期望为  $E(n) = 0 \times \frac{5}{6} + 6 \times \frac{1}{6} = 1$ . (11分)

所以应选策略②. (12分)

**【评分细则】**

(1)第(1)小题的结果若四舍五入取 74 不扣分.

(2)第(2)小题若不列出分布列,只要期望无误则不扣分.

20. 解:(1)由线段  $RS$  长度的最小值为  $\sqrt{2}$ , 得  $\frac{2b^2}{a} = \sqrt{2}$ ,

$$\text{又 } \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \text{ 所以 } \frac{a^2 - b^2}{a^2} = \frac{1}{2},$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a^2 = 2, \\ b^2 = 1, \end{cases} \text{ (3分)}$$

所以  $C$  的标准方程为  $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ . (4分)

(2) 由  $\vec{PF} = \lambda \left( \frac{\vec{PA}}{|\vec{PA}|} + \frac{\vec{PB}}{|\vec{PB}|} \right)$ , 可知  $PF$  平分  $\angle APB$ ,

$\therefore k_{PA} + k_{PB} = 0$ . (5分)

设直线  $AB$  的方程为  $x = my + t, A(my_1 + t, y_1), B(my_2 + t, y_2)$ ,

由  $\begin{cases} x = my + t \\ x^2 + 2y^2 = 2 \end{cases}$  得  $(m^2 + 2)y^2 + 2mty + t^2 - 2 = 0$ ,

$\Delta = 8(m^2 - t^2 + 2) > 0$ , 即  $m^2 > t^2 - 2$ ,

$\therefore y_1 + y_2 = \frac{-2mt}{m^2 + 2}, y_1 y_2 = \frac{t^2 - 2}{m^2 + 2}$ . (7分)

$\therefore k_{PA} + k_{PB} = \frac{y_1}{my_1 + t - 2} + \frac{y_2}{my_2 + t - 2} = 0$ . (8分)

$\therefore 2my_1 y_2 + (t - 2)(y_1 + y_2) = 0$ ,

$\therefore 2m(t^2 - 2) - (t - 2) \cdot 2mt = 0$ . (10分)

整理得  $4m(t - 1) = 0$ ,

$\therefore$  当  $t = 1$  时, 上式恒为 0,

即  $l$  恒过定点  $Q(1, 0)$ . (12分)

**【评分细则】**

(1) 第(1)小题中若列出关于  $a, b, c$  的方程组, 只要结果无误不扣分.

(2) 第(1)小题中所求椭圆方程若写成  $x^2 + 2y^2 = 2$ , 扣1分.

(3) 第(2)小题若将方程设为  $y = kx + m$  的形式, 则需对斜率  $k$  分存在、不存在讨论求解, 若未考虑斜率不存在的情形, 扣1分.

(4) 第(2)小题也可消去参数  $y$  求解, 视步骤酌情给分.

21. (1) 证明: 因为  $a = b = 2$ , 所以  $f(x) = e^x - 2\ln(x+2), x > -2, f'(x) = e^x - \frac{2}{x+2}$ .

令  $g(x) = f'(x)$ , 则  $g'(x) = e^x + \frac{2}{(x+2)^2} > 0$ , 所以  $g(x)$  单调递增. (2分)

又  $g(0) = 0$ , 所以当  $x \in (-2, 0)$  时,  $g(x) < 0, f(x)$  单调递减;

当  $x \in (0, +\infty)$  时,  $g(x) > 0, f(x)$  单调递增, 所以  $f(x) \geq f(0) = 1 - 2\ln 2$ . (5分)

(2) 解: 当  $b = 1$  时,  $f(x) = e^x - a\ln(x+1), x > -1, f'(x) = e^x - \frac{a}{x+1}$ ,

令  $g(x) = f'(x)$ , 因为  $a \geq 4$ , 所以  $g'(x) = e^x + \frac{a}{(x+1)^2} > 0$ ,

所以  $g(x)$  单调递增, 因为  $g(0) = 1 - a < 0, g(\ln a) = \frac{a\ln a}{1 + \ln a} > 0$ ,

所以存在唯一的  $x_0 \in (0, +\infty)$ , 使  $g(x_0) = 0$ , 且当  $x \in (-1, x_0)$  时,  $g(x) < 0, f(x)$  单调递减;

当  $x \in (x_0, +\infty)$  时,  $g(x) > 0, f(x)$  单调递增.

