

2022-2023 学年度第二学期期末试卷

高一数学

注意事项:

1. 本试卷考试时间为 120 分钟, 试卷满分 150 分, 考试形式闭卷.
2. 本试卷中所有试题必须作答在答题卡上规定的位置, 否则不给分.
3. 答题前, 务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水签字笔填写在试卷及答题卡上.

第 I 卷 (选择题 共 60 分)

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一个是符合题目要求的.

1. 已知复数 $z = \frac{3+4i}{1+2i}$, (i 为虚数单位), 则 $z - \bar{z} =$

- A. $\frac{22}{5}$ B. $-\frac{22}{5}$ C. $\frac{4i}{5}$ D. $-\frac{4i}{5}$

2. 已知点 A (3, 2), B (6, 8), 若 $\vec{AB} = 3\vec{BC}$, 则点 C 的坐标为

- A. (7, 10) B. (9, 6) C. (12, 20) D. (15, 26)

3. 一个口袋中装有 10 个红球和若干个黄球, 在不允许将球倒出来数的前提下, 为估计口袋中黄球的个数, 小明采用了如下的方法: 每次从口袋中摸出 1 个球, 记下球的颜色后再把球放回口袋中摇匀. 不断重复上述过程 200 次, 共摸出红球 80 次, 根据上述数值, 估计口袋中大约有黄球 (▲) 个.

- A. 10 B. 15 C. 25 D. 40

4. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为棱 CC_1 的中点, 则异面直线 AE 与 CD 所成角的正切值为

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{7}}{2}$

5. 已知 $\tan\theta = \frac{1}{3}$, 则 $\tan(2\theta + \frac{\pi}{4}) =$

- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $\frac{1}{7}$ D. 7

6. 从 1~5 这 5 个整数中随机选择两个不同的数, 设“选到的两个数的和能被 2 整除”为事件

A, “选到的两个数的和能被 3 整除”为事件 B, 则事件 A+B 发生的概率为

- A. $\frac{11}{15}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{1}{3}$

7. 在 $\triangle ABC$ 中, $B = \frac{\pi}{6}$, BC 边上的高等于 $\frac{\sqrt{3}}{6}BC$, 则 $\cos A =$

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

8. 已知正四棱锥 P-ABCD 的体积为 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$, 底面边长为 $\sqrt{3}$, 正四棱锥 P-ABCD 的所有顶点都在球 O 的球面上, 则球 O 的表面积为

- A. 6π B. 8π C. 24π D. 30π

二. 多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 不选或有选错的得 0 分.

9. 随机抽取某班 20 名学生在一次数学测验中的得分如下:

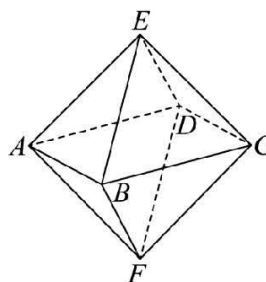
50, 58, 65, 66, 70, 72, 75, 77, 78, 78, 80, 81, 81, 83, 84, 85, 88, 90, 95, 98

下面说法正确的是

- A. 这组数据的极差为 48
 B. 为便于计算平均数, 将这组数据都减去 70 后得到的平均数与原数据的平均数相差 70
 C. 为便于计算方差, 将这组数据都减去 70 后得到的方差与原数据的方差相差 70
 D. 这组数据的上四分位数是 84.5
10. 下列说法正确的是
- A. 已知复数 z_1, z_2 , 则 $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$
 B. 已知复数 z_1, z_2 , 则 $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$
 C. 复数 z 满足 $|z-i| = |z+1|$ (i 为虚数单位), 则复数 z 在复平面内所对应点的集合是一条直线
 D. 设 $z = \frac{1+i}{1-i}$ (i 为虚数单位), 则 $z^{2023} = -i$
11. 已知 $\tan \alpha = \frac{1 - \sin \beta}{\cos \beta}$, 则
- A. $\sin(\alpha + \beta) = \cos \alpha$ B. $2\cos^2 \alpha = \sin \beta + 1$ C. $2\sin \beta \cos \beta = \cos \alpha$ D. $2\cos^2 \beta = \sin \alpha + 1$

12. 如图, 多面体 $EABCDF$ 的所有棱长均为 2, 则

- A. $BE \parallel DF$
 B. 平面 $EAB \perp$ 平面 FAB
 C. 直线 EA 与平面 $ABCD$ 所成的角为 $\frac{\pi}{4}$
 D. 点 E 到平面 BCF 的距离为 $\frac{2\sqrt{6}}{3}$



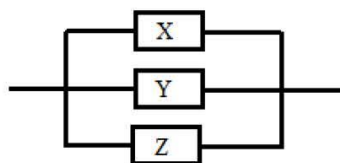
(第 12 题)

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

三、填空题: 本口共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 其中第 16 题第一空 2 分, 第二空 3 分.

13. $\cos^2 75^\circ - \cos^2 15^\circ =$ ▲

14. 如图, 用 X, Y, Z 三种不同的元件并联连接成系统 S , 每个元件是否正常工作不受其他元件影响. 当元件 X, Y, Z 中至少有一个正常工作时, 系统 S 正常工作. 已知元件 X, Y, Z 正常工作的概率分别为 $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$, 则系统 S 正常工作的概率为 ▲.



系统 S

(第 14 题)

15. 已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 棱长为 2, E 为棱 CC_1 中点, 过 A_1, B, E 三点的平面截正方体, 所得截面面积为 ▲.

16. 以 C 为钝角的 $\triangle ABC$ 中, $BC=3, \vec{BA} \cdot \vec{BC}=15$,

- ① 当 $C=\frac{2\pi}{3}$ 时, $\triangle ABC$ 面积为 ▲. ② 当 A 最大时, $\triangle ABC$ 面积为 ▲.

四、解答口：本口共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、口明口程或演算步口 .

17. (本小题满分 10 分)

已知向量 \vec{a}, \vec{b} 的夹角为 135° ，且 $|\vec{a}|=2, |\vec{b}|=2\sqrt{2}$

- (1) 求 $|\vec{a}+2\vec{b}|$
- (2) $\vec{c}=\vec{a}+x\vec{b}$ (其中 $x\in\mathbb{R}$)，当 $|\vec{c}|$ 取最小值时，求 \vec{c} 与 \vec{b} 的夹角的大小。

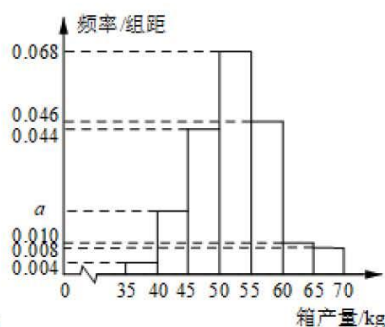
18. (本小题满分 12 分)

在平面四边形 $ABCD$ 中， $\angle ADC=90^\circ$ ， $\angle A=45^\circ$ ， $AB=2$ ， $BD=4$.

- (1) 求 $\cos\angle ADB$;
- (2) 若 $DC=\sqrt{2}$ ，求 BC .

19. (本小题满分 12 分)

海水养殖场更新了某水产品的网箱养殖方法，收获时随机抽取 100 个网箱，测量各箱水产品的产量(单位: kg)，其频率分布直方图如下:



(第 19 题)

- (1) 求频率直方图中 a 的值，并估计箱产量的众数和中位数(精确到 0.01).
- (2) 若先用分层抽样的方法从箱产量在 $[40, 45)$ 和 $[60, 65)$ 的网箱中抽取 6 个网箱，然后再从抽出的这 6 个网箱中任意选取 2 个网箱做进一步检测，求这 2 个网箱中至少有 1 个箱产量在 $[40, 45)$ 的概率:

20. (本小题满分 12 分)

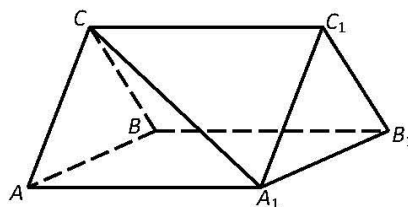
已知 $\vec{a} = (1, 2\sin\theta)$, $\vec{b} = (\sin(\theta + \frac{\pi}{3}), 1)$, $\theta \in \mathbb{R}$

- (1) 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 求 $\tan\theta$ 的值;
- (2) 若 $\vec{a} \parallel \vec{b}$, 求 $\sin(2\theta - \frac{\pi}{6})$ 的值。

21. (本小题满分 12 分)

如图, 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $CA=CB$, $AB=AA_1$, $\angle BAA_1=60^\circ$. $AB=CB=2$, $A_1C=\sqrt{6}$,

- (1) 证明: $AB \perp A_1C$;
- (2) 求三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积.
- (3) 求二面角 $C-AA_1-B$ 的平面角余弦值大小



(第 21 题)

22. (本小题满分 12 分)

如图, 设 $\triangle ABC$ 中角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , AD 为 BC 边上的中线, 已知 $b=c+3$,

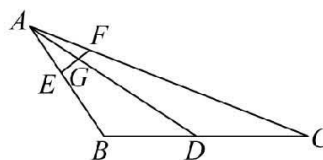
$$\sin A(a^2+b^2-c^2)=8ab\sin C-2ab\cos A\sin C, \cos \angle BAD=\frac{\sqrt{21}}{7}$$

(1) 求边 b, c 的长度;

(2) 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(3) 点 G 为 AD 上一点, $\vec{AG}=\frac{1}{3}\vec{AD}$, 过点 G 的直线与边 AB, AC (不含端点) 分别交于 E, F .

若 $\vec{AG} \cdot \vec{EF} = \frac{5}{6}$, 求 $\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}}$ 的值.



(第 22 题)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