所以  $f(x)$  最多有 2 个零点. (8分)

又  $f(0) = 1 > 0, f(1) = e - a\ln 2 \leq e - 4\ln 2 \approx 2.718 - 4 \times 0.693 = -0.054 < 0$ ,

所以  $f(x)$  在  $(0, 1)$  内有 1 个零点; (9分)

令  $h(a) = f(a-1) = e^{a-1} - a\ln a (a \geq 4)$ ,

则  $p(a) = h'(a) = e^{a-1} - \ln a - 1, p'(a) = e^{a-1} - \frac{1}{a} \geq e^3 - \frac{1}{4} > 0$ ,

所以  $p(a)$  在  $[4, +\infty)$  上单调递增, 所以  $p(a) \geq p(4) = e^3 - \ln 4 - 1 > 0$ ,

所以  $h(a)$  在  $[4, +\infty)$  上单调递增, 故  $h(a) \geq h(4) = e^3 - 4\ln 4 > 2^3 - 4 \times 2 = 0$ ,

则  $f(x)$  在  $(1, a-1)$  内有 1 个零点. (11分)

综上,  $a \geq 4$  时,  $f(x)$  内有 2 个零点. (12分)

**【评分细则】**

(1) 第(1)小题若用其他方法证明, 酌情给分.

(2) 第(2)小题中, 若不设出函数  $g(x)$ , 直接对  $f(x)$  求二阶导  $f''(x)$ , 只要结果无误, 不扣分.

(3) 第(2)小题中, 若利用 " $x \rightarrow +\infty, f(x) \rightarrow +\infty$ " 来说明  $f(x)$  零点的个数, 且结果无误, 扣2分.

22. 解: (1) 由 
$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \varphi - \sin \varphi), \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos \varphi + \sin \varphi), \end{cases}$$
 消去参数  $\varphi$ , 得  $x^2 + y^2 = 1$ .

所以  $C$  的普通方程为  $x^2 + y^2 = 1$ , (3 分)

由  $\rho \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = 2$ , 得  $\frac{1}{2}\rho \cos \theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\rho \sin \theta = 2$ .

把  $\begin{cases} \rho \cos \theta = x \\ \rho \sin \theta = y \end{cases}$  代入  $l$  的极坐标方程得  $x + \sqrt{3}y - 4 = 0$ .

所以  $l$  的直角坐标方程为  $x + \sqrt{3}y - 4 = 0$ . (5 分)

(2)  $C$  是以原点为圆心, 半径  $r = 1$  的圆.

圆心  $O$  到  $l$  的距离为  $d = \frac{|0 + 0 - 4|}{\sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2}} = 2$ . (7 分)

所以点  $M$  到  $l$  的距离的最大值为  $d + r = 3$ , 最小值为  $d - r = 1$ . (9 分)

所以点  $M$  到  $l$  的距离的取值范围为  $[1, 3]$ . (10 分)

【评分细则】

(1) 第(1)小题中,  $C$  的方程写成圆的一般方程不扣分.

(2) 第(1)小题中,  $l$  的直角坐标方程写成斜截式不扣分.

(3) 第(2)小题若用圆的参数方程求解, 酌情给分.

23. 解: (1) 原不等式可化为 
$$\begin{cases} x < \frac{3}{2}, \\ 3 - 2x + 2 - x \leq 3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} \frac{3}{2} \leq x \leq 2, \\ 2x - 3 + 2 - x \leq 3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x > 2, \\ 2x - 3 + x - 2 \leq 3. \end{cases}$$

解得  $\frac{2}{3} \leq x < \frac{3}{2}$  或  $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$  或  $2 < x \leq \frac{8}{3}$ .

综上所述, 原不等式的解集为  $M = \left\{x \mid \frac{2}{3} \leq x \leq \frac{8}{3}\right\}$ . (5 分)

(2) 由(1)可知  $m = \frac{2}{3}$ , 所以  $a + b = 2$ .

所以  $\frac{b^2 + 5}{a} + \frac{a^2}{b} = \frac{(2-a)^2 + 5}{a} + \frac{(2-b)^2}{b} = \frac{a^2 - 4a + 9}{a} + \frac{b^2 - 4b + 4}{b}$

$= a + b + \frac{9}{a} + \frac{4}{b} - 8 = \frac{9}{a} + \frac{4}{b} - 6 = \frac{1}{2} \left( \frac{9}{a} + \frac{4}{b} \right) (a + b) - 6$

$= \frac{1}{2} \left( \frac{9b}{a} + \frac{4a}{b} + 13 \right) - 6 \geq \frac{1}{2} \left( 2\sqrt{\frac{9b}{a} \cdot \frac{4a}{b}} + 13 \right) - 6 = \frac{13}{2}$ .

当且仅当  $2a = 3b = \frac{12}{5}$  时等号成立.

所以  $\frac{b^2 + 5}{a} + \frac{a^2}{b}$  的最小值为  $\frac{13}{2}$ . (10 分)

【评分细则】

(1) 第(1)小题中, 3 个不等式组每求解正确 1 个给 1 分.

(2) 第(1)小题的结果写成区间不扣分, 写成不等式的形式扣 1 分.

(3) 第(2)小题未给出取等号的条件扣 1 分.

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：[www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

